

平成21年度愛媛大学入試問題（数学）の研究

愛媛県立松山南高等学校 近藤 弘法

1 はじめに

5月16日（土）に松山南高等学校において、愛媛大学の内藤教授より平成21年度の愛媛大学数学入試問題の解説があった。最近の学生が苦手とする内容として、絶対値、不等式、合成関数、帰納法が上げられていた。また、式の持つ意味を理解できていない学生も多いとのことであった。どこでどのような間違いが生じてくるのか、現役生徒の誤答分析を中心に考察していきたい。

2 出題の傾向

(1) 出題傾向

教育・農については例年通り全問記述4題を100分、理・工・医については今年度は全問記述5題を120分で解答する。昨年度より実施されている工学部後期については全問記述4題を100分で解答する。

教育・農学部	1～4 (I・II・A・B)
理・工学部	4～8 (I・II・III・A・B・C)
医学部	4, 6～9 (I・II・III・A・B・C)
工学部後期	1～4 (I・II・III・A・B・C)

(2) 出題内容

1 小問5問	5 小問5問
2 確率	6 数列
3 微・積分法	7 行列
4 ベクトル	8 微・積分法
	9 微・積分法

工学部後期

1 小問5問
2 小問5問
3 微・積分法
4 行列

(3) 難易度

昨年度までと同様大きな変化はない。基本～標準レベルの問題を中心に出題されている。小問5問は教科書レベルの基本問題であり、非常に解きやすい。基礎力を重視した問題構成であるといえる。

3 平成21年度入試問題の分析

(1) 本校の現3年生に入試問題を解いてもらう。

3年生の文系生徒に1～4、理系生徒に4～8および工学部後期1～3を解かせた。採点基準は公表されていないため、どのくらいの割合で完答できているかを調査した。

(2) 問題分析

① 次の問に答えよ。

- (1) 方程式 $x^2 + 2|x - 1| - 5 = 0$ を解け。
- (2) $50^2 - 49^2 + 48^2 - 47^2 + \dots + 2^2 - 1^2$ を計算せよ。
- (3) i^{2009} を計算せよ。ただし、 i は虚数単位である。また、 x^{2009} を $x^2 + 1$ で割ったときの余りを求めよ。
- (4) 84^{12} のけた数を求めよ。ただし、 $\log_{10} 2 = 0.301, \log_{10} 3 = 0.477, \log_{10} 7 = 0.845$ とする。
- (5) 平面上の4点 $(0, 1), (2, 3), (5, 1), (a, b)$ を頂点とする四角形が平行四辺形となるような座標 (a, b) をすべて求めよ。

<誤答例>

- (1) 正解率 55%
絶対値の場合分け $x \geq 0$ と分けている。
解の吟味を間違える $x \geq 1$ はできているが、答えが $x = -1 \pm 2\sqrt{2}$
- (2) 正解率 33%
計算ミス
項数の数え間違い
- (3) 正解率 8%
 i^{2009} のみ解答
 $i^{2009} = 1$ などの計算ミス
- (4) 正解率 50%
 $\log_{10} 84^{12}$ とは書いているものの小数の計算ミス
桁数のみ出来ていない
- (5) 正解率 55%
座標 (a, b) の組が1組または2組しか求められていない。

<<考察>>

全問正解者が全体の2%であった。特に(3)については虚数 i を代入するという事に気付く生徒が少なかった。

② 表面に1から6までの数字を1つずつ書いた6つの球がある。これらの球を箱の中に入れ、同時に2つの球を取り出し、その数字の和を得点とする試行を行う。

- (1) 得点が次のようになる確率をそれぞれ求めよ。
(i) 10
(ii) 9以上
- (2) AさんとBさんがこの球を使ってゲームをする。箱の中から同時に2つの球を取り出す試行を行い、その得点を記録し、またもとに戻して相手方にかわる。各自の得点を加算していき、どちらかの合計得点が20以上になるまでこの試行を繰り返し、先に20以上になった方を勝者とする。
(i) Aさんからこのゲームを始めるとき、Aさんにとって2回目の試行でAさんが勝つ確率を求めよ。
(ii) Bさんからこのゲームを始めるとき、Aさんにとって2回目の試行でAさんが勝つ確率を求めよ。

