平成２０年度大学入試センター試験アンケートの分析

愛媛県立今治北高等学校　　田口　公弘
愛媛県立大洲高等学校　　冨田　裕昭
愛媛県立西条高等学校　　真田　幸治

１　はじめに

今年度の大学入試センター試験は、志願者数が543,385人(昨年553,352人)で、昨年に比べて9,967人減少した。受験率は92.82%(昨年92.40%)とほぼ昨年並みであった。

受験者数は「数学Ⅰ・数学A」が350,198人(昨年353,545人)と昨年に引き続き減少、「数学Ⅱ・数学B」が317,103人(昨年316,968人)と昨年に比べわずかに増加した。平均点は「数学Ⅰ・数学A」が66.31点(昨年54.06点)、「数学Ⅱ・数学B」が51.01点(昨年48.94点)と２科目とも平均点がアップし、特に「数学Ⅰ・数学A」は12.25点もアップした。(数字は大学入試センター発表)

「数学Ⅰ・数学A」「数学Ⅱ・数学B」ともに大問構成、出題分野、配点ともに、昨年と比べ変化はなかった。「数学Ⅰ・数学A」は、全体的に難易度は易化し、平均点が12.25プラスと大きくアップした。第1問で現行課程になってから計算中心の問題が出題されていたが、今回は図形を絡めた問題となり、全体として平面図形の出題割合が多くなった。アンケート結果で昨年度に比べ、「解答時間が少ない」と答えた生徒は20.9%の減少、「教科書の節末・章末問題と比べ難しい」と答えた生徒は45.0%の減少となり、生徒たちも問題全体の易化を感じ取っており、平均点の上昇を裏付けている。「数学Ⅱ・数学B」は、第2問までの計算量が増加したが、第3問以降が減少したため、昨年と比べ、問題量、計算量ともに総合的には同程度であり、平均点も昨年と大きく変化はなかった。また、第1問で相加平均・相乗平均の関係を利用する問題が出題された。アンケート結果で昨年度に比べ、「解答時間が少ない」と答えた生徒は0.7%の増加、「教科書の節末・章末問題と比べ難しい」と答えた生徒は1.5%の減少となり、生徒達は昨年と同様にかなり難しく感じたようである。「数学Ⅰ・数学A」「数学Ⅱ・数学B」ともに試験時間60分という時間を考えると、今年度も、受験生にとって高い計算処理能力と数学的な考えが必要とされ、依然としてハイレベルな出題であった。

大学入試研究委員会では、県内の高校生に対して、昭和63年度入試から共通一次試験、平成２年度入試からは大学入試センター試験に関するアンケートを毎年実施している。このアンケートの結果を分析し、これをもとに数学の指導方法について研究を続けてきた。今回も昨年度に引き続き意識調査のアンケートを「数学Ⅰ・数学Ａ」と「数学Ⅱ・数学Ｂ」の科目別に分けて、受験生の意識を詳細に探ることができるよう努めた。

２　アンケートの概要

大学入試研究委員会では愛媛県内の高校生の受験したセンター試験の結果を今後の指導に生かすため、例年、県内各高校の協力を得て、現役高校生の実態調査をしている。

アンケートはセンター試験の各設問別に正答、誤答、無答を記入する問題編と、受験生がセンター試験を受験しての意識を問うアンケート編の２部構成となっている。今回のアンケートは県内各高校の2,107名の受験生の協力を得た。また、アンケート実施日はセンター試験直後である。(本文後に調査結果を掲載)

なお、表中の愛媛県平均とは、アンケート調査結果によるデータであり、愛媛県下全ての受験生の平均ではない。

表１　平均点比較

	愛　媛		全　国	
数学ⅠＡ	71.6	(59.5)	66.31	(54.06)
数学ⅡＢ	51.9	(49.5)	51.01	(48.94)

(　)は、前年度の平均点を表す。
全国平均は大学入試センター発表

表２　全国平均点、愛媛県平均点の推移

数学Ⅰ・数学Ａ

	愛　媛	全　国	差
Ｈ11	54.5	50.7	3.8
Ｈ12	72.7	73.7	-1.0
Ｈ13	67.0	64.9	2.1
Ｈ14	68.2	63.8	4.4
Ｈ15	67.2	61.2	6.0
Ｈ16	72.4	70.2	2.2
Ｈ17	71.7	69.4	2.3
Ｈ18	68.6	62.4	6.2
Ｈ19	59.5	54.1	5.4
Ｈ20	71.6	66.3	5.3

数学Ⅱ・数学Ｂ

	愛　媛	全　国	差
Ｈ11	67.1	62.1	5.0
Ｈ12	59.6	57.4	2.2
Ｈ13	68.9	68.9	0.0
Ｈ14	59.6	59.2	0.4
Ｈ15	55.1	49.8	5.3
Ｈ16	43.8	45.7	-1.9

H17	51.5	52.5	-1.0
H18	60.3	57.7	2.6
H19	49.5	48.9	0.6
H20	51.9	51.0	0.9

3　センター試験の全体的傾向

(1)　数学Ⅰ・数学Ａ

出題形式、配点ともに昨年と同様である。平面図形は昨年度と同様、図形と計量との融合問題として出題された。今年度は、第1問に図形を絡めた出題がなされ、第3問も含めて平面図形の内容が多く、図形問題重視を意識したような作問であった。昨年に比べ、第3問、第4問の得点の上昇が5点前後あり、平均点の上昇に大きく影響している。アンケート項目でも「出題数はちょうどよい」と答えた生徒は81.3%（昨年68.0%)、「教科書の節末・章末問題と難しかった」と答えた生徒は18.1%（昨年63.1%)、「時間はちょうどよい」と答えた生徒は63.6%（昨年43.4%）という結果が出ており、昨年度と比べて易化したことを生徒達も感じ取れた様子である。

