平成18年度愛媛大学入試問題(数学)の研究

愛媛県立今治西高等学校　　小　池　照　雄

1　はじめに

5月20日(土)に松山南高校において，愛媛大学の内藤教授より平成18年度愛媛大学前期日程入試問題(理学部数学受験コース用問題を含む)についての説明があった．

2　出題傾向の考察

(1)出堰形式

昨年に引き続き，各学科とも次の範囲より全問記述4題を解答させるようになっている．

教育・農学部・・・・・・・・・・・「数学Ⅰ・Ⅱ・A・B」

理・医・工学部・・・・・・・・・・「数学Ⅰ・Ⅲ・Ⅲ・A・B」

理学部数学受験コース・・・「数学Ⅰ・・Ⅱ・Ⅲ・A・B・CJ

「数学B・C」の出題範囲は次のようになっている．

「数学B」・・・・・・数列，ベクトル

「数学C」・・・・・・行列とその応用，式と曲線

また昨年まであった選択問題は今年度はなくなり，教育・農学部受験者は$\boxed{1}$～$\boxed{4}$の4問必答，理・医・工学部受験者は$\boxed{3}$～$\boxed{6}$の4問必答となった．旧教育課程履修者に対する独自の出題もなかった．

(2)出題内容

$\boxed{1}$	Ⅱ，A	図形と方程式，平面図形の性質
$\boxed{2}$	Ⅱ，B	積分の計算，いろいろな数列，数学的帰納法
$\boxed{3}$	A	命題の真偽，証明，反例
$\boxed{4}$	B	空間ベクトルの内積，空間ベクトルと図形
$\boxed{5}$	Ⅲ	関数の増減・凹凸，最大・最小，面積
$\boxed{6}$	Ⅲ	曲線の接線，積分計算，回転体の体積

(3)難易度

例年通り，おおむね標準的・基本的なレベルであり，複合問題もなく素直な問題が多い．ただ正確な計算力は不可欠である．

3　平成18年度入試問題の分析

(1) 現3年生に入試問題を解かせてみて

1月中旬に本校3年生文系生徒40名に$\boxed{1}$～$\boxed{4}$を，理系生徒38名に$\boxed{3}$～$\boxed{6}$をそれぞれ100分間で解かせ，本校での定期考査程度の解答，採点を行った．配点は1問25点とし，満点は100点とした．

説明会では，各学部によって評価が異なり，したがって採点基準も異なるので，平均点も多少差がある．

たとえば，次のような評価であるらしい．

理学部・・・・論理的な力が付いているか

工学部・・・・複雑な式でも，がむしゃらに解けるか

教育学部・・ひとにわかりやすい答案が書けるか

(2) 問題分析

$\boxed{1}$

x 軸の正の部分を動く点 $\mathrm{P}(t,\ 0)$ $(t>0)$ と2点 $\mathrm{A}(0,\ 1)$，$\mathrm{B}(0,\ 3)$ がある．

(1)　3点 A，B，P を通る円の中心の座標を求めよ．

(2)　2点 A，B を通り，x 軸の正の部分に接する円の方程式を求めよ．

(3)　$\angle\mathrm{APB}$ を最大にする点 P の座標を求めよ．

得点度数分布

類型	平均点	0～4	5～9	10～14	15～19	20～24	25
文系	14.0	7	1	11	2	17	2

《考察》

・(1)，(2) はほとんどの生徒が良くできていたが，(1) は，$x^2+y^2+lx+my+n=0$ とおいてから3点の座標の値を代入して解いている答案が目立った．(2) では，$(x-a)^2+(y-2)^2=4$ とおいてから解けている生徒はごくわずかだった．

・(3) はほとんどの生徒が答案を書けていなかった．

・問題全体を通して，図形の性質をきちんと理解できていない生徒が多いことがわかった．

$\boxed{2}$

数列 $\{a_n\}$，$\{b_n\}$ を

$$a_1=b_1=0,\ a_{n+1}=a_n+2,\ b_{n+1}=a_n+b_n+\frac{4}{3}\ (n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots\cdots)$$

によって定める．

(1) 一般項 a_n, b_n を求めよ.

(2) 関数の列 $f_n(x)$ $(n=1, 2, 3, \cdots\cdots)$ を

$$\begin{cases} f_1(x)=x^2 \\ f_{n+1}(x)=\dfrac{1}{2}\displaystyle\int_x^{x+2} f_n(t)\,dt \quad (n=1, 2, 3, \cdots\cdots) \end{cases}$$

によって定める.

