

身の回りの数学に関する指導法の研究

愛媛県立大洲農業高等学校 八木 富

1 はじめに

本校は、1年生で「数学Ⅰ（3単位）」、2年生で「数学A（2単位）」を全員が履修し、3年生においては、「数学Ⅱ（4単位）」を選択科目としている。生徒の様子としては、真面目に授業に取り組むことができるが、数学に対する苦手意識が強く、興味・関心が低い生徒も多い。

そのため、教具を活用したりグループ活動を取り入れたり、少しでも興味・関心をもって取り組むことができるような授業を展開してきた。その中で、生徒が「こんな身近なものにも数学が関係しているんだ」と驚いたことがあり、その姿がとても印象に残ったので、身の回りにある「数学」をもっと多くの生徒に気付かせたいと考えて、この主題を設定した。

2 研究の内容

生徒にとって「関数」の分野は、特に苦手意識が強い。そこで、少しでも興味・関心を持って授業に取り組めるように、「グラフをかく」ことについて研究した。

(1) 絵を座標上に描く

1年生の授業において、直線（または線分）と円（またはその一部）のみで表されるものを連想させ、言葉または絵で記入させた。そして、それらの絵を表す方程式を求め、直線（または線分）のみでできるもの、円（またはその一部）のみでできるもの、直線（または線分）と円（またはその一部）を合わせてできるものをそれぞれ座標上に描いてみた。

- ・ぶどう、さくらんぼ、団子、ドーナツ
- ・時計、メガネ、鍵
- ・くま、ネズミ、イモムシ
- ・アンパンマン、モンスターボール
- ・ミッキーマウス、バイマックス
- ・太陽、星、花、雪だるま 等

図1 生徒が連想したもの

完成した絵を生徒に紹介すると、歓声が起こり、式を使って絵を表すことができる

ことに驚いていた。しかし、1つの絵を描くために必要とされる式の多さに、少し引いている生徒もいた。

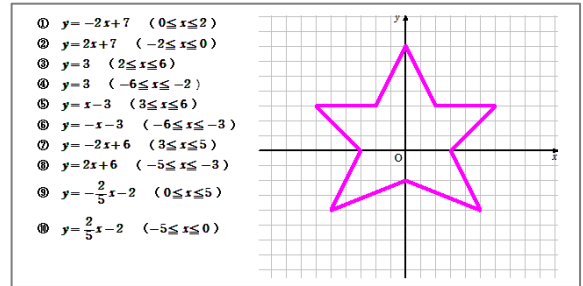


図2 作成したもの

直線（または線分）のみで描いてある絵は、一次関数であるので、今すぐにでも自分たちで描けることや、3年生になって「数学Ⅱ」を学習すると、円（またはその一部）を使ってできる絵も描くことができるようになることを伝えると、少し興味を示す生徒もいた。

そこで、3年生の授業において、実際に絵を描かせることにした。

(2) 絵を描く（生徒の活動）

「図形と方程式」の内容を学習した後、「グラフィックスに挑戦!」と題して、1年生に紹介した絵の中から、比較的単純な絵や式の少ないものを題材に選んだ。

1つずつ式をグラフにしていくと形が現れてくるので、完成するまで答えを言わないように約束させた。作業が進むにつれて仕上がりの絵を想像することができるので、予想以上にスムーズに描くことができた。そこで、20以上の式からできるものや不等式で領域を加えたものなど複雑な絵にも挑戦することにした。

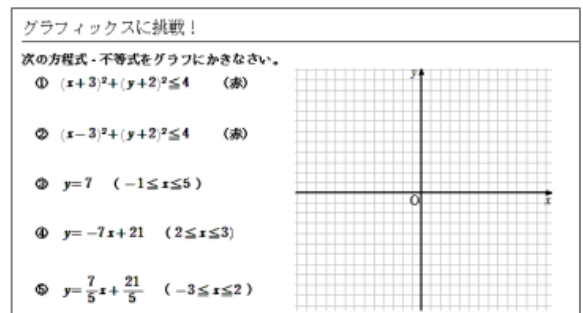


図3 問題

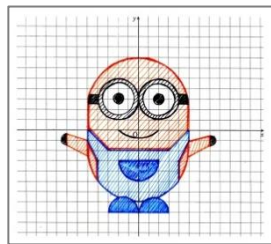
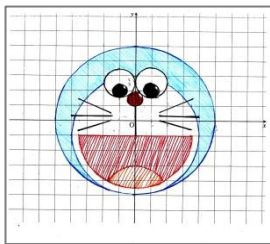
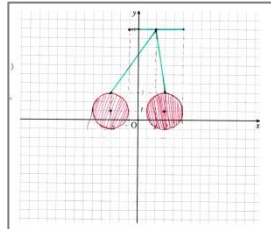
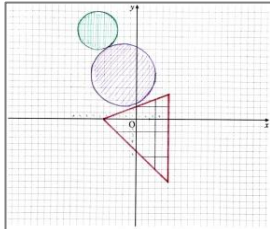


