大学入試研究委員会

本研究委員会は、６名の研究委員で構成されています。継続的な研究から発展的な研究まで各分野に分かれ努力を続けてきました。本年度の研究一覧は以下の通りです。

大学入試センター試験に関してのアンケートにつきましては、県下の受験生や先生方のご協力を頂き、本年度も集計・分析を終え報告するはこびとなりました。ありがとうございました。

先生方のご意見・ご指導を頂き、今後の研究活動に生かしていきたいと思いますので、よろしくお願いします。

１　中四国の国立大学の入試問題について
　－数学Ａにおける確率から－
　　愛媛県立松山東高等学校　　浦田　雄一

２　国公立大学入試問題の研究
　－ＡＯ・推薦入試の問題から－
　　愛媛県立三　島高等学校　　五味　　稔

３　平成２０年度大学入試センター試験アンケートの分析
　　愛媛県立今治北高等学校　　田口　公弘
　　愛媛県立大　洲高等学校　　冨田　裕昭
　　愛媛県立西　条高等学校　　真田　幸治

４　平成２０年度愛媛大学入試問題（数学）の研究
　　愛媛県立松山南高等学校　　中井　賢哉

中四国の国立大学の入試問題について

－数学Ａにおける確率から－

愛媛県立松山東高等学校　　浦田　雄一

１　はじめに

確率は中学から高校へと、代数、幾何、代数幾何、解析と積み上げてきた数学の世界と異質なところがあり、多くの受験生にとって苦手な分野の一つになっている。それを克服するために大切なことは、「場合の数」を計算するときに、もれなく、かつ重複しないことである。また、効率的に数え上げるには、求められていることの性質、特徴に着目し、一定の法則にのっとって計算することを体得することである。このことは数学に限らず日常生活においても基本的かつ重要なことである。

本校の生徒は、ほとんどが大学進学を希望していることもあり、今回も昨年に引き続き、平成２０年度入試の中四国の国立大学の二次試験から生徒に確率の問題を解いてもらい、それらについて調べてみることにした。

２　確率に関係する問題の出題状況

過去４年間に出題された平成１７，１８，１９，２０年度入試の出題状況を次ページの表にまとめてみた。中四国のすべての国立大学が出題しているわけではないが明らかに中国地区の大学からの出題率が高く、四国地区の大学は出題率が低い傾向にある。中でも広島大学は毎年出題しており、良問で複数の問題が出題されている。

今回は、３つの問題と解答を紹介し、そのうちの２題を本校の生徒に解かせてみて、その分析を行ってみた。

３　入試問題例

Ⅰ　徳島大学　前期　（理系）

＜問題＞

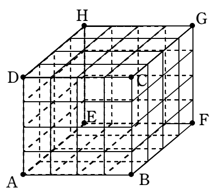
立方体 ABCD－EFGH のすべての面に，辺も含めて縦横５本の線分を等間隔に引き，格子点の道を作る．これらの道を通って，立方体の表面を点 A から点 G へ行く最短の道筋について，以下の問に答えよ．

（１）点 C を通る道筋は何通りか.

（２）辺 BC 上の少なくとも１点を通る道筋は何通りか.

（３）２辺 BC, CD 上の少なくとも１点を通る道筋は何通りか.

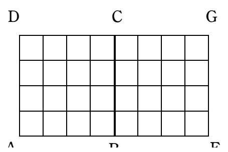
＜解答＞



（１）点 C を通る最短の道筋は

$_8C_4 \cdot 1 = 70$　（通り）

（２）辺 BC 上の少なくとも１点を通る道筋は，面 ABCD と面 BFGC のみを通って A から G に行く最短の道筋，すなわち立方体を展開したときの長方形 AFGD における A から G に行く最短の道筋に等しいから