(i) $f_2(x)$, $f_3(x)$を求めよ.

(ii) すべての自然数 n について.

$$f_n(x)=x^2+a_n x+b_n$$

が成り立つことを. 教学的帰納法によって証明せよ.

得点度数分布

類型	平均点	0～4	5～9	10～14	15～19	20～24	25
文系	14.1	8	2	10	10	5	5

≪考察≫

・(1) はほぼ全員が正解であったが, b_n を求めるときに $n \geqq 2$ のとき, と書けていない生徒が数名いた.

・(2) の (i) は計算ミスをした生徒もいたが, だいたいよくできていた.

・(2) の (ii) は, $n=k+1$ のときも成り立つことをきちんと示すことができていたのは11名で, そのうちで a_k, b_k を残したままで式変形ができていたのは2名だけであった.

$\boxed{3}$

次の命題(1)～(5)について, 真偽を述べよ. さらに, その命題が真ならば証明し, 偽ならば反例をあげよ.

(1) すべての実数 x について, $\sqrt{x^2}=x$ が成り立つ.

(2) $x \geqq 0$ ならば $\sqrt{x+2} \leqq \sqrt{x}+\sqrt{2}$ である.

(3) $x>0$ ならば $\log_{10}(x+2) \leqq \log_{10}x+\log_{10}2$ である.

(4) n が整数かつ n^2 が2の倍数ならば, n は2の倍数である.

(5) すべての実数 a, b, c について.

$$\int_{-1}^{1}(ax^2+bx+c)dx=2\int_{0}^{1}(ax^2+bx+c)dx$$

が成り立つ.

得点度数分布

類型	平均点	0～4	5～9	10～14	15～19	20～24	25
文系	16.2	1	5	10	9	10	5
理系	15.2	2	6	14	8	5	6

(1)について

真偽が正しくて証明または反例も正しく答えていた者　文系27名　理系26名

真偽が正しいが証明または反例が正しく答えられなかった者　文系 3名　理系 5名

真偽がまちがった者　文系 9名　理系 6名

無答　文系 1名　理系 1名

(2)について

真偽が正しくて証明または反例も正しくこ答えていた者　文系25名　理系16名

真偽が正しいが証明または反例が正しく答えられなかった者　文系10名　理系18名

真偽がまちがった者　文系 4名　理系 2名

無答　文系 1名　理系 2名

(3)について

真偽が正しくて証明または反例も正しく答えていた者　文系27名　理系19名

真偽が正しいが証明または反例が正しく答えられなかった者　文系 0名　理系 3名

真偽がまちがった者　文系10名　理系10名

無答　文系 3名　理系 6名

(4)について

真偽が正しくて証明または反例も正しく答えていた者　文系17名　理系10名

真偽が正しいが証明または反例が正しく答えられなかった者　文系14名　理系17名

真偽がまちがった者　文系 3名　理系 2名

無答　文系 6名　埋系 9名

(5)について

真偽が正しくて証明または反例も正しく答えていた者　文系20名　埋系25名

真偽が正しいが証明または反例が正しく答えられなかった者　文系 5名　理系 5名

真偽がまちがった者　文系 6名　理系 2名

無答　文系 9名　理系 6名

《考察》

・(2)の証明を不等式のままで両辺を2乗している答案が多かった．きちんと両辺が正であることを説明してから2乗の差をとるようにと毎回指導してはいるが，何度言っても定着しないようである．

・(4)の証明が難しかったようである．

・偽の場合でも，証明しようとしている答案が目立った．

$\boxed{4}$

右図の直方体 OADB−CEFG において，

$$\overrightarrow{\mathrm{OA}}=\vec{a},\ \overrightarrow{\mathrm{OB}}=\vec{b},\ \overrightarrow{\mathrm{OC}}=\vec{c}$$

とおき，

$$|\vec{a}|=1,\ |\vec{b}|=2,\ |\vec{c}|=3$$

とする．また，2点 E，G を通る直線を l とする．

〈1） $\overrightarrow{\mathrm{OE}}$ と $\overrightarrow{\mathrm{EG}}$ を $\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$ を用いて表せ．

(2） P を l 上の点とする．このとき．$\overrightarrow{\mathrm{OP}}$ は実数 t を用いて

$$\overrightarrow{\mathrm{OP}}=\overrightarrow{\mathrm{OE}}+k\overrightarrow{\mathrm{EG}}$$

と表される．次の問に答えよ．

(i） $\overrightarrow{\mathrm{OP}}\perp\overrightarrow{\mathrm{EG}}$ となるとき．t の憶を求めよ．