<誤答例>

- (1) (i) 正解率 85%
 $\frac{2}{6C_2}$ や $\frac{1}{6P_2}$ のように順列と組合せを合わせて使っている
(ii) 正解率 70%
9のときのみ、または9, 10のときのみしか考えられていない
9になる場合の(4, 5)のときが足りていない
- (2) (i) 正解率 33%
(1回目, 2回目)の組が合計20になるものしか考えられていない
1回目10以上で2回目も10以上で考えている
(ii) 正解率 20%
(i)の余事象として捉えられていない
全事象の計算ミス
最後の計算 $\frac{8}{225} \times \frac{217}{225}$ のミス

《考察》

全問正解者が全体の20%であった。しかし、文章が読み切れず、最後まで辿り着かない生徒がほとんどであった。

③ $k \neq \pm 1$ とする。2直線 l, m を

$$l: x + ky = 3, \quad m: kx + y = 3$$

と定め、それらの交点を P とする。

(1) 点 P の座標を k を用いて表せ。

(2) 放物線 $y = ax^2$ が点 P を通るとき、 a を k を用いて表せ。

(3) 放物線 $y = ax^2$ が点 P で直線 l と接するとする。

(i) k の値を求めよ。

(ii) $x \geq 0$ の範囲において、放物線 $y = ax^2$ 、直線 m および y 軸で囲まれた部分の面積 S を求めよ。

《誤答例》

(1) 正解率 80%

計算ミス

x, y を約分していないため、最終的に計算が違ってしまう

$$x = 3 + \frac{3k^2 - 3k}{1 - k^2}, \quad y = \frac{-3k + 3}{1 - k^2}$$

(2) 正解率 73%

(1) が間違っているため

(3) (i) 正解率 43%

(1), (2) が間違っているため

無答

(ii) 正解率 30%

範囲の両端が求まっていない

定積分の計算ミス

《考察》

全問正解者が全体の30%で、4題の中で最も高い問題であった。ただ、多く出てくる文字をうまく処理できなかった生徒がいた。(3)については立式、積分はできているものの最後の計算で間違う生徒がいた。

④ (文・理共通問題)

3点 $A(0, -1, 3), B(2, 1, 4), C(1, -3, 5)$ と実数 θ に対して、点 P は

$$\overrightarrow{AP} = (\sin \theta) \overrightarrow{AB} + (\cos \theta) \overrightarrow{AC}$$

をみたすものとする。

(1) 大きさ $|\overrightarrow{AB}|, |\overrightarrow{AC}|$ および内積 $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ の値を求めよ。

(2) $|\overrightarrow{AP}|$ は θ の値に関係なく一定であることを示せ。

(3) 点 P を点 B および点 C と異なる点とするとき、 $\triangle PBC$ の面積の最大値を求めよ。

《誤答例》

(1) 正解率 文系 78% 理系 46%

$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = |\overrightarrow{AB}| |\overrightarrow{AC}| \cos \theta$ を計算しようとして間違えている

$|\overrightarrow{AB}|, |\overrightarrow{AC}|$ が間違っている。

(2) 正解率 文系 43% 理系 31%

(1) で内積が違うため、展開後の値が代入できない

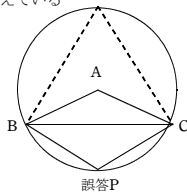
$|\overrightarrow{AP}|^2 = |\overrightarrow{AB}|^2 \sin^2 \theta + |\overrightarrow{AC}|^2 \cos^2 \theta$ としている

$|\overrightarrow{AP}|^2 = 9(\sin^2 \theta + \cos^2 \theta)$ で止まっている

(3) 正解率 文系 7% 理系 6%

点 P の位置が間違っている (文理共通)

点 P の位置はあっているが、高さが求められていない (主に理系)



《考察》

文系、理系共通問題であったが、どちらも全問正解者は非常に少なかった。文系では7%、理系では6%という結果となった。点 P の位置を図の誤答の位置にしている生徒が文系、理系ともに多かった。また、内積を求められていない生徒も多かったようである。