表３　大問別平均点および得点率

問題番号（配点）	平均点	得点率
第1問（20）方程式と不等式・集合と論理	15.0（14.1）	75.0%（70.1%）
第2問（25）２次関数	20.0（18.7）	80.0%（74.8%）
第3問（30）図形と計量・平面図形	20.9（15.8）	69.7%（52.7%）
第4問（25）場合の数・確率	15.7（10.9）	62.8%（43.6%）

（　）は、前年度を表す。

それでは問題ごとの分析を行う。

第１問「方程式と不等式・集合と論理」

〔１〕台形の面積と三角形の面積から２次不等式を立式する問題である。問題文から作図ができれば、計算は易しいので対処しやすい問題であった。だた、第1問の〔１〕から、図形の融合問題が出ることは珍しく、戸惑った生徒もいるかもしれない。

〔２〕昨年に引き続き、自然数に関する必要条件・十分条件の問題である。条件を満たすm，ｎの組を具体例として書き出すことで比較的解答しやすくなると思われる。$\boxed{コ}$を考えるときに$\boxed{ケ}$で考えた対偶を考えると取り組みやすいであろう。

$\boxed{コ}$、$\boxed{シ}$以外は正答率80%を前後となっており、教科書レベルの問題で難易度は昨年並みである。

第２問「２次関数」

頂点の座標、グラフとx軸との共有点、区間における関数の最大・最小を題材とした問題であった。前半の頂点の座標を求める部分において、係数に文字が入っているので少し計算が大変であるが、頻出問題であるので、しっかり準備していれば十分対処できる問題である。後半の最大値・最小値を求める部分においては、係数がすべて数字であり、容易であった。大問を通しての得点率が80.0%となっており、教科書レベルの問題で難易度は昨年並みである。

第３問「図形と計量・平面図形」

昨年に引き続き三角形とその外接円に関する三角比と平面図形の問題であった。円に内接する三角形、接線と弦の作る角についての定理、正弦定理・余弦定理、相似の性質、方べきの定理など幅広い知識を求められている。前半の正弦定理・余弦定理を用いる問題は基本的な問題で教科書レベルの内容が理解できていれば十分取り組めたと思われる。後半では、旧課程の「平面図形」で見られた記号選択問題の形式であったので、多少戸惑った生徒もいたかもしれない。最後の２問は、正答率が25%前後で、無答率も20%を超えているが、前半の得点率は92%ととても高く、後半の誘導も親切で計算量も標準的なので、昨年より易しくなった。

第４問「場合の数・確率」

さいころの出た目に応じて文字列を作る問題である。(1)は標準的であるが、(2)は昨年と同様に数えにくい設定となっており、(3)はＡ・Ｂの区別をなくし考え直すため数えやすくなっている。限られた時間で早く正確に数え上げることを求められる問題で、(2)は時間的余裕のない状態ではなかなか気がつきにくかったと思われる。大問４つの中で一番得点率が低く、受験生にとってセンター試験における場合の数・確率は苦手な分野であることを再確認した。(1)の得点率は89%、(2)の得点率は48%、(3)の確率の部分の得点率は68%、(3)期待値の部分の得点率は40%と、(1)(3)の得点率が高く全体的にみて昨年より易化した。

(2)　数学Ⅱ・数学Ｂ

出題形式・配点とも昨年度と同様である。第1問で相加平均・相乗平均の関係を利用する問題が出題された。第1問の得点率が昨年に比べ20.0%減少し難化がみられたが、選択問題が易化したため、全体的な問題量、難易度は昨年並みであった。アンケート項目でも「出題数は多すぎる」と答えた生徒は53.5%（昨年52.8%)、「教科書の節末・章末問題と比べ難しかった」と答えた生徒は76.1%(昨年77.6%)、「時間が少なすぎる」と答えた生徒は65.8%（昨年65.1%)と、昨年度と同様な結果が出ている。

今年度も選択問題の組み合わせは、ほとんどのものが(92.4%）数列・ベクトルのパターンを選んでいる。

それでは問題ごとの分析を行う。

第１問「いろいろな関数」

〔１〕指数関数・対数関数の計算と最小値を求める問題である。指数の中に対数が出てくるこの単元独特の計算力

表４　選択問題をいつ選んだか

選択した問題のみを解いた	選択した問題以外も解いてみて自信のある問題を解答した
97.7％	2.3％

表５　大問別平均点および得点率

問題番号（配点）	平均点	得点率
第1問（30）いろいろな関数	13.1（19.1）	43.7％（63.7％）
第2問（30）微分・積分	18.5（16.8）	61.7％（56.0％）
第3問（20）数列	9.9（ 6.5）	49.5％（32.5％）
第4問（20）ベクトル	10.4（ 7.2）	52.0％（36.0％）
第5問（20）統計	9.5（ 8.1）	47.5％（40.5％）
第6問（20）数値計算とコンピュータ	3.3（ 0.0）	16.5％（ 0.0％）

（　）は、前年度を表す。

表６　問題選択の組み合わせのパターン

組み合わせのパターン	割合
第3問と第4問（数列＋ベクトル）	92.5%
第3問と第5問（数列＋統計）	1.6%
第3問と第6問（数列＋数値計算とコンピュータ）	0.3%
第4問と第5問（ベクトル＋統計）	5.3%
第4問と第6問（ベクトル＋数値計算とコンピュータ）	0.0%
第5問と第6問（統計＋数値計算とコンピュータ）	0.3%

が必要とされる問題であった。$z+\frac{1}{z}$のところで相加平均・相乗平均の関係を使うところがセンター試験としては目新しいところである。親切な誘導がついており、解きやすい問題であった。

〔２〕三角関数と動径による円上の動点についての問題である。目新しい問題で、図を丁寧に書き2点の動きを把握することがポイントである。(2)(3)は、図から立式することが難しいようで、得点率が21%、11%と低かった。(4)は周期を考える問題で、得点率が4%と苦手としている生徒が多かったようである。