$_{12}C_8 = 495$　（通り）

平成 17, 18, 19 ,20 年度入試の中四国の国立大学入試問題状況（数学Ａ　確率関係から）

大学	年度	文系 前期	文系 後期	理系 前期	理系 後期	数学科 前期	数学科 後期	医/歯/薬 前期	医/歯/薬 後期	備考
鳥　取	17			○			□			□は数Ｂとの融合
	18			○	△			○		△：場合の数のみ
	19									
	20			○				○		
島　根	17			○	△	○				△：場
	18				△		△	○		△：期、△と○は数Ⅰの内容を含む
	19			○		○				期待値との融合問題
	20			□						期待値、数Ⅲとの融合問題
岡　山	17	○								○：場
	18									
	19		△	○				○		○：場、△：期
	20	△		○				○		△：期
広　島	17	△		○	□		☆	○		□と☆：数Ⅲとの融合、○は数Ｂとの融合
	18	○		△	□		☆	△		□と△：期、☆は数Ⅲ，Ｃとの融合
	19	△		○	□		☆	○		○と△：期、☆は数Ⅲ，Ｃとの融合
	20	△		○	□		☆	○		□：期、△：数Ｂ、○：期、数Ｂ、数Ⅲ
山　口	17	○		○			△			○，△とも場合の数との融合
	18	△		△		○		○		△：期、数Ｃとの融合
	19			○				○		
	20			○		○		○		
徳　島	17			○						場合の数のみ
	18									
	19									
	20							○		場合の数のみ
鳴門教育	17						○			中学校数学専修コース
	18									
	19									
	20					○				小(算数)、中(数学)コース
愛　媛	17						○			集合の内容を含む
	18						○			場合の数
	19			○				○		○：期
	20	○		○△		△				○は教育・農学部、△：二項定理

（香川大学と高知大学は過去４年間出題なし）

＜主な例＞　○：場・・・○が場合の数の内容を含むことを表す。△：期・・・△が期待値の内容を含むことを表す。

（３）一般に，この立方体の辺 AB の少なくとも１点を通る道筋を N_{AB} 通り，この立方体の頂点 A を通る最短の道筋 を N_{A} 通りとすると，

（１），（２）から

$$N_{\mathrm{BC}}=N_{\mathrm{CD}}=495 \text{（通り）}$$

$$N_{\mathrm{C}}=70 \text{（通り）}$$

だから，２辺 BC, CD 上の少なくとも１点を通る道筋は

$$N_{\mathrm{BC}}+N_{\mathrm{CD}}-N_{\mathrm{C}}=495+495-70=920 \text{（通り）}$$

Ⅱ　鳥取大学　前期　（理系）

＜問題＞

1 から 20 までの整数が 1 つずつ書かれた 20 枚のカードがある．次の問いに答えよ．

（１）２枚のカードを同時に取り出すとき，取り出した 2 枚のカードの整数の和が 3 の倍数になる確率を求めよ．

（２）17 枚のカードを同時に取り出すとき，取り出した 17 枚のカードの整数の和が 3 の倍数になる確率を求めよ．

＜解答＞

20 枚のカードを，そこに書かれた整数に応じて，次の 3 つのグループに分ける.

A：1, 4, 7, 10, 13, 16, 19

B：2, 5, 8, 11, 14, 17, 20

C：3, 6, 9, 12, 15, 18

A, B, C はそれぞれ 3 で割った余りが 1, 2, 0 のグループである.

（1） 2 枚のカードの整数の和が 3 の倍数になるのは

（ⅰ）C から 2 枚取り出す

（ⅱ）A, B からそれぞれ 1 枚ずつ取り出す

のいずれかの場合であるから，求める確率は

$$\frac{{}_6C_2+{}_7C_1\times{}_7C_1}{{}_{20}C_2}=\frac{15+49}{190}=\frac{32}{95}$$

（2）$1+2+3+\cdots\cdots+20=\frac{20\times21}{2}=210$ は 3 の倍数であるから，取り出した 17 枚のカードの整数の和が 3 の倍数になるのは，残った 3 枚のカードの整数の和が 3 の倍数になるときである.

3 枚のカードの整数の和が 3 の倍数になるのは

（ⅰ）A から 3 枚取り出す

（ⅱ）B から 3 枚取り出す

（ⅲ）C から 3 枚取り出す

（ⅳ）A, B, C からそれぞれ 1 枚ずつ取り出す

のいずれかの場合であるから，求める確率は

$$\frac{{}_7C_3+{}_7C_3+{}_6C_3+{}_7C_1\times{}_7C_1\times{}_6C_1}{{}_{20}C_3}$$

$$=\frac{35+35+20+294}{1140}=\frac{32}{95}$$

Ⅲ 鳴門教育大学 前期（小・中学校＝算数，数学）

＜問題＞

3 組の夫婦，合計 6 人の男女がいて，次のように横 1 列に並んだ A から F までの座席に座る.