⑤ 次の間に答えよ。

(1) i^{2009} を計算せよ。ただし、 i は虚数単位である。また、 x^{2009} を $x^2 + 1$ で割ったときの余りを求めよ。

(2) 84^{12} のけた数を求めよ。ただし、 $\log_{10} 2 = 0.301, \log_{10} 3 = 0.477, \log_{10} 7 = 0.845$ とする。

(3) 平面上の4点 $(0, 1), (2, 3), (5, 1), (a, b)$ を頂点とする四角形が平行四辺形となるような座標 (a, b) をすべて求めよ。

(4) 極限值 $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{4x^2 + 3x + 2} - 2\sqrt{x^2 - x + 1})$ を求めよ。

(5) 次の定積分を求めよ。

(i) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x}{1 + \cos x} dx$

(ii) $\int_1^e x^2 \log x dx$

《誤答例》

(1) 正解率 9%

i^{2009} のみ解答

余りを推測で求めている

(2) 正解率 25%

底が 84 の対数をとっている

小数の計算ミス

桁数が違う

(3) 正解率 66%

座標 (a, b) の組が1組または2組しか求められていない

xy 平面上の点の位置が正確に図示できていない

(4) 正解率 13%

分子の有理化のときに計算ミス

全ての項を x で割っている $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\sqrt{4 + \frac{3}{x} + \frac{2}{x^2}} - 2\sqrt{1 - \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}} \right)$

$\infty - \infty = 0$ または ∞

(5) (i) 正解率 63%

置換 ($t = 1 + \cos x$) したときに範囲が変わっていない

置換した後、両辺を微分するときに $-$ が抜ける ($dt = \sin x$)

分子、分母を $\sin x$ で割っている

分子、分母に $1 - \cos x$ を掛けている

(ii) 正解率 50%

部分積分の式はできているものの、その後の計算ができていない

部分積分をするときに、 x^2 を微分してしまっている

$\log e = 1$ ができていない

部分積分をするとき、 $\log x$ を微分している

《考察》

(1)~(3) は文系と同じ問題である。文系と比べると、(3) は理系の生徒の方ができていたが、(2) については文系の生徒の方ができていた。(4) については分子の有理化をする問題であった。頻出問題ではあるが、あまりできていなかった。(5) についてはよくできていた。

⑥ 自然数 n に対して、関数 $f_n(x)$ を帰納的に

$$f_1(x) = x^2 - x + 1,$$

$$f_n(x) = f_{n-1}(x) + n^2 x^2 - nx + 3^{n-1} \quad (n = 2, 3, 4, \dots)$$

で定める。

(1) 関数 $f_n(x)$ を係数 a_n, b_n, c_n を用いて $f_n(x) = a_n x^2 + b_n x + c_n$ と表す。

$n \geq 2$ のとき、 a_n, b_n, c_n をそれぞれ $a_{n-1}, b_{n-1}, c_{n-1}$ および n を用いて表せ。

(2) (1) における数列 $\{a_n\}, \{b_n\}$ および $\{c_n\}$ の一般項を求めよ。

(3) 数学的帰納法を用いて、すべての自然数 n に対して $3^n > n + 1$ が成り立つことを示せ。

(4) すべての自然数 n に対して、 x についての方程式 $f_n(x) = 0$ は実数解をもたないことを示せ。

《誤答例》

(1) 正解率 25%

推測で答えている (帰納法で証明していない)

(2) 正解率 0%

$$a_n = a_1 + \sum_{k=1}^n k^2 \text{ とするところを } a_n = a_1 + \sum_{k=1}^{n-1} k^2 \text{ としている}$$

($a_n - a_{n-1}$ の漸化式を持つ意味を理解できていない)

(3) 正解率 0%

$n=1$ のときは証明できているが、 $n=k+1$ の証明ができていない
仮定と結論が把握できていないため、証明の結論を最初から使っている

(4) 正解率 0%

判別式はとれているが、(2) が違うため、計算できない

《考察》

最もできていなかった問題である。誤答例に上げているように(1)は $n=1$ から順番に代入し、関係式を推測している生徒が多かった。(2)については漸化式から階差数列と認識できず、一般項を求められていない生徒がほとんどであった。(3)について、不等式の証明方法をよく理解しておく必要がある。