問題量・計算量が〔１〕〔２〕ともに多く、特に〔２〕は正答率も低く、昨年度に比べ難化した。

第２問「微分法・積分法」

１点を共有する２つの２次関数の問題である。(1)の共有点の座標、接線の方程式、(2)の面積については、標準的な内容である。(3)は図を書いて状況を把握し、面積を場合分けして求めるところが難しく、正答率もここで急降下(10%台)している。$\boxed{セ}$, $\boxed{ソ}$, $\boxed{ケ}$, $\boxed{コ}$がヒントになっていることに気がつくと対処しやすかったであろう。正確で素早い計算力と、図形的な考察をする力が必要とされ、昨年度より難易度は増した。

第３問「数列」

等差数列・等比数列と隣接２項間の漸化式を絡めた問題である。漸化式の内容は、昨年度に引き続き出題された。(1)は等差数列とその和を求める基本問題である。(2)の前半は、数列の一般項において恒等式を利用する問題、後半は、漸化式を元に一般項を求めていく問題であるが、誘導通りに進めていくと単なる計算中心の問題となる。しかし、数列$\{c_n\}$の一般項と初項から第ｎ項までの和の正答率が、それ以外の部分より40%以上低く、漸化式の表現と文字の複雑さで生徒達は難問に感じたのかもしれない。昨年に比べ前半が易化した。

第４問「ベクトル」

四面体における空間ベクトルの問題である。(1)は大きさや内積を求める典型的な計算主体の問題であり、正答率も８割前後あった。(2)の最初に誘導なしで、AP:PBを文字を使って自分で設定する必要があり、その後正答率も４割前後となり、ここが分かれ目になったと思われる。また、内積の計算で利用するa+b+cの２乗の展開公式や、△OABの面積で利用する$\frac{1}{2}\sqrt{|\vec{a}|^2|\vec{b}|^2 - (\vec{a}\cdot\vec{b})^2}$の公式を使うか使わないかでも時間的な差がついたと思われる。最後の体積については、CPと△OABが垂直であることが大きなヒントとなっているので、立体的な把握が十分でない場合にも解答することはできた。昨年に比べ計算量は同程度であるが、前半が易化したことと、後半に丁寧な誘導があったので、昨年度より平均点が上昇したと思われる。

第５問「統計とコンピュータ」

２つの変数の相関図から、平均値、中央値、分散などを計算する問題であった。具体的な数値で計算しやすい問題であったが、データ量が多いので計算ミスをしないように心がけることが必要であった。データの入力ミスを訂正する問題が目新しいところである。教科書にあるレベルの問題であり、多くのデータを素早く分析する必要はあるが、昨年度より難易度は易化したと思われる。

第６問「数値計算とコンピュータ」

ユークリッドの互除法を利用して最大公約数・最小公倍数を求める問題であった。昨年度と同様にベーシックを

利用し、教科書にも扱われている内容で比較的対処しやすい問題であった。前半は最大公約数について、後半は前半のプログラムを変更して最小公倍数について求めるようになっており、変更を考えるところが少し難しかったようである。また、整数についての知識も必要であり、最大公約数と最小公倍数の関係が理解できていないと難しかったようである。標準的な内容であり、昨年と難易度は同程度であると思われる。

４　研究のまとめと今後の課題

センター試験の出題傾向も徐々に変化し、今年度も知識や計算力だけではなく、数学的なものの見方や考え方を問う出題が多くされた。特に、今年度は、融合問題が多くみられ、題意を理解し、適切な図を書くことが重要なポイントであった。

センター試験において、教科書レベルの基本問題を理解させるため、基本的な事柄の反復練習を徹底することはとても効果的であると思う。しかし、数学的な思考力と図形的な性質を利用する力つけなければ、高得点を目指すことはできない。反復練習と時間をかけてじっくり考えるという２つの指導をバランスよく行うことが求められている。限られた高校生活で対処するため、早期からの計画的なセンター試験用の演習が必要であろう。また、１問１５分程度で解答しないといけない試験時間を考えると、各問題の時間配分だけでなく、解ける問題を素早く選択する力も必要になってくると思われる。生徒達の目標実現のために、我々も変化に対応すべく努力を続けていかなければならない。

平成20年度大学入試センター試験数学アンケート集計結果

数学Ｉ・数学Ａ

1　問題は全体として、教科書の節末・章末問題と比べ

	人数	%
やさしかった	727	34.5%
同じ程度だった	998	47.4%
むつかしかった	382	18.1%

2　この程度の問題ならば

	人数	%
教科書中心の授業で十分	1169	55.5%
受験準備が必要	930	44.5%

3　出題数は

	人数	%
少なすぎる	78	3.7%
ちょうどよい	1714	81.3%
多すぎる	315	15.0%

4　出題分量に対して、時間は

	人数	%
少なすぎる	617	29.3%
ちょうどよい	1340	63.6%
多すぎる	150	7.1%

5　問題の傾向についてみると

	人数	%
知識を問う傾向	520	24.7%
考え方を見る傾向	654	30.6%
知識と考え方のバランスがとれている	942	44.7%

6　解答形式(マークセンス方式)について、その練習は

	人数	%
しなくてもよい	252	12.0%
少しはしたほうがよい	1294	61.4%
大いにしなければいけない	561	26.6%

自己採点結果

第１問	正答	誤答	無答
ｱｲ	92.9%	6.5%	0.6%
ｳｴｵｶ	81.6%	16.2%	2.2%
ｷｸ	79.5%	18.0%	2.5%
ｹ	82.1%	16.9%	1.0%
ｺ	43.7%	54.2%	2.1%
ｻ	80.8%	17.9%	1.3%
ｼ	59.4%	38.5%	2.1%