図4 活動の様子と生徒の作品

完成するたびに笑顔があふれ、とても楽しい活動になった。その中で、左右対称の絵の場合には、「右半分の式だけに減らして、y軸に関して対称でいいよね」、キャラクターの絵の場合には、「円を平行に移動したら、もっと目がかわいくなるよ」などいろいろな意見も出てきて、単純に絵を描くことを楽しんでいるだけではなく、数学的に考えていることが分かり感心した。

(3) 式を求める (生徒の活動)

絵を描くことができたので、次は絵から式を求めさせることにした。これは、比較的簡単な絵について考えさせた。

⑦ 次の図形を表す式を求めなさい。

① $(x+3)^2 + (y-2)^2 = 4$

② $(x-3)^2 + (y-4)^2 = 4$

③ $x^2 + y^2 = 9$

図5 生徒の解答

(4) 生徒の作品

式から絵を描き、絵から式を求めたが、どちらも与えられたものであるため、必ず絵は描けるし、式も求まるようになっていた。そこで、自力で直線や円の方程式を使うことができるように、座標上に自分で好

きな絵を描かせることにした。

生徒が考えたイラストは、大変凝ったものが多くて驚いた。たくさん時間はかかったが、自分が納得いくまで何度もやり直して考えていた。

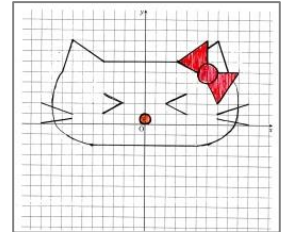
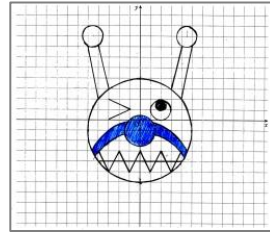


図6 生徒が考えたイラスト

生徒が考えてきたイラストは、別の生徒と教員が式を求めることにした。

① $(x+4.5)^2 + (y-8)^2 = 1$	⑬ $x^2 + (y+6)^2 = 36$
② $(x-4.5)^2 + (y-8)^2 = 1$	⑭ $x^2 + (y+6)^2 = 25$
③ $y = -\frac{1}{2}x - \frac{6}{5} \quad (-3 \leq x \leq -4)$	⑮ $y = -\frac{1}{2}x - 11 \quad (-4 \leq x \leq -3)$
④ $y = -\frac{1}{2}x - \frac{7}{2} \quad (-4 \leq x \leq -3)$	⑯ $y = \frac{1}{2}x + 1 \quad (-3 \leq x \leq -2)$
⑤ $y = -\frac{1}{2}x - \frac{9}{2} \quad (-3 \leq x \leq -4)$	⑰ $y = -\frac{1}{2}x - 17 \quad (-2 \leq x \leq -1)$
⑥ $y = \frac{1}{2}x - \frac{4}{3} \quad (4 \leq x \leq 5)$	⑱ $y = \frac{1}{2}x - 3 \quad (-1 \leq x \leq 0)$
⑦ $x^2 + (y+1)^2 = 2.25$	⑲ $y = -\frac{1}{2}x - 3 \quad (0 \leq x \leq 1)$
⑧ $y = -2x + \frac{1}{2}$	⑳ $y = \frac{1}{2}x - 7 \quad (1 \leq x \leq 2)$
⑨ $y = 2x + \frac{1}{2}$	㉑ $y = -\frac{1}{2}x + 1 \quad (2 \leq x \leq 3)$
⑩ $(x-2)^2 + (y-1)^2 = 1$	㉒ $y = \frac{1}{2}x - 11 \quad (3 \leq x \leq 4)$
⑪ $(x-2)^2 + (y-\frac{3}{2})^2 = 2.25$	㉓ $y = -4 \quad (-4 \leq x \leq 4)$
⑫ $x^2 + (y+1)^2 = 2.25$	