7 θ を実数とし、 xy 平面上で、まず直線 $y=x$ に関する対称移動を行い、その後原点のまわりの回転角 θ の回転移動を行う。この移動の合成を表す行列を $A(\theta)$ とする。

(1) 直線 $y=x$ に関する対称移動、および原点のまわりの回転角 θ の回転移動を表す行列をそれぞれ書け。ただし、答えのみでよい。

(2) $A(\theta)$ を求めよ。

(3) 実数 α, β に対して、行列の積 $A(\alpha)A(\beta)$ は原点周りの回転移動を表す行列であることを示し、回転角を α, β で表せ。

(4) $\alpha = \frac{4}{9}\pi, \beta = \frac{5}{6}\pi$ のとき $[A(\alpha)A(\beta)]^n = E$ となる最小の自然数 n を求めよ。

ただし、 E は単位行列とする。

《誤答例》

(1) 正解率 13%

覚え違いが多い

例 $y=x$ に関する対称移動を表す行列 $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$

回転角 θ の回転移動を表す行列 $\begin{pmatrix} \cos \theta & \cos \theta \\ \cos \theta & -\sin \theta \end{pmatrix}$

(2) 正解率 3%

積を $A(\theta) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}$ として計算している

(3) 正解率 3%

(2) のまま計算している

(4) 正解率 3%

(2), (3) のまま計算している (結論まで辿り着いていない)

《考察》

(1) の正解率が低いことが気になる点である。知識を問う問題である。(2) は行列の積の順番が逆になっている生徒が多かった。(2) が違うので、(3) 以降も正解はほとんどいかなかったが、考え方は理解できている生徒もいた。

8 $f(x) = xe^{-\frac{x^2}{2}}$ とする。 y 軸上の点 $P(0, p)$ より、曲線 $y=f(x)$ に異なる 2 本の接線が引けるための p のとり得る値の範囲を求めたい。次の間に答えよ。ただし、必要があれば、自然数 k に対して $\lim_{x \rightarrow \infty} x^k e^{-\frac{x^2}{2}} = 0, \lim_{x \rightarrow \infty} x^k e^{-\frac{x^2}{2}} = 0$ となることを用いてもよい。

(1) 曲線 $y=f(x)$ 上の点 $(t, f(t))$ における接線の方程式を求めよ。

(2) (1) で求めた接線の y 切片を $g(t)$ とする。関数 $y=g(x)$ の増減、極値を調べ、そのグラフをかけ。ただし、グラフの凹凸は調べなくてもよい。

(3) p のとり得る値の範囲を求めよ。

《誤答例》

(1) 正解率 38%

微分ができていない

微分はできているが、方程式を作るときに計算が間違えている

(2) 正解率 9%

$g'(x)$ が違う

$g'(x)$ はできているが、 $g'(x)=0$ を満たす x の値が違う

極値が違う

極限値を考えていないため、漸近線がわかっていない

$x=0$ のとき、接線の傾きが 0 になっていない

(3) 正解率 6%

(2) が違うため

《考察》

微分はかなりの生徒ができていたのに対し、接線の方程式が正確に処理できている生徒は非常に少なかった。計算力の差が出た問題であった。(2) については微分はできているが、 $g'(x)=0$ の値が違う生徒が半数を占めた。また、漸近線が把握できていない生徒もいた。