第２問	正答	誤答	無答
ｱ	97.9%	2.0%	0.1%
ｲｳｴｵｶ	86.6%	12.6%	0.8%
ｷｸｹｺ	84.8%	13.4%	1.8%
ｻｼｽ	83.6%	13.4%	3.0%
ｾ	82.3%	13.9%	3.8%
ｿﾀ	76.2%	18.7%	5.1%
ﾁ	76.4%	17.8%	5.8%
ﾂﾃ	74.5%	18.5%	7.0%
ﾄ	74.8%	18.3%	6.9%
ﾅﾆﾇ	64.8%	26.4%	8.8%

第３問	正答	誤答	無答
ｱ	97.8%	1.8%	0.4%
ｲｳｴ	95.3%	4.2%	0.5%
ｵｶ	94.3%	5.1%	0.6%
ｷｸｹｺ	86.6%	11.6%	1.8%
ｻｼ	84.3%	13.4%	2.3%
ｽ	86.9%	10.9%	2.2%
ｾ	69.2%	27.2%	3.6%
ｿﾀﾁ	49.0%	40.1%	10.9%
ﾂ	66.6%	25.9%	7.5%
ﾃﾄﾅﾆ	25.8%	53.3%	20.9%
ﾇﾈﾉ	22.7%	54.1%	23.2%

第４問	正答	誤答	無答
ｱ	91.1%	8.4%	0.5%
ｲ	86.5%	12.3%	1.2%

カ	83.1%	13.6%	3.3%
キクケコ	42.7%	43.7%	13.6%
サシ	43.0%	42.7%	14.3%
ス	53.7%	31.4%	14.9%
セソタ	22.2%	53.9%	23.9%
チ	54.0%	30.2%	15.8%
ツテト	28.4%	44.6%	27.0%
ナニヌ	21.9%	45.7%	32.4%

第５問	正答	誤答	無答
アイ	82.4%	16.9%	0.7%
ウエ	73.9%	23.2%	2.9%
オカキ	73.9%	23.9%	2.2%
クケコ	47.9%	47.2%	4.9%
サシス	50.0%	45.1%	4.9%
セソ	40.1%	52.1%	7.8%
タ	59.9%	35.2%	4.9%
チ	62.0%	33.1%	4.9%
ツ	56.3%	37.3%	6.4%
テトナ	9.9%	59.9%	30.2%
ニ	33.1%	43.0%	23.9%
ヌ	26.8%	47.2%	26.0%

第６問	正答	誤答	無答
ア	0.0%	85.7%	14.3%
イ	0.0%	85.7%	14.3%
ウ	0.0%	85.7%	14.3%
エ	14.3%	71.4%	14.3%
オ	14.3%	71.4%	14.3%
カキ	14.3%	71.4%	14.3%
ク	57.1%	42.9%	0.0%
ケ	28.6%	57.1%	14.3%
コ	28.6%	57.1%	14.3%
サ	42.9%	57.1%	0.0%
シ	0.0%	85.7%	14.3%

センター試験　【数学Ⅰ・A，数学Ⅱ・B】
１月２０日実施　各６０分　各１００点

数学Ⅰ・数学A
(全　問　必　答)

第１問 (配点　20)

〔1〕 長方形ABCDにおいて，AB＝CD＝8，BC＝DA＝12とする。辺AB上に点P，辺BC上に点Q，辺CD上に点Rを

AP＝BQ＝CR

となるようにとり，AP＝xとおく（$0<x<8$）。このとき，台形PBCRの面積は $\boxed{アイ}$ である。また，△PQRの面積Sは

$S=x^2-\boxed{ウエ}x+\boxed{オカ}$

である。$S<24$となるxの範囲は

$\boxed{キ}<x<\boxed{ク}$

である。

〔2〕 次の $\boxed{ケ}$ ～ $\boxed{シ}$ に当てはまるものを，下の⓪～③のうちから一つずつ選べ。ただし，同じものを繰り返し選んでもよい。

自然数m，nについて，条件p，q，rを次のように定める。

p：$m+n$は2で割り切れる
q：nは4で割り切れる
r：mは2で割り切れ，かつnは4で割り切れる

また，条件pの否定を$\overline{p}$，条件rの否定を$\overline{r}$で表す。このとき

pはrであるための $\boxed{ケ}$。
$\overline{p}$は$\overline{r}$であるための $\boxed{コ}$。
「pかつq」はrであるための $\boxed{サ}$。
「pまたはq」はrであるための $\boxed{シ}$。

⓪ 必要十分条件である
① 必要条件であるが，十分条件でない
② 十分条件であるが，必要条件でない
③ 必要条件でも十分条件でもない

第２問 (配点　25)

a，bを定数とし，$a\neq0$とする。２次関数

$y=ax^2-bx-a+b$　…………①

のグラフが点$(-2,\ 6)$を通るとする。
このとき

$b=-a+\boxed{ア}$

であり，グラフの頂点の座標をaを用いて表すと

$$\left(\frac{-a+\boxed{イ}}{\boxed{ウ}a},\ \frac{-\left(\boxed{エ}a-\boxed{オ}\right)^2}{\boxed{カ}a}\right)$$

である。
さらに，２次関数①のグラフの頂点のy座標が-2であるとする。
このとき，aは

$\boxed{キ}a^2-\boxed{クケ}a+\boxed{コ}=0$

を満たす。これより，aの値は

$a=\boxed{サ},\ \dfrac{\boxed{シ}}{\boxed{ス}}$

である。

以下，$a=\dfrac{\boxed{シ}}{\boxed{ス}}$であるとする。

このとき，２次関数①のグラフの頂点のx座標は $\boxed{セ}$ であり，
①のグラフとx軸の２交点のx座標は $\boxed{ソ}$，$\boxed{タ}$ である。
ただし，$\boxed{ソ}$ と $\boxed{タ}$ は解答の順序を問わない。