A	B	C	D	E	F

この 6 名の座席をくじ引きによって決めるとき，次の事象の確率をそれぞれ求めなさい.

（1）男女が交互に座る.

（2）ある特定の夫婦が隣り合わないように座る.

＜解答＞

全事象は，6 人を横 1 列に並べると考え 6! 通り

（1）男女が交互に座るのは

A, C, E に男がいるとき 3! 通り

B, D, F に女がいるとき 3! 通り

だから，3!×3! 通り　　　それと

A, C, E に女がいるとき 3! 通り

B, D, F に男がいるとき 3! 通り

だから，3!×3! 通り

これらは互いに排反なので，求める確率は

$$\frac{2\times3!\times3!}{6!}=\frac{1}{10}$$

（2）（「ある特定の」を「特定の 1 組」と解釈して）特定の 1 組の夫婦を P と呼ぶことにし，P が隣り合って座る場合をまず考える.

P の着席位置は

(AB), (BC), (CD), (DE), (EF) の 5 通りあって，各々 2 通りの着席順から，5×2＝10 通り考えられる．このそれぞれの場合について，残り 4 名が空いた席に左からランダムに座ると考えると，

（P が隣り合う場合の数）

＝ 5×2×4! ＝240 （通り）

ゆえに，求める確率は $\frac{6!-240}{6!}=\frac{2}{3}$

4 入試問題の分析および考察

問題Ⅰ（対象生徒：３年生 理系 40名，設定時間 20分）

＜正誤人数＞

	(1)	(2)	(3)
正 答	39	17	12
誤 答	8	28	29
無 答	0	2	6

＜主な誤答例＞

（1）・ 4×4 としている.　（３名）

・ $\frac{8!}{4!\times4!}\times\frac{8!}{4!\times4!}$ としている.　（２名）

・ 4!×4! としている. ・ $\frac{12!}{4!\times4!}$ としている.

・ ${}_8C_4$ の計算ミスをしている.　（１名ずつ）

（2）・ 場合分けはできたが，重複している部分を引かず140＋350＋225＝715 （通り)としている.　（８名）

・ 場合分けが不足している.　（５名）

・ 辺ＢＣ上にくる場合のみになっている.（４名）

・ 場合分けはできたが，重複している部分を引かず70＋380＋225＝645 （通り）としている.　（４名）

・ 展開図を利用して考えたが（１）を間違えたため.　（３名）

・ 「少なくとも」から辺 BC を通らない場合を考えたが時間切れ.　（２名）

（3）・ 考え方（重複を引く）は正しいが，（２）を間違えたため.　（６名）

・ 715×2＝1430 （通り）としている.　（５名）

・ 495×2＝950 （通り）としている.　（３名）

・ 考え方や立式は正しいが時間切れ.　（３名）

・ 645×2＝1290 （通り）としている.　（２名）

・ 余事象の場合の数を求めたがミス.　（２名）

＜考察＞

（1）：正答者39 名のうち，立式が${}_8C_4\times1$ が22名,

$\dfrac{8!}{4!4!}$ 16名，格子点ごとに数え上げた者が１名。

（２）：正答者17名のうち，
$_8C_4+{}_4C_1\times{}_7C_3+{}_5C_2\times{}_6C_2+{}_6C_3\times{}_5C_1+{}_7C_3$ のような式を立てた者が９名，$_{12}C_4$（$={}_{12}C_8$）が６名であった．比率は３：２である．

また，余事象である辺 BC を通らない場合の数を求めて正解した者が１名いた．こういった立体図形における最短経路問題は展開図を用いる解法を身に付けておくことが必要である．場合分けの問題は思いのほか時間がかかるので，入試本番では時間配分が重要な鍵を握ることになる．

（３）：思ったより正答率が低かった．当然（１）や（２）で誤答してしまうと正答にはならないが，和集合の要素の個数（個数定理）

$n(A\cup B)=n(A)+n(B)-n(A\cap B)$

が使えていない．すなわち「展開図の利用」ができていないのが致命傷となっている．

実際の入試問題には次のような（４）が出題されていた。

（４）すべての道筋は何通りか.

