

## 図形の性質の指導法の研究（2）

愛媛県立大洲農業高等学校 八木 富

### 1 はじめに

昨年度、高教研数学部会研究部学習指導法研究委員において、「図形の性質」の指導法の研究を行った。その際、直径4mmの曲がるストローと直径8mmのストローを使用して5種類の正多面体の模型を作製し（図1）、その模型を用いて授業を展開した。



図1 ストローを使用した正多面体の模型

この模型を活用することにより、生徒は正多面体をしっかりとイメージでき、「わかりやすかった」という感想が多かった。また、グループ活動を通して、話し合ったり教え合ったりして、楽しく学ぶこともできたようである。

「図形の性質」の分野は、他の分野に比べて苦手意識がとても高いため、この模型のように教具やグループ活動を取り入れたり、より身近なものに関連付けたりすることで、もっと興味・関心をもって授業に取り組むことができるのではないかと思います、指導法について研究することにした。

### 2 研究の内容

図形の基本的な性質の復習をする際、小・中学校での既習内容を覚えていない生徒が多いため、小・中学校では、いつ頃どのような内容を学習しているのか調べてみた。小・中学校では、いろいろな教具を用いて、図形の性質や特徴を学習しており、視覚的にもわかりやすく、印象に残るものが多い。そこで、復習する際には、小・中学校で実際に学習した方法や使用した教具を具体的に示すことで、既習内容を思い出したり、より分かりやすく基礎・基本の定着を図ったりすることができるのではないかと感じた。

#### (1) 多角形の内角の和

三角形、四角形の内角の和がそれぞれ $180^\circ$ 、 $360^\circ$ であることをはじめ、多角形

の内角の和、そして一回りが $360^\circ$ であることの復習のために、次のような問いかけ（図2）をした。

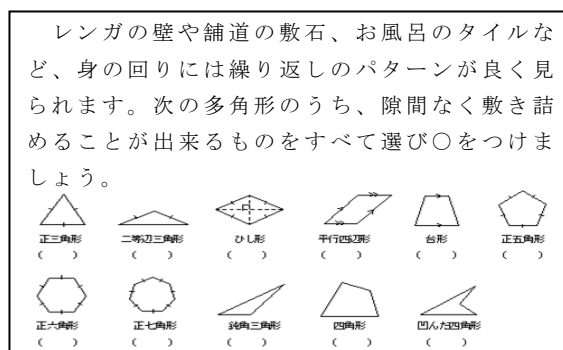


図2 問題

2人組になり、隙間なく敷き詰めることができると思うものを直感で選ばせた。三角形やひし形、平行四辺形はほとんどの組が選んでいたが正五角形、正六角形、正七角形、凹んだ四角形は、選んでいない組が多かった。その後、具体的に平行四辺形、四角形、凹んだ四角形について、色紙を使って実際に敷き詰めることができるか試してみることにした。2人で相談しながら考えていき、平行四辺形、四角形は上手に敷き詰めることが出来た組が多かった。（図3）しかし、凹んだ四角形は意見が半々に分かれ、なかなかうまく敷き詰めることができない班もあった。

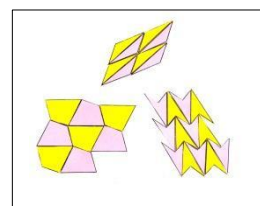


図3 生徒の様子（左）と作品（右）

その後、敷き詰めることができる図形について解説をすると、納得できた生徒が多く、予想以上に反応がよかった。

#### (2) 折り紙の利用（外心・内心・重心）

外心・内心・重心の性質を学習した後に、それぞれの特徴を確認したり印象付けたりするために、次のような3つの問いかけを

して(図4)、それぞれの点を求めさせることにした。2人組で取り組み、考える際には、長さや角度を定規や分度器、コンパスなどで測ることは禁止し、配布した地図やざら紙だけを使用して考え、見つけることができれば、その考え方も記入するように指示した。

大洲市の中心部には、大洲農業高校、大洲高校、帝京富士高校の3校があります。3校合同のイベントが開催されることが決まり、右のようなチラシが配られました。開催会場はどこであるか調べてみましょう。



右の図のように、緑地公園を囲んで、3本の直線道路に沿った商店街があります。商店街の共通福引券の抽選会場を、どの道路からも等距離の地点に作ることにしました。抽選会場を作る地点を求めてみましょう。



ある児童館で行われたボランティアに参加すると、子どもたちと一緒に厚紙と爪楊枝を使って、三角形のコマを作って遊ぶことになりました。しかし、用意されたものは以下のものしかありません。あなたはコマを完成することはできるでしょうか。