また，関数①は $0 \leqq x \leqq 9$ において

$x = \boxed{\text{チ}}$ のとき，最小値 $\boxed{\text{ツテ}}$ をとり

$x = \boxed{\text{ト}}$ のとき，最大値 $\dfrac{\boxed{\text{ナニ}}}{\boxed{\text{ヌ}}}$ をとる。

第3問 （配点　30）

$\triangle$ABC において，AB $= 7$，BC $= 4\sqrt{2}$，$\angle$ABC $= 45^\circ$ とする。
また，$\triangle$ABC の外接円の中心を O とする。

このとき，CA $= \boxed{\text{ア}}$ であり，外接円 O の半径は $\dfrac{\boxed{\text{イ}}}{\boxed{\text{ウ}}}\sqrt{\boxed{\text{エ}}}$ である。

外接円 O 上の点 A を含まない弧 BC 上に点 D を CD $= \sqrt{10}$ であるようにとる。$\angle$ADC $= \boxed{\text{オカ}}^\circ$ であるから，AD $= x$ とすると x は 2 次方程式

$$x^2 - \boxed{\text{キ}}\sqrt{\boxed{\text{ク}}}\,x - \boxed{\text{ケコ}} = 0$$

を満たす。$x > 0$ であるから AD $= \boxed{\text{サ}}\sqrt{\boxed{\text{シ}}}$ となる。

下の $\boxed{\text{ス}}$，$\boxed{\text{セ}}$，$\boxed{\text{ツ}}$ には，次の⓪～⑤のうちから当てはまるものを一つずつ選べ。ただし，同じものを繰り返し選んでもよい。

⓪ AC　① AD　② AE　③ BA　④ CD　⑤ ED

点 A における外接円 O の接線と辺 DC の延長の交点を E とする。このとき，$\angle$CAE $= \angle\boxed{\text{ス}}$E であるから，$\triangle$ACE と $\triangle$D$\boxed{\text{セ}}$ は相似である。
これより

$$\text{EA} = \frac{\boxed{\text{ソ}}}{\boxed{\text{タ}}}\sqrt{\boxed{\text{チ}}}\,\text{EC}$$

である。また，EA$^2 = \boxed{\text{ツ}}\cdot$EC である。したがって

$$\text{EA} = \frac{\boxed{\text{テト}}}{\boxed{\text{ナ}}}\sqrt{\boxed{\text{ニ}}}$$

であり，$\triangle$ACE の面積は $\dfrac{\boxed{\text{ヌネ}}}{\boxed{\text{ノ}}}$ である。

第4問 （配点　25）

さいころを 3 回投げ，次の規則にしたがって文字の列を作る。ただし，何も書かれていないときや文字が 1 つだけのときも文字の列と呼ぶことにする。

1 回目は次のようにする。

- 出た目の数が 1，2 のときは，文字 A を書く
- 出た目の数が 3，4 のときは，文字 B を書く
- 出た目の数が 5，6 のときは，何も書かない

2 回目，3 回目は次のようにする。

- 出た目の数が 1，2 のときは，文字の列の右側に文字 A を 1 つ付け加える
- 出た目の数が 3，4 のときは，文字の列の右側に文字 B を 1 つ付け加える
- 出た目の数が 5，6 のときは，いちばん右側の文字を削除する。ただし，何も書かれていないときはそのままにする

以下の問いでは，さいころを 3 回投げ終わったときにできる文字の列について考える。

(1) 文字の列が AAA となるさいころの目の出方は $\boxed{\text{ア}}$ 通りである。

文字の列が AB となるさいころの目の出方は $\boxed{\text{イ}}$ 通りである。

(2) 文字の列が A となる確率は $\dfrac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エオ}}}$ であり，何も書かれていない文字の列となる確率は $\dfrac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キク}}}$ である。

(3) 文字の列の字数が 3 となる確率は $\dfrac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コサ}}}$ であり，字数が 2 となる確率は $\dfrac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{スセ}}}$ である。また，文字の列の字数の期待値は $\dfrac{\boxed{\text{ソタ}}}{\boxed{\text{チ}}}$ である。ただし，何も書かれていないときの字数は 0 とする。

数学Ⅱ・数学Ｂ

第1問 （必答問題）（配点　30）

〔1〕 実数 x，y は

$$3^{1+\log_{10}x} - 5^y = 1 \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (*)$$

を満たしている。このとき

$$K = \frac{5^y}{3} + 3^{-\log_{10}x}$$

の最小値を求めよう。

真数の条件により $x > \boxed{\text{ア}}$ である。ただし，対数 $\log_a b$ に対し，a を底といい，b を真数という。次に，$(*)$ より

$$5^y = \boxed{\text{イ}}\cdot 3^{\log_{10}x} - 1$$

である。$z = 3^{\log_{10}x}$ とおくと，$5^y > 0$ であるから，z のとり得る値の範囲は

$$z > \frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}$$

となる。さらに

$$K = z + \frac{\boxed{\text{オ}}}{z} - \frac{1}{\boxed{\text{カ}}}$$

となるから，K は $z = \boxed{\text{キ}}$ のとき，最小値 $\dfrac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}}$ をとる。このとき，$x = \boxed{\text{コ}}$，$y = \log_{\boxed{\text{サ}}}\boxed{\text{シ}}$ である。

〔2〕 a を正の定数とする。点 O を原点とする座標平面において，中心が O で，半径が 1 の円と半径が 2 の円をそれぞれ C_1，C_2 とする。$\theta \geqq 0$ を満たす実数 θ に対して，角 $a\theta$ の動径と C_1 との交点を P とし，角 $\dfrac{\pi}{2} - \dfrac{\theta}{3}$ の動径と C_2 との交点を Q とする。ここで，動径は O を中心とし，その始線は x 軸の正の部分とする。

(1) $\theta = \pi$ のとき，Q の座標は $\left(\sqrt{\boxed{\text{ス}}},\ \boxed{\text{セ}}\right)$ である。

