

高等学校数学につながる中学2年数学の指導法の研究

愛媛県立今治東中等教育学校 浅木 剛紀

1 はじめに

本校は、中学校にあたる前期課程3年間、高等学校にあたる後期課程3年間の中高一貫教育校である。中学生と高校生が同じ校舎で学校生活を送っており、長期的視野に立って教育活動を行っている。心身の発達が著しい時期であり、日々の指導における責任の大きさを常に感じている。

一昨年度より数学部会学習指導法研究委員に選出させていただき、中高の指導の連携について研究させていただいている。今年度は2年生を主に担当していることから、2年生の内容から後期課程(高等学校)に直接つなげることができる単元や内容について、どのような指導が効果的かを考えるため、本主題を設定した。

昨年度の1年生の内容に比べ、高等学校につながる内容は増加したように感じた。生徒の興味や関心を引き出し、学習への意欲付けをするためには先を見通した指導は非常に重要かつ有効と考えている。

2 高等学校につながる中学2年の学習単元

本校で使用している教科書は、前期課程では啓林館の「未来へひろがる 数学」、後期課程では数研出版の「新編 数学」であるため、それらの教科書で研究を行った。

2年生の学習単元の中で高等学校に直接つなげることのできる単元は、「確率」である。中学校の教科書においては樹形図と表を用いて解答する問題が大半ではあるが、その基本的な考え方は数学Aの「場合の数と確率」に応用できる知識である。また、大学入試センター試験の数学I・Aでも第3問の選択問題として20点出題されている内容である。中学校の教科書でもくじや球を題材とした問題も多く演習するため、センター試験の最初の問題を発展的な課題として扱うこともある。

内容においても、余事象も学習するため(余事象という用語自体は出てこないが、「Aの起こらない確率」という扱いで余事象の考え方を学習する)、応用問題に踏み込むことができる。更には、独立な試行の確率も発展的な内容の扱いで取り上げることがもあり、数学Aも視野に入れた指導を心掛けている。確率の問題文は長文であることが多いため、読解力や思考力を身に付けさせるためにも効果的な内容であると考えており、先を見据えて力を入れて指導をしている。

上の例題3で、
$$\left(\frac{\text{違った目が出る場合の数}}{\text{場合の数}}\right) = \left(\frac{\text{起こるすべての場合の数}}{\text{場合の数}}\right) - \left(\frac{\text{同じ目が出る場合の数}}{\text{場合の数}}\right)$$

だから、違った目が出る確率は、次の式で求めることもできます。
$$\left(\frac{\text{違った目が出る確率}}{\text{場合の数}}\right) = 1 - \left(\frac{\text{同じ目が出る確率}}{\text{場合の数}}\right)$$

一般に、ことがらAの起こる確率を p とすると、次のことがいえます。
$$A \text{ の起こらない確率} = 1 - p$$

3 高等学校につながる中学2年の学習内容

直接つなげる単元は1つしかないのだが、細かな内容に関してはいくつか挙げられるので考察していきたい。

(1) 倍数の判定法(応用)

中学校の教科書でも発展的な内容として位置付けられているが、生徒の関心が高い内容であるため取り上げることが多い。「文字式の利用」の単元において文字式を利用して説明する問題に関連させて、「777は3の倍数かどうか3秒で答えなさい。」と質問するとなぜ答えられるのかと疑問が出てくる。その後、「各位の和が3の倍数かどうかを考えれば良い。」と提示し、全ての整数について成立するかどうかを文字式を用いて証明をさせていく。その後、4の倍数、9の倍数の判定法について考えさせる。整数の性質について幅の広い知識を身に付けることができるとともに、生徒にとってはクイズ感覚で学ぶことができるため、意欲的に取り組むことが多い。平成29年度センター試験数学I・A第4問において

数学を通して
考えよう 倍数の見分け方

次の4けたの整数のうち、2の倍数はどれでしょうか。
また、3の倍数はどれでしょうか。
3412 4523 5634
6745 7856 8967

整数が、ある数の倍数になっているかどうかを、4けたの整数を例にとって、文字式を使って考えましょう。

4けたの整数の千の位の数を a 、百の位の数を b 、十の位の数を c 、一の位の数を d とすると、
4けたの整数は、
$$1000a + 100b + 10c + d$$

となります。この式を、
$$1000a + 100b + 10c + d = 2(500a + 50b + 5c) + d$$

のように変形すると、4けたの整数が2の倍数であるかどうかを判断することができるようになります。

4けたの整数
千の位 百の位 十の位 一の位
$$\begin{array}{|c|c|c|c|} \hline a & b & c & d \\ \hline \end{array}$$

$$1000a \ 100b \ 10c$$

も倍数の判定法が題材とされた問題が出題されている。小問1問ではあるが、授業で取り上げるだけでも生徒の関心を引き付けることができる。

(2) 二元一次方程式の解 (応用)