解答：すべての道筋は，辺 BC, CD, DH, HE, EF, FB の少なくとも１点を通り，これらは端点以外で互いに排反である．よって

$$N_{\mathrm{BC}}=N_{\mathrm{CD}}=N_{\mathrm{DH}}=N_{\mathrm{HE}}=N_{\mathrm{EF}}=N_{\mathrm{FB}}=495$$
$$N_{\mathrm{B}}=N_{\mathrm{C}}=N_{\mathrm{D}}=N_{\mathrm{H}}=N_{\mathrm{E}}=N_{\mathrm{F}}=70$$

から，すべての道筋は

$$N_{\mathrm{BC}}+N_{\mathrm{CD}}+N_{\mathrm{DH}}+N_{\mathrm{HE}}+N_{\mathrm{EF}}+N_{\mathrm{FB}}-(N_{\mathrm{B}}+N_{\mathrm{C}}+N_{\mathrm{D}}+N_{\mathrm{H}}+N_{\mathrm{E}}+N_{\mathrm{F}})$$
$$=495\cdot 6-70\cdot 6=2550 \quad （通り）$$

（この問題は時間の関係で出題しなかった。）

問題Ⅱ（対象生徒：３年生 文系 42名，設定時間 20分）

＜正誤人数＞

	(1)	(2)
正 答	26	7
誤 答	16	35
無 答	0	0

＜主な誤答例＞

（１）・ 具体的に，辞書式や樹形図などを利用して解いたが不足している．（11名）
- 分子は正しく出ているが，分母が $_{20}P_2=380$ になっている．（２名）
- 分子は正しく出ているが，分母が $_{20}C_3=1140$ になっている．（１名）
- 分子が $_6P_2+{}_7C_1\times{}_7C_1$ になっている．（１名）
- 分子 64 を２倍している．（１名）

（２）・ 具体的に，辞書式や樹形図などを利用して解いたが不足している．（13名）
- 方針は解答例どおりなっているが，場合分けが不足している．（６名）
- 17枚の和の最小値153，最大値204を求め，３の倍数を考えている．（２名）
- 時間がなく途中で答案が終わっている．（14名）

＜考察＞

（１）正答者26名の中で，辞書式により数え上げていた生徒は18名，樹形図により数え上げていた生徒は３名，解答例のように解いていた生徒は５名であった．「３の倍数問題」では，各位の和が３の倍数で考えるのか，３で割ったときの余りに注目して考 えるのかの見極めが大切である．

（２）誤答者35名の中で，１から20までの和210を求め，この問題のポイントである「残りの３枚が３の倍数になればよい」ことに気付いている者は20名（約57%）であった．文系の生徒に理系の学部の入試問題を解かせたせいか正答率が良くなかった．

5　おわりに

確率問題の解法は、樹形図や辞書式による数え上げの原理（原則）が基本となるが、大学入試問題にもなると“もれなく”かつ“重複なく”効率的に数え上げることが必要となってくる。そのためには、性質や特徴に着目し、一定の法則を見つけ式を立てる能力を養うことが必要となってくる。数多くの問題を解く経験から一般的な手順や解法を習得させることが大切である。

確率の指導のポイントとして

（１）事象と確率では、集合に関する種々の内容の理解
（２）確率の基本性質では、加法定理や和事象の理解
（３）独立試行の確率では、直感的な解釈
（４）反復試行の確率では、具体的な問題を扱う中での慣れ
（５）期待値では、概念の把握

が挙げられる。

また、確率の最大値、最小値問題では、平方完成による解法もあるが、

（ア）$P(k+1)-P(k)$ と 0 との大小

（イ）$\dfrac{p(k+1)}{p(k)}$ と 1 との大小

の解法も覚えておかなければならない。

確率は、方程式の解を求めたときのように検算方法が少ないため、発想の段階がとても大切であることに注意し、指導しなければならない。特に，反復試行や独立試行の応用問題をはじめとする代表的な問題を取り扱い、問題に慣れる必要がある。

以上のような点を再確認し、今後の指導に役立てていきたい。

＊参考文献：平成20年度　国立大学　全国大学　数学入試問題詳解（聖文新社）