(2) 3点O，P，Qがこの順に一直線上にあるような最小のθの値は

$$\frac{\boxed{\text{ソ}}}{\boxed{\text{タ}}\,a+\boxed{\text{チ}}}\pi$$

である。θが

$$0\leqq\theta\leqq\frac{\boxed{\text{ソ}}}{\boxed{\text{タ}}\,a+\boxed{\text{チ}}}\pi$$

の範囲を動くとき，円C_2において点Qの軌跡を弧とする扇（おうぎ）形の面積は

$$\frac{\boxed{\text{ツ}}}{\boxed{\text{テ}}\,a+\boxed{\text{ト}}}\pi$$

である。

(3) 線分PQの長さの2乗PQ^2は

$$\boxed{\text{ナ}}-\boxed{\text{ニ}}\sin\left(\frac{\boxed{\text{ヌ}}\,a+\boxed{\text{ネ}}}{\boxed{\text{ノ}}}\theta\right)$$

である。

(4) xの関数$f(x)$を

$$f(x)=\boxed{\text{ナ}}-\boxed{\text{ニ}}\sin\left(\frac{\boxed{\text{ヌ}}\,a+\boxed{\text{ネ}}}{\boxed{\text{ノ}}}x\right)$$

とおき，$f(x)$の正の周期のうち最小のものが4πであるとすると，

$$a=\frac{\boxed{\text{ハ}}}{\boxed{\text{ヒ}}}$$ である。

第2問 （必答問題）（配点 30）

aを正の実数とし，xの2次関数$f(x)$，$g(x)$を

$$f(x)=\frac{1}{8}x^2$$

$$g(x)=-x^2+3ax-2a^2$$

とする。また，放物線$y=f(x)$および$y=g(x)$をそれぞれC_1，C_2とする。

(1) C_1とC_2の共有点をPとすると，点Pの座標は$\left(\dfrac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}a,\ \dfrac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}a^2\right)$

である。また，点PにおけるC_1の接線の方程式は

$$y=\frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}}ax-\frac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}}a^2$$

である。

(2) C_1とx軸および直線$x=2$で囲まれた図形の面積は$\dfrac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}}$である。また，$C_2$と$x$軸の交点の$x$座標は$\boxed{\text{サ}}$，$\boxed{\text{シス}}$であり，$C_2$と$x$軸で囲まれた図形の面積は$\dfrac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソ}}}a^3$である。

(3) $0\leqq x\leqq 2$の範囲で，二つの放物線C_1，C_2と2直線$x=0$，$x=2$で囲まれた図形をRとする。Rの中で，$y\geqq 0$を満たすすべての部分の面積$S(a)$は

$0<a\leqq\boxed{\text{タ}}$のとき $S(a)=-\dfrac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソ}}}a^3+\dfrac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}}$

$\boxed{\text{タ}}<a\leqq\boxed{\text{チ}}$のとき

$$S(a)=-\frac{\boxed{\text{ツ}}}{\boxed{\text{テ}}}a^3+\boxed{\text{ト}}\,a^2-\boxed{\text{ナ}}\,a+\boxed{\text{ニ}}$$

$\boxed{\text{チ}}<a$のとき $S(a)=\dfrac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}}$

である。したがって，aが$a>0$の範囲を動くとき，$S(a)$は$a=\dfrac{\boxed{\text{ヌ}}}{\boxed{\text{ネ}}}$で最小値$\dfrac{\boxed{\text{ノ}}}{\boxed{\text{ハヒ}}}$をとる。

第3問 （選択問題）（配点 20）

(1) 数列$\{a_n\}$は初項が7，公差が-4の等差数列とする。数列$\{a_n\}$の一般項は

$$a_n=\boxed{\text{アイ}}\,n+\boxed{\text{ウエ}}$$

であり，初項から第n項までの和は

$$\sum_{k=1}^{n}a_k=\boxed{\text{オカ}}\,n^2+\boxed{\text{キ}}\,n$$

である。

(2) 数列$\{b_n\}$は，第n項が

$$b_n=pn^2-qn-r$$

というnの2次式で表され

$$b_{n+1}-2b_n=\boxed{\text{オカ}}\,n^2+\boxed{\text{キ}}\,n\quad(n=1,2,3,\cdots)\qquad\cdots ①$$

を満たすとする。このとき

$$p=\boxed{\text{ク}},\ q=\boxed{\text{ケ}},\ r=\boxed{\text{コ}}$$

であり，$b_1=\boxed{\text{サシ}}$である。

さらに，次の条件によって定まる数列$\{c_n\}$を考えよう。

$$c_1=1$$

$$c_{n+1}-2c_n=\boxed{\text{オカ}}\,n^2+\boxed{\text{キ}}\,n\quad(n=1,2,3,\cdots)\qquad\cdots ②$$

①と②より，$d_n=c_n-b_n$とおくと

$$d_{n+1}-\boxed{\text{ス}}\,d_n=0\quad(n=1,2,3,\cdots)$$

が成り立つ。これより，数列$\{c_n\}$の一般項は

$$c_n=\boxed{\text{セ}}\cdot\boxed{\text{ソ}}^{\,n-1}+\boxed{\text{ク}}\,n^2-\boxed{\text{ケ}}\,n-\boxed{\text{コ}}$$

である。

数列$\{c_n\}$の初項から第n項までの和$\displaystyle\sum_{k=1}^{n}c_k$は

$$\boxed{\text{タ}}\cdot\boxed{\text{チ}}^{\,n}+\frac{\boxed{\text{ツ}}}{\boxed{\text{テ}}}n^3-\frac{\boxed{\text{ト}}}{\boxed{\text{ナ}}}n^2-\frac{\boxed{\text{ニヌ}}}{\boxed{\text{ネ}}}n-\boxed{\text{ノ}}$$

