

平成21年度大学入試センター試験アンケートの分析

愛媛県立宇和島東高等学校 富田 裕昭
 愛媛県立西条高等学校 真田 幸治
 愛媛県立今治北高等学校 兵頭 道淳

1 はじめに

今年度の大学入試センター試験は、志願者数が543,981人(昨年543,385人)で、昨年に比べて596人増加した。また、受験率も93.32%(昨年92.82%)とやや増加した。

受験者数は「数学Ⅰ・数学A」が354,609人(昨年350,198人)「数学Ⅱ・数学B」が319,045人(昨年317,103人)とどちらも昨年に比べ増加した。平均点は「数学Ⅰ・数学A」が63.96点(昨年66.31点)とやや低くなり、「数学Ⅱ・数学B」が50.86点(昨年51.01点)とほぼ昨年並みであった。(数字は大学入試センター発表)

「数学Ⅰ・数学A」「数学Ⅱ・数学B」とともに大問構成、出題分野、配点ともに、昨年と比べ変化はなかった。「数学Ⅰ・A」では、昨年度に大きく平均点がアップしたこともあり、昨年度と比べるとやや低くなっている。アンケート結果で昨年度と比べ「教科書の節末・章末問題と比べ難しい」「解答時間が少ない」と答えた生徒はともに減少しており、生徒は予想よりも易しいと感じているにも関わらず、第3問の図形の問題以外は昨年度よりも平均点は低くなっており、生徒の実感が点数には反映されていないように思われる。「数学Ⅱ・数学B」では、全国平均点が昨年度とほとんど変わらなかったのに対して、本県生徒の平均点は2.6点の減少となり、4年ぶりに全国平均を下まわる結果となった。特に、第2問の「微分積分」、第3問の「数列」、第4問の「ベクトル」で平均点が下がっており、計算量が多い問題に対する対応が不十分であることが感じられる。また、第1問[1]と第2問とともに「図形と方程式」の分野との融合問題となっていることにも注意が必要である。例年のことではあるが、試験時間60分という時間を考えると、受験生にとって高い計算処理能力と数学的な考えが必要とされ、依然としてハイレベルな出題であった。

大学入試研究委員会では、県内の高校生に対して、昭和63年度入試から共通一次試験、平成2年度入試からは大学入試センター試験に関するアンケートを毎年実施している。このアンケートの結果を分析し、これをもとに数学の指導方法について研究を続けてきた。今回も昨年度に引き続き意識調査のアンケートを「数学Ⅰ・数学A」と「数学Ⅱ・数学B」の科目別に分けて、受験生の意識を詳細に探ることができるよう努めた。

2 アンケートの概要

大学入試研究委員会では愛媛県内の高校生の受験したセ

ンター試験の結果を今後の指導に生かすため、例年、県内各高校の協力を得て、現役高校生の実態調査をしている。

アンケートはセンター試験の各設問別に正答、誤答、無答を記入する問題編と、受験生がセンター試験を受験しての意識を問うアンケート編の2部構成となっている。今回のアンケートは県内各高校の1,998名の受験生の協力を得た。また、アンケート実施日はセンター試験直後である。(本文後に調査結果を掲載)

なお、表中の愛媛県平均とは、アンケート調査結果によるデータであり、愛媛県下全ての受験生の平均ではない。

表1 平均点比較

	愛 媛	全 国
数学ⅠA	68.0 (71.6)	63.96 (66.31)
数学ⅡB	49.3 (51.9)	50.86 (51.01)

()は、前年度の平均点を表す。

全国平均は大学入試センター発表

表2 全国平均点、愛媛県平均点の推移

数学Ⅰ・数学A

	愛 媛	全 国	差
H11	54.5	50.7	3.8
H12	72.7	73.7	-1.0
H13	67.0	64.9	2.1
H14	68.2	63.8	4.4
H15	67.2	61.2	6.0
H16	72.4	70.2	2.2
H17	71.7	69.4	2.3
H18	68.6	62.4	6.2
H19	59.5	54.1	5.4
H20	71.6	66.3	5.3
H21	68.0	64.0	4.0

数学Ⅱ・数学B

	愛 媛	全 国	差
H11	67.1	62.1	5.0
H12	59.6	57.4	2.2
H13	68.9	68.9	0.0
H14	59.6	59.2	0.4
H15	55.1	49.8	5.3
H16	43.8	45.7	-1.9