9 関数 $f(x)$ は第 2 次導関数を持ち、条件

(i) $f(0) > 0, f(1) = 1$

(ii) $f'(0) > 0, 0 < f'(1) < 1$

(iii) すべての実数 x に対して $f''(x) > 0$

をすべてみたすものとする。また、数列 $\{x_n\}$ を帰納的に

$$x_1 = 0, x_{n+1} = f(x_n) \quad (n=1, 2, 3, \dots)$$

で定める。

(1) $0 \leq x < 1$ のとき

$$f(0) \leq f(x) < 1, f'(0) \leq f'(x) < f'(1) \quad \text{であることを示せ。}$$

(2) すべての自然数 n に対して

$$0 < 1 - x_{n+1} < f'(1)(1 - x_n) \quad \text{が成り立つことを示せ。}$$

(3) $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = 1$ であることを示せ。

《考察》

関数 $f(x)$ が与えられていないため、難問であった。医学部受験者に対しては指導していかなければならない問題である。

1 次の \square に適する数または式を、解答用紙の所定の欄に記入せよ。

(1) A, B, C, D, E, F の 6 人が 1 つのベンチに横一列に座るとき、A と B が隣り合う

座り方は \square 通りである。また、A と B が隣り合わない座り方は \square 通りである。

(2) 空間の 3 点 A(1, 1, 0), B(0, 1, 1), C(1, 0, 1) を頂点とする $\triangle ABC$ の重心の座

標は \square である。また、 $\triangle ABC$ の内接円の半径は \square である。

(3) 行列 $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ で表される移動 (1 次変換) f によって、点 P(2, -3) は座標 \square の点に移される。また、 f によって、座標 \square の点は点 P に移される。

(4) (i) 循環小数 $2.\overline{718}$ を分数で表すと \square である。

(ii) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(1+2+3+\dots+n)(1^3+2^3+3^3+\dots+n^3)}{(1^2+2^2+3^2+\dots+n^2)^2} = \square$

(5) (i) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(1+3x)}{x} = \square$

(ii) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(1+3x)}{\sin 2x} = \square$

(6) (i) $\frac{d}{dx} \left(\frac{x^2}{x-1} \right) = \square$

(ii) $\frac{d}{dx} \left\{ \cos \left(5x + \frac{\pi}{4} \right) \right\} = \square$

◀誤答例▶

正解率 (ア) 84% (イ) 74% (ウ) 89% (エ) 26% (オ) 58% (カ) 42%
(キ) 16% (ク) 0% (ケ) 0% (コ) 0% (サ) 11% (シ) 11%

- (1) A, Bを1組で考えられているが、2人の順列が考えられていない
全ての起こりうる場合の数が計算できていない
- (2) 内接円ではなく、外接円の半径を求めている
- (4) 1000倍ではなく、100倍になっている。
- (4)(ii), (5), (6) はほとんどが無答である

◀考察▶

入試説明会で聞いた話だが、後期試験での採点日数が十分にないため、答えのみの小問を出題しているらしい。全て基本的な問題ばかりであるため、確実に得点したい問題であるが、極限の問題はあまりできていなかった。

② 次の間に答えよ。

- (1) $\triangle ABC$ において、 $AB=4, AC=1, BC=x \angle ABC=\theta$ とする。ただし、 $3 < x < 5$ とする。 $\cos \theta$ を x を用いて表せ。また、 $\cos \theta$ の最小値を求めよ。
- (2) 行列 A で表される移動(1次変換)によって、点 $(1, 2)$ は点 $(-3, 1)$ に、点 $(3, 7)$ は点 $(-5, 2)$ に移される。このとき、行列 A を求めよ。
- (3) 次の等式をみたす関数 $f(x)$ と定数 a をすべて求めよ。

$$\int_a^x f(t)dt = x^4 - 4x^3 + 5x^2 - 2x$$

- (4) x の整式 $P_n(x)$ は、帰納的に

$$p_n(0) = \frac{1}{2^n}, \quad p_n(x) = \frac{n}{2} p_{n-1}(x) \quad (n=1, 2, 3, \dots)$$

で定められる。ただし、 $p_0(x)=1$ とする。このとき、 $p_1(x)$ および $p_2(x)$ を求めよ。

- (5) 極限值

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\log\left(1 + \frac{1}{n}\right) + \log\left(1 + \frac{2}{n}\right) + \log\left(1 + \frac{3}{n}\right) + \dots + \log\left(1 + \frac{n}{n}\right)}{n}$$