- 三角形の厚紙
- 爪楊枝
- 桐(穴あけ用)
- ざら紙
- 鉛筆(色鉛筆)
- はさみ

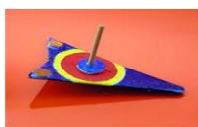


図4 3つの問題

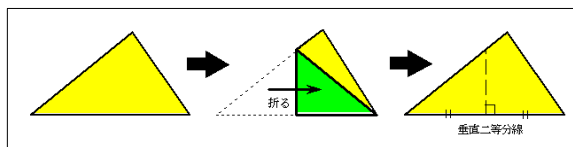
初めは、何をしたいのかわからず、地図を見て睨めっこをしていたが、「長さは測らないので、定規で線を引いていいか。」「はさみで切っていいか。」という質問が出てきた。そして、「折ったらいい?」「折ってみる?」と相談しながら地図を折り始める生徒が現れ、いろいろ試していた。外心は比較的正確率が高かったが、内心は外心と同じように求めている組が多く、違いをしっかりと理解できていないことが分かった。また、コマの軸は重心であることを知っていた生徒は多く、実際にコマが回ると歓声が起こっていた。(図5)



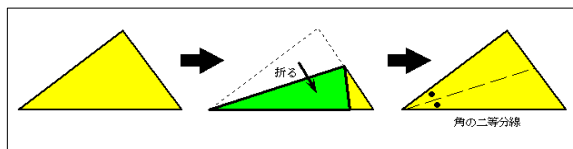
図5 生徒の様子(左)と作品(右)

それぞれの問題について解説すると、今まで折り紙をした時に、そのようなことを考えて折ったことはなく、単純に紙を折るだけで垂直二等分線、角の二等分線、中線を作ることができること(図6)にとっても驚いていた。そして、外心と内心の違いを改めて理解できた、という生徒も何人もいた。

<外心>



<内心>



<重心>

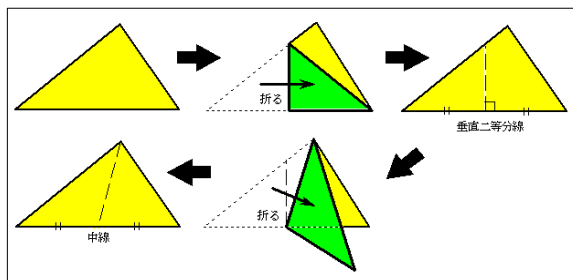
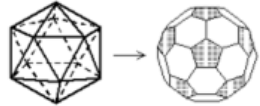


図6 折り方

(3) サッカーボールの模型

正多面体について、頂点の数や辺の数を計算で求める方法を学習した後に、多面体の存在をもっと身近なものと感じてもらおうと、サッカーボールの形で知られる切頂二十面体の特徴について問いかけ（図7）をした。

サッカーボールの形で知られる立体は、正二十面体の頂点部分を切り落とした形であり、切頂二十面体という。



(1) サッカーボールは、正五角形、正六角形からなるが、それぞれ何枚からなるでしょうか。

(2) サッカーボールの頂点の数、辺の数を求めてみましょう。

図7 問題

サッカーボールを使ったことはあっても、正五角形と正六角形からなっていることを初めて知った生徒もいたが、身の周りにはあるボールであるため興味を持って話し合っていた。実際にサッカーボールで数えたいという意見もあったが、正二十面体の「頂点を切り落としていく」という考えから、少しずつヒントを与えていくと、正五角形と正六角形のそれぞれの枚数を求めることができる班が増えてきた。また、頂点の数と辺の数については、事前の授業で正多面体について計算していたこともあり、考え方をしっかり理解できていた生徒は、同じ考えだということに気付き、それぞれの数を求めることができていた。（図8）

【考え方】

$\begin{aligned} & \text{五角形} \times 12 = 60 \\ & \text{五角形} \times 20 = 120 \\ & 60 + 12 = 180 \\ & 180 \div 2 = 90 \end{aligned}$	$\begin{aligned} & \text{五角形} \times 12 = 60 \\ & \text{六角形} \times 20 = 120 \\ & 60 + 120 = 180 \\ & 180 \div 2 = 90 \end{aligned}$
---	--

【結論】 頂点の数 60 個、辺の数 90 本

図8 生徒の考え方

求めることができた班の考え方を黒板で紹介するとき、正十二面体や正二十面体で計算した方法も復習したことで、求めることが出来なかった班も納得できたという意見が多かった。また、サッカーボール