となる。

第4問 （選択問題）（配点 20）

四面体OABCにおいて，$\mathrm{OA}=\mathrm{OB}=\mathrm{BC}=\sqrt{2}$，$\mathrm{OC}=\mathrm{CA}=\mathrm{AB}=\sqrt{3}$である。$\vec{a}=\overrightarrow{\mathrm{OA}}$，$\vec{b}=\overrightarrow{\mathrm{OB}}$，$\vec{c}=\overrightarrow{\mathrm{OC}}$とおく。

(1) $|\vec{a}-\vec{b}|^2=\boxed{\text{ア}}$であり，$\vec{a}\cdot\vec{b}=\dfrac{\boxed{\text{イ}}}{\boxed{\text{ウ}}}$である。

また，$\vec{b}\cdot\vec{c}=\dfrac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オ}}}$，$\vec{c}\cdot\vec{a}=\boxed{\text{カ}}$である。

⑵ 直線AB上の点Pを $\overrightarrow{\mathrm{CP}}\cdot\vec{a}=0$ であるようにとると

$$\overrightarrow{\mathrm{CP}}=\frac{\boxed{キ}}{\boxed{ク}}\vec{a}+\frac{\boxed{ケ}}{\boxed{コ}}\vec{b}-\vec{c}$$

となり，点Pは線分ABを $1:\dfrac{\boxed{サ}}{\boxed{シ}}$ に内分する。また，$\overrightarrow{\mathrm{CP}}\cdot\vec{b}=\boxed{ス}$

であり，$|\overrightarrow{\mathrm{CP}}|=\dfrac{\sqrt{\boxed{セソ}}}{\boxed{タ}}$ である。

$\overrightarrow{\mathrm{CP}}$ は三角形 $\boxed{チ}$ の各辺と垂直であるから，直線CPは三角形 $\boxed{チ}$ を含む平面に垂直である。ただし，$\boxed{チ}$ については，当てはまるものを，次の⓪～③のうちから一つ選べ。

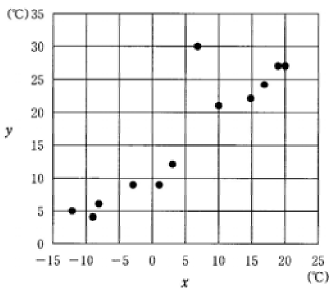
⓪ ABC　　① OBC　　② OAC　　③ OAB

三角形 $\boxed{チ}$ の面積は $\dfrac{\sqrt{\boxed{ツテ}}}{\boxed{ト}}$ であるから，四面体OABCの体積は $\dfrac{\boxed{ナ}}{\boxed{ニヌ}}$ である。

第5問 （選択問題）（配点　20）

ある都市におけるある年の月ごとの最低気温を変量 x，最高気温を変量 y とする。ただし，単位は℃とし，最低気温と最高気温は，一日の最低気温と最高気温について月ごとに平均をとり，小数第1位を四捨五入したものとする。

次の図は，変量 x と変量 y の相関図（散布図）である。



以下，小数の形で解答する場合は，指定された桁数の一つ下の桁を四捨五入し，解答せよ。途中で割り切れた場合は，指定された桁まで⓪にマークすること。

⑴ 1月から12月までの変量 x は次のとおりであった。

$-12,\ -9,\ -3,\ 3,\ 10,\ 17,\ 20,\ 19,\ 15,\ 7,\ 1,\ -8$ （単位は℃）

この12個の値の平均値は $\boxed{ア}.\boxed{イ}$ ℃，中央値は $\boxed{ウ}.\boxed{エ}$ ℃である。

⑵ 1月から12月までの12か月を，変量 x が0℃未満の四つの月からなるAグループと，0℃以上の八つの月からなるBグループとに分けて分析した。このとき，Aグループにおける変量 x の平均値は $\boxed{オカ}.\boxed{キ}$ ℃であり，分散は $\boxed{クケ}.\boxed{コ}$ である。

また，Aグループにおける変量 y の平均値は6.0℃で，Bグループにおける変量 y の平均値は21.5℃であった。このとき，1月から12月までの変量 y の平均値は $\boxed{サシ}.\boxed{ス}$ ℃である。

変量 x と変量 y の相関図のデータの中で，入力ミスが見つかった。変量 x の値が7℃，変量 y の値が30℃となっている月の変量 y の値は，正しくは18℃であった。

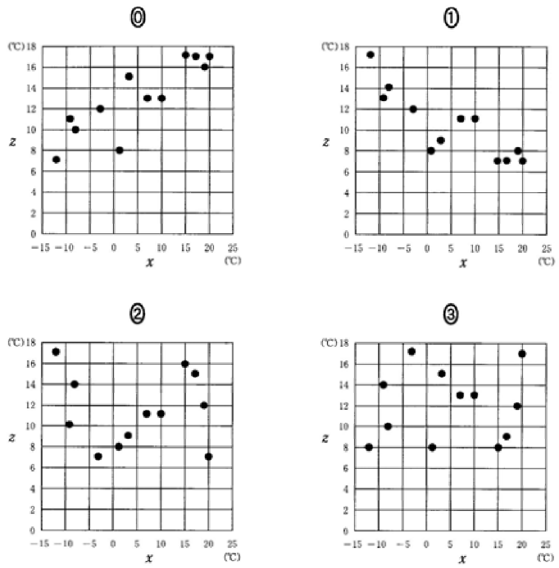
⑶ この誤りを修正すると，変量 y の平均値は $\boxed{セ}.\boxed{ソ}$ ℃減少する。また，変量 y の分散は $\boxed{タ}$ する。ただし，$\boxed{タ}$ については，当てはまるものを，次の⓪～②のうちから一つ選べ。

⓪ 修正前より増加　　① 修正前より減少　　② 修正前と一致

⑷ 修正前の変量 y の中央値は $\boxed{チ}$ ℃であるが，修正後には変量 y の中央値は $\boxed{ツ}$ ℃となる。$\boxed{チ}$，$\boxed{ツ}$ の数値として適当なものを，相関図を参考にして，次の⓪～③のうちから一つずつ選べ。