(ii） $\triangle$OPE が二等辺三角形となるとき，t の値をすべて求めよ．

得点度数分布

類型	平均点	0～4	5～9	10～14	15～19	20～24	25
文系	14.5	9	1	9	11	4	6
理系	14.6	5	6	8	8	6	5

≪考察≫

・(1)はよくできていた．

・(2)の(i)は内積の計算でミスをする生徒が目立った．

・(2)の(ii)は，二等辺三角形になる場合の見落としや，辺の長さを求める計算途中でミスをしている者がかなりいた．また辺の長さに着目せずに，求めようとしている者もいくらかいた．

・計算力のない生徒が多いことに改めて気づかされた．

$\boxed{5}$

$a>0$ とし.

$$f(x)=\cos x-a\sin x\quad\left(0\leqq x\leqq\frac{\pi}{2}\right)$$

とおく. 方程式 $f(x)=0$ の $0\leqq x\leqq\dfrac{\pi}{2}$ における解を θ する. また, 曲線 $y=f(x)$, x 軸,および y軸で囲まれた面積をS_1 とし, 曲線 $y=f(x)$, x軸および直線$x=\dfrac{\pi}{2}$ で囲まれた面塀を S_2 とする.

(1) 曲線 $y=f(x)$ を$0\leqq x\leqq\dfrac{\pi}{2}$ の範囲で図示せよ.

〈2) $\cos\theta$, $\sin\theta$ を a を用いて表せ.

(3) S_1, S_2 を a を用いて表せ.

(4) a が $a>0$ の範囲を動くとき, S_1+S_2 を最小にする a の値を求めよ.

得点度数分布

類型	平均点	0～4	5～9	10～14	15～19	20～24	25
理系	6.6	24	3	4	0	5	2

《考察》

・(1)で微分して増減を調べるのではなくて, 合成しようとしている答案が, 非常に多くて驚いた. 問題を解く最初の段階でつまづき, 平均点も下がったのだと思う.

・(2)も同様にあまり手がつけられてなかった.

・多くの生徒がほとんど答案が書けていなかった.

6

$f(x)=\log x$ とおく.

(1) 定積分$\displaystyle\int_1^e f(x)dx$ を求めよ.

(2) 定積分$\displaystyle\int_1^e \{f(x)\}^2dx$ を求めよ.

(3) 点 $(e,\ f(e))$ における曲線 $y=f(x)$ の接線 l の方程式を求めよ.

(4) (3)で求めた接線 l , 曲線 $y=f(x)$ および x 軸で囲まれた図形を x 軸のまわりに1回転してできる立体の体積 V を求めよ.

得点度数分布

類型	平均点	0～4	5～9	10～14	15～19	20～24	25
理系	12.4	8	5	7	10	1	7

《考察〉

・(1)の)部分積分はよくできていた．授業で公式として教えていたので，部分積分の式を書かずに，いきなり答えを書いている者も多かった．

・(2)の部分穂分も良くできていた．

・(3)の接線の方程式を求める問題もよくできていた．

・(4)の回転体の体積の問題も，授業で教えたところであったせいか，よくできていた．π を忘れたり，2乗するのを忘れた答案もなかった．

(3)平均点

得点度数分布

類型	平均点	0～	10～	20～	30～	40～	50～	60～	70～	80～	90～	100
文系	58.8	0	1	3	2	7	6	8	8	5	0	0
理系	48.7	1	1	5	5	8	6	6	4	0	2	0

4　おわりに

今年度も基本的あるいは標準的な問題が多い．今年度の特徴として，昨年に引き続き図形の性質の理解度な問う問題が出題されたことがあげられる．しばらくは続くであろうと思われるので，十分な対策が必要である．

この研究により感じたことは，とにかく，基本的な内容の確認と徹底，標準的な良問を繰り返し解くことが大切であるということである．生徒は11月中旬に解いたとはいえ，まだまだ2次試験に対する力は備わっていない．誤答分析からも，基本的な事項がまだ消化しきれていない生徒も多く見られる．それに加え，計算力不足な点，図やグラフをかいて考えようとしない点，問題内での関連性を見抜く力の不足など，いろいろな問題点が見つかった．基本的なところから一つ一つ正確に解けるようにし，少しづつ力を伸ばしていきたい．

今後は，各大学の入試問題をよく研究して，問題の傾向を早くつかみ，受験校に応じて効果的かつ合理的に，各生徒の能力を最大限に引き出せるような指導ができるよう努力していきたい．