図7 生徒が求めた式

そして、生徒が求めた式は、グラフを描くパソコンのソフトを使用して確認することにした。1つ1つ式を入力していくと、ほとんど完成に近いところまで求めることができているのだが、定義域が不十分であったり、接しているつもりだったのに離れていたりする部分が見つかった。式を考え直すことで修正できた部分もあったが、元のイラストを修正しなければならない部分もあり、それぞれが意見を出し合っ、関数とグラフの関係の理解を深め合いながら、イラストを表す式を完成させることができた。

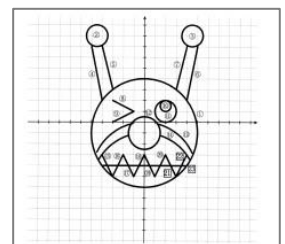
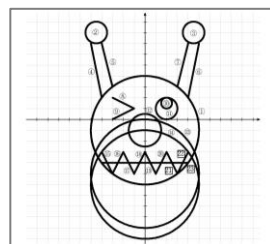


図8 生徒の式 (左) 改定版 (右)

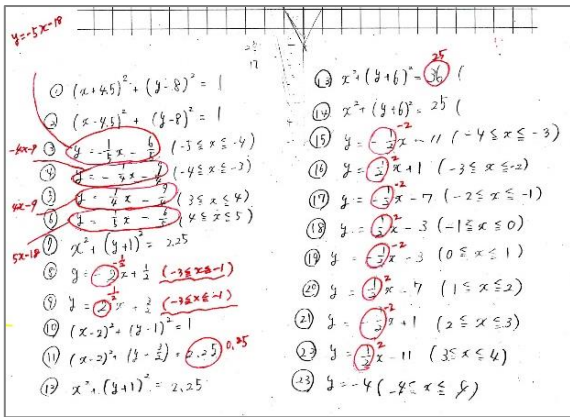


図9 修正した式

生徒の感想としては、「絵から式に直す方がやりやすく、楽しかった」、「身近なキャラクターが数学で表すことができている楽しく学べた」など楽しく活動ができたという意見が多かった。また、もっと高度な絵を描きたいと考えた生徒からは、「直線や円しか使えないと、絵が描きにくかった」という意見も出たので、「数学Ⅱ」や「数学Ⅲ」を学ぶことで、いろいろな曲線や楕円を描くことができるようになることを伝え、少し興味を示していた。

式から絵を作るのが非常に大変だ。
 だが、様々な式を解き、一つの絵が完成した瞬間は、日常生活の中にも多くの数学的要素が隠れていることを知ることができた。
 自分で絵を描いて、式を作るのは難しかった。
 今回、学習にこれだけ数学の面白さを感じることができた。

図10 生徒の感想

3 研究の成果と今後の課題

今回は、苦手意識の強い「関数」のグラフをかく分野について取り組んでみたが、生徒の興味・関心のあるキャラクターなどを取り上げたことで、生徒の反応はとても良かった。かわいい絵やキャラクターに数学を結びつけることができ、少し数学を「近く」に感じるようになった。

また、約30の式が並ぶ問題にも集中して取り組んだり、イラストをより良くするためにはどうすればよいのか意見を出し合ったりするなど、こちらが予想していた以上に生徒たちは意欲的に取り組むことができた。また、絵から式、式から絵と両面から求めたことで、直線（または線分）と円（または円の一部）

の理解はかなり深まったようである。

そして、いろいろなイラストを描くためには、直線（または線分）と円（または円の一部）だけでは物足りなさを感じていたので、 n 次関数や指数・対数関数、三角関数などを使えば滑らかな曲線が描けること、キャラクターの「目」を表現するためには楕円が便利であることなどに触れることができ、発展した学習についても興味を持たせることができたのではないかと感じた。

課題としては、今回も内容の決定から準備まで、計画的に研究を進めることができなかったために、方程式や定義域を十分に確認できていない部分があり、出来上がった絵がずれているなど教材として不十分なものもあった。また、活動していく中で、生徒から次々とアイデアが出てきたり、試してみたいことを思いついたりしたので、もう少し早い段階から計画をしておけば、もっといろいろなことを試すことができたのではないかと感じた。しっかりと計画することや余裕をもって研究することの大切さを実感した。

今回は、グラフで絵を描くことだけになってしまったが、「関数」や「図形と方程式」の学習の中でグラフをかいた時と比べると、身近なもの、興味のあるものだからこそ、グラフをかくことが楽しくできたのではないと思う。今後も生徒の身の回りにあるものを関連付けた授業の展開ができるように、教材や指導法の研究をしていきたい。

参考文献

『見える数学1』西三数学サークル著
 （星の環会）