「連立方程式」の単元の導入において、二元一次方程式を学習する。二元一次方程式を組にしたものが連立方程式であり、その両方の方程式を成り立たせる値の組が解である、という流れになる。そのため、二元一次方程式は少ししか触れないのだが、「解はたくさんあるが、文字を用いれば解を表すことができる。」と前の単元である「文字式の利用」と関連させて解くことを取り上げている。一次不定方程式を解くことであり、この内容も平成28年度センター試験数学I・A第4問に出題されている。かなり難解な内容ではあるが、挑戦する価値は大いに感じている。

どうなるかな

前ページの問題で、碁石を袋の袋に2個、袋の袋に1個入れるときに「はい」といった回数を、それぞれ、 x 回、 y 回として考えてみます。碁石の数の関係は、どんな等式で表すことができるでしょうか。

上の関係は、次の等式で表されます。

$$2x + y = 21 \quad \dots\dots ①$$

このような等式も方程式です。

2つの文字をふくむ一次方程式を、**二元一次方程式**といます。

例1 下の表は、 x の値が0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10のとき、上の二元一次方程式①を成り立たせる y の値を求めたものです。この表の空欄をうめなさい。

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
y	21	19									

二元一次方程式があるとき、これを成り立たせる文字の値の組を、その方程式の**解**といます。

全彩で21個の碁石を分けたよ

$x=1$ のとき
 $2 \times 1 + y = 21$
 だから
 $y = 19$ だね

(3) 図形の性質と証明

「図形の性質と証明」の導入において、直角二等辺三角形を用いて校舎の高さを求める題材が示されている。2年生までの知識では直角二等辺三角形を用いてしか高さを求めることができないが、3年生

1節 三角形

木の高さを求めよう

けいたさんとからんさんの学校の校舎には、高い木があります。

右の写真は、45°を測ることができな線量計です。木の高さを、線量計の先端にこの道具を使って測るには、どうすればよいでしょうか。

では相似を学習するため、直角二等辺三角形以外の図形を活用して高さを求めることができる。更には、高校生で学習する三角比を用いればほぼどのような状況であっても求めることができる。つまり、知識を身に付ければ身に付けるほど、多くの手段で測量をすることが可能になる。高度な内容を学習する意義を再認識させるための題材として扱っている。

(4) 外接円と内接円 (応用)

昨年は外接円と内接円という円の存在があることを取り上げたが、今年は2つの円の性質にまで掘り下げる内容が掲載されている。1年前に取り上げた内容を思い出させるとともに、つながりを意識させる指導を行うと効果的ではないかと思われる。

2点から等しい距離にある点は、その2点を結んだ線分の垂直二等分線にあるので、頂点B, Cを通る円の中心は、辺BCの垂直二等分線 ℓ 上にあります。同じように考えて、頂点A, Bを通る円の中心は、辺ABの垂直二等分線 m 上にあります。

これらのことから、 $\triangle ABC$ で、辺BCの垂直二等分線 ℓ と辺ABの垂直二等分線 m の交点をOとすると、 $OB = OC$, $OA = OB$ となり、 $OA = OB = OC$ したがって、点Oを中心として、OAを半径とする円をかくと、この円は、三角形の3つの頂点A, B, Cを通ります。

三角形の**外接円**
 三角形の3つの頂点を通る円を、この三角形の**外接円**といい、外接円の中心を、その三角形の**外心**といます。

4 まとめ

今年度は習熟度の高い発展講座を主担当としていたこともあり、発展的な内容を取り上げることが多かった。全員が定着できるわけではないが、ヒント付きで演習プリントを与えると時間をかけて解いてくる生徒も出てきている。

進学をメインに考えている生徒にとってはセンター試験が1つの目標となるためセンター試験との関連が中心になってしまうのだが、実生活にもつながる内容を見出していきたいと考えている。

また、今の3年生より「大学入学共通テスト」が始まる予定となっている。記述式の導入や論理的な思考力が問われる問題が出題される見通しであることが発表されている。今後はその動向も見極めながら、新テストに対応できる力も身に付けさせる指導法を研究していきたい。

5 引用文献・参考文献

- 『未来へひろがる 数学2』(啓林館)
- 『新編 数学A』(数研出版)
- 平成29年度センター試験I・A問題
- 平成28年度センター試験I・A問題