⓪ 13.5　　① 15.0　　② 16.5　　③ 18.0

⑸ 誤りを修正した後の寒暖の差（最高気温と最低気温の差）を変量 $z(=y-x)$ とする。変量 z の平均値は $\boxed{テト}.\boxed{ナ}$ ℃であり，変量 x と変量 z の相関図として適当なものは $\boxed{ニ}$ である。ただし，$\boxed{ニ}$ については，当てはまるものを，次の⓪～③のうちから一つ選べ。



⑹ この都市の1月から12月までの最低気温 x と寒暖の差 z について，$\boxed{ヌ}$ という傾向があると考えられる。$\boxed{ヌ}$ に当てはまるものを，次の⓪～④のうちから一つ選べ。

⓪ 正の相関があり，最低気温が高い月ほど寒暖の差が大きい
① 正の相関があり，最低気温が低い月ほど寒暖の差が大きい
② 負の相関があり，最低気温が高い月ほど寒暖の差が大きい
③ 負の相関があり，最低気温が低い月ほど寒暖の差が大きい
④ 相関関係はほとんどなく，最低気温によって寒暖の差は影響を受けない

第６問　（選択問題）（配点　20）

互除法(ユークリッドの互除法)によって自然数 x，y の最大公約数を求めるため，次の〔プログラム〕を作成した。

〔プログラム〕

```
100 INPUT PROMPT "x=": X
110 INPUT PROMPT "y=": Y
120 IF X<Y THEN
[ ア ]
160 END IF
170 IF Y=0 THEN
180    PRINT [ イ ]
190    GOTO [ ウ ]
200 END IF
210 LET R=X
220 LET R=R-Y
230 IF R>=Y THEN GOTO 220
240 LET X=Y
250 LET Y=R
260 GOTO [ エ ]
270 END
```

ただし，$\boxed{\text{ア}}$ は３行からなり，変数 X と変数 Y の値を交換する処理を表す。

(1)　〔プログラム〕の $\boxed{\text{ア}}$ に入る３行に当てはまるものを，次の⓪～⑤のうちから一つ選べ。

⓪
```
130 LET X=Y
140 LET Y=Z
150 LET Z=X
```
①
```
130 LET X=Y
140 LET Z=X
150 LET Y=Z
```
②
```
130 LET Y=Z
140 LET Z=X
150 LET X=Y
```
③
```
130 LET Y=Z
140 LET X=Y
150 LET Z=X
```
④
```
130 LET Z=X
140 LET X=Y
150 LET Y=Z
```
⑤
```
130 LET Z=X
140 LET Y=Z
150 LET X=Y
```

(2)　$\boxed{\text{イ}}$ に当てはまるものを，次の⓪～⑤のうちから一つ選べ。

⓪ X　① Y　② R　③ X*Y　④ X*R　⑤ Y*R

(3)　$\boxed{\text{ウ}}$，$\boxed{\text{エ}}$ に当てはまる行番号を，次の⓪～⑤のうちから一つずつ選べ。

⓪ 100　① 170　② 210　③ 230　④ 260　⑤ 270

(4)　〔プログラム〕を実行して，変数 X に 98，また変数 Y に 54 を入力したとき，170 行は $\boxed{\text{オ}}$ 回，220 行は $\boxed{\text{カキ}}$ 回実行される。

(5)　〔プログラム〕中の次の３行

```
210 LET R=X
220 LET R=R-Y
230 IF R>=Y THEN GOTO 220
```

で行う処理は，$\boxed{\text{ク}}$ で置き換えることができる。$\boxed{\text{ク}}$ に当てはまるものを，次の⓪～⑤のうちから一つ選べ。ただし，INT(X) は X を超えない最大の整数を表す関数である。

⓪ LET R=X-INT(X/Y)*X　① LET R=X-INT(Y/X)*X
② LET R=X-INT(X/Y)*Y　③ LET R=Y-INT(Y/X)*Y
④ LET R=Y-INT(X/Y)*Y　⑤ LET R=Y-INT(Y/X)*X

〔プログラム〕を変更して，x と y の最大公約数の代わりに x と y の最小公倍数を求めるようにしたい。

自然数 x と y の最小公倍数と最大公約数について，$\boxed{\text{ケ}}$。このことを用いると，新たに

LET T=$\boxed{\text{コ}}$

という行を〔プログラム〕の $\boxed{\text{サ}}$ の部分に挿入し，さらに $\boxed{\text{イ}}$ を $\boxed{\text{シ}}$ に変更することで，x と y の最小公倍数を求めることができる。

(6)　$\boxed{\text{ケ}}$ に当てはまるものを，次の⓪～④のうちから一つ選べ。

⓪ 最小公倍数が最大公約数よりも大きくなるのは，$x > y$ の場合だけである
① 最小公倍数と最大公約数の和は，x と y の和に等しい
② 最小公倍数と最大公約数の差は，x と y の差に等しい
③ 最小公倍数と最大公約数の積は，x と y の積に等しい
④ 最小公倍数を最大公約数で割った商は，x を y で割った商に等しい

(7)　$\boxed{\text{コ}}$ に当てはまるものを，次の⓪～⑤のうちから一つ選べ。

⓪ X>Y　① X<Y　② X+Y　③ X-Y　④ X*Y　⑤ X/Y

(8)　$\boxed{\text{サ}}$ に当てはまるものを，次の⓪～⑤のうちから一つ選べ。

⓪ 100 行の前　① 100 行と 110 行の間
② 160 行と 170 行の間　③ 200 行と 210 行の間
④ 250 行と 260 行の間　⑤ 260 行と 270 行の間

(9)　$\boxed{\text{シ}}$ に当てはまるものを，次の⓪～⑤のうちから一つ選べ。

⓪ T/X　① T/Y　② X/T　③ T　④ X*T　⑤ Y*T