には、頂点が60個、辺が90本もあることを知り、こんなにもたくさんの頂点や辺があったことに驚いている生徒も多かった。

そこで、正多面体の時のように、ストローの模型を用意して、実際に切頂二十面体を組み立てさせることにした。しかし、150個のパーツ（頂点60個、辺90本、使用するストロー270本）を必要とするため、1セット分（図9）しか作ることができなかったため、少人数クラスでの実施になった。

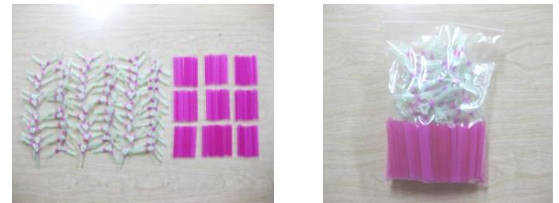


図9 切頂二十面体（1セット分）

本当にサッカーボールができるのかと興味を持つ生徒も多く、話し合いながら組み立て始めた。しかし、ある程度までは進むのだが、途中で合わなくなり何度かすべてを外してゼロからやり直すことを繰り返した。正多面体と違い、すべての面が同じ形ではないため、正五角形と正六角形のバランスを考えながら組み立てていくことは、生徒にとっては予想以上に難しいようであった。そんな時、一人の意見から正五角形を12個作ってから始めることになった。正五角形を作ることで、150個のパーツを42個（正五角形12個、辺30本）まで大幅に減らすことができ、規則正しく組み立てていくことで、完成に近い形まで作ることが出来た。しかし、残念ながら授業時間内には完成することができなかったため、次の授業において、こちらで完成したものを披露した。（図10）

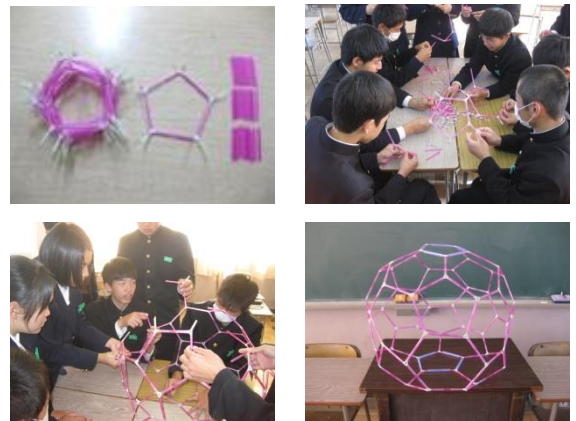


図10 生徒の様子と完成品

### 3 研究の成果と今後の課題

今回は、教具やグループ活動を取り入れたり、より身近なものに関連付けたりすることを中心に、いくつかの内容を取り上げてみたが、生徒の反応はとてもよかった。グループ活動をするときの生徒の様子はとてもいきいきとしており、自分から進んで取り組もうとする姿が印象的であった。そして、これらを用いた授業をしたことで、次の授業からは、「今日は何するんですか?」、「今日は何か作るんですか?」と尋ねてくる生徒が増え、授業に対して少しでも興味・関心を持たせることが出来たのではないかと思う。また、生徒の感想の中にも、「このような活動を増やして欲しい」、「楽しく学べた」、「分かりやすかった」、「身近なもので『図形の性質』が使われているんだと分かった」など、実施してみてもよかったと思えるものが多かった。

今後の課題としては、内容の決定から準備まで、少し慌しい中での実施になったので、もう少し計画的に準備をしていきたいと感じた。また、色紙を使って敷き詰める作業は、同じ形の図形を作ることに時間がかかり、十分に考える時間がとれない班があった。次回は、あらかじめこちらで用意するなどして、考える時間が十分にとれるようにしたい。また、そのほかにも改善したい箇所が見つかったので、今後はそれらを改善して、より分かりやすい方法を考えて実施していきたいと思う。

今回は小・中学校の内容を振り返ることで、学習内容をより身近なものに関連付けることができた。そして、いろいろな教材について調べることもできた。準備をすればするほど、自分の知識が増えるだけでなく、生徒も楽しく意欲的に学習できる機会が増えることも改めて実感した。また時間を見つけて、生徒のやる気が起こるような、そして興味・関心をもち、自ら取り組むことができるような授業ができるように、指導法を研究していきたいと思う。

#### 参考文献

- ・『見える数学1』西三数学サークル著（星の環会）
- ・『算数おもしろ大辞典』学研
- ・『高校数学A』実教出版