を求めよ。

- (6) 導関数の定義にしたがって、関数 $f(x)=x^3$ を微分せよ。

◀誤答例▶

- (1) 正解率 $\cos \theta$ を表せ...74% $\cos \theta$ の最小値を求めよ...16%
 $\cos \theta$ の最小値を x についての関数として、微分を用いて計算し、計算ミス
- (2) 正解率 21% (4) 0% (5) 0%
この3問は無答が多い
- (3) 正解率 $f(x)$ を求めよ...32% a の値を求めよ...5%
 a で両辺を割ってしまい、 $a=0$ が解となっていない
- (6) 正解率 11%
定義は書いているが計算できていない
定義を書かずに $f'(x)=3x^2$ と書いている

◀考察▶

1が記述になったような問題である。(2)は相加・相乗平均に気が付いた生徒はいなかったが、微分して最小値を求めている生徒はいた。(3)があまりできていなかったことに驚いた。両辺を x で微分することはできても、 x に a を代入することを忘れていたようである。また(6)はあまりできていない。微分の定義を理解させる必要がある。

③ 関数 $f(x) = \frac{x^2-3}{(x^2+1)^2}$ について、次の間に答えよ。

- (1) 導関数 $f'(x)$ を求めよ。
- (2) 関数 $y=f(x)$ の増減、極値を調べ、そのグラフをかけ。ただし、グラフの凹凸は調べなくてもよい。
- (3) $x \geq 0$ の範囲において、曲線 $y=f(x)$, x 軸および y 軸で囲まれた部分の面積 S を、 $x = \tan \theta$ と置き換えることにより求めよ。

◀誤答例▶

- (1) 正答率 26%
分母を展開して、微分する際に処理できなくなっている
 $f(x) = (x^2-3)(x^2+1)^{-2}$ として積の微分を利用しているが、計算できていない

- (2) 正解率 21%

(1)が違っているため
 $f'(x)=0$ の方程式が解けていない
増減表までは書いているが、漸近線が分かっている

◀考察▶

分数関数の微分を計算ミスをしないことが重要である。積の微分として計算したり、分母を展開したりして、処理が追いつかない解答が目立った。(2)については漸近線を把握することが完答するポイントである。(3)は問題の中で $x = \tan \theta$ と書かれているが、なぜこのような置換を行うのかが分かっていない。

④ 行列 A, B, E を

$$A = \begin{pmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} & -\frac{\sqrt{2}}{2} \\ \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad E = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

とし、 $A^k = E$ となる自然数 k の最小値を n とする。 $l=1, 2, \dots, n$ に対して xy 平面上の点 $(1, 0)$ を A^l で表される移動(1次変換)で移した点を P_l とする。

- (1) n を求めよ。
- (2) P_1, P_2, \dots, P_n の座標を求め、それらの点を xy 平面上に図示せよ。
- (3) P_1, P_2, \dots, P_n の中で、 B で表される移動(1次変換)によって、それ自身に移される点をすべて求めよ。
- (4) P_1, P_2, \dots, P_n の中で、(3)で求めたもの以外の点を P とし、 B で表される移動によって、 P を移した点を Q とする。 P_1, P_2, \dots, P_n の中で P, Q 以外の点 R を選び、 $\triangle PQR$ を考える。このような $\triangle PQR$ の面積の最大値を求めよ。

◀考察▶

行列 A が元の点を $\frac{\pi}{3}$ だけ回転させる行列を表すという

ことに気付けば、 P_1 から P_8 までが図示でき、完答できる問題であった。

4 おわりに

今年度の出題は基本～標準レベルの良問であった。誤答分析をして強く感じたことは、基本内容の理解と計算力の重要性である。どの大問を見ても、必ず基本事項の確認問題が用意されている。その問題をいかに正確に早く解くかが完答するポイントであろう。(1)の正解率が(2)以降の正解率に非常に大きく影響していた。小問5題については確実に点を取りたい問題ではあるが、広範囲から出題されているため、基礎力・計算力が身に付いていない生徒は大きく点を落としている。行列は、2題とも回転移動の問題であった。1つの行列が表す意味を理解しなければならない。

説明会の時に内藤教授が合否は1点で決まると言われていた。難しい問題を解くことも大事ではあるが、基本的な内容の理解度や1つの式からその式の意味を読み取る力も非常に重要であることを教えられた。今回の研究で学んだことを、普段の授業や定期考査等の中でも指導していかなければならない。