H17	51.5	52.5	-1.0
H18	60.3	57.7	2.6
H19	49.5	48.9	0.6
H20	51.9	51.0	0.9
H21	49.3	50.9	-1.6

3 センター試験の全体的傾向

(1) 数学Ⅰ・数学A

出題形式、配点ともに昨年度と同様である。数学A「平面図形」は例年と同様、数学Ⅰ「図形と計量」との融合問題として出題された。昨年度は第1問にも図形を絡めた問題が出題されるなど図形問題重視の傾向であったが、今年度についてはその傾向は見られず、第3問の図形の問題も4問の中で唯一平均点が上昇しており、図形に関しては易化している。出題分量についても、アンケート項目で「出題数が多い」「解答時間が少ない」と答えた生徒はともに減少しており、時間内で無理なく解くことのできるものであった。

表3 大問別平均点および得点率

問題番号 (配点)	平均点	得点率
第1問(20) 方程式と不等式・ 集合と論理	13.3 (15.0)	66.5% (75.0%)
第2問(25) 2次関数	18.9 (20.0)	75.6% (80.0%)
第3問(30) 図形と計量・ 平面図形	21.9 (20.9)	73.0% (69.7%)
第4問(25) 場合の数・確率	14.0 (15.7)	56.0% (62.8%)

()は、前年度を表す。

それでは問題ごとの分析を行う。

第1問「方程式と不等式・集合と論理」

[1] 因数分解と有理化を含む無理数の計算の問題である。初めから2変数の式の因数分解でやや戸惑った生徒がいるかもしれないが、単純な計算問題であり難易度は高くない。

[2] 昨年度に引き続き「集合と論理」の問題で、計算量は多くないが、(2)では、与えられた実数の範囲を数直線を用いて考えないと間違えやすい。

第2問「2次関数」

頂点の座標、グラフがx軸と接する条件、区間における最小値を求める問題である。出題頻度が高い問題で、軸の位置による場合分けの誘導もあり、難易度は高くない。場合分けによる吟味をきちんと行わないと完答はできないが、十分に演習を行っていれば対応できる範囲であり、4問の中での得点率は最も高かったが、昨年度と比べて本県生徒の平均点が低くなっていることには疑問が残る。

第3問「図形と計量・平面図形」

昨年度に引き続き「空間図形」は出題されず、「余弦定

理」「角の二等分線の性質」「円周角の定理」「正弦定理」などを用いる問題である。参考図も与えられており基礎が定着していれば難易度は高くない。△BCEが正三角形であることに気付くかどうかポイントである。4問の中で唯一本県生徒の平均点がアップした問題である。

第4問「場合の数・確率」

(1)の「場合の数」の問題は、樹形図等を用いて数え上げれば難しくはないが、(2)の「確率」と比べて正解率が低くなっている。題意が理解できなかった生徒が多かったと思われる。(2)の期待値は基本的な問題であるが、分母も分子も3桁となる複雑な値であり、計算力が求められる。

(2) 数学Ⅱ・数学B

出題形式・配点とも昨年度と同様である。第1問「1」と第2問とともに融合問題が出題されたが、内容的には難しいものではなく、基本を理解していれば対応は容易である。ただ、「数学Ⅰ・数学A」と比べると全体的な問題量・計算量ともに多くなっており、時間内に完答することは容易ではない。3分野以上を学習している生徒においても、選択問題を余分に解いて選ぶ時間はないと思われる。アンケート項目でも「出題数が多い」と答えた生徒が51.0%(昨年度53.5%)、「解答時間が少ない」と答えた生徒が63.4%(昨年度65.8%)と、昨年度と同様な結果が出ているとともに、「教科書の節末・章末問題と比べて難しい」と答えた生徒が87.6%(昨年度76.1%)と大きく増加している。全国平均が昨年度とほぼ変わらないのに対し、本県生徒の平均点が下がり、4年ぶりに全国平均を下まわったことを考えると、「数学Ⅱ・数学B」の基礎力が身に付いていない生徒が増加していると思われる。

表4 選択問題をいつ選んだか

選択した問題 のみを解いた	選択した問題以外も解いてみて 自信のある問題を解答した
96.0%	3.9%

表5 大問別平均点および得点率

問題番号 (配点)	平均点	得点率
第1問(30) いろいろな関数	18.6 (13.1)	62.0% (43.7%)
第2問(30) 微分・積分	15.2 (18.5)	50.7% (61.7%)
第3問(20) 数列	8.4 (9.9)	42.0% (49.5%)
第4問(20) ベクトル	7.0 (10.4)	35.0% (52.0%)
第5問(20) 統計	10.2 (9.5)	51.0% (47.5%)
第6問(20) 数値計算とコンピュータ	3.5 (3.3)	17.5% (16.5%)

()は、前年度を表す。

表 6 問題選択の組み合わせのパターン

組み合わせのパターン	割合
第3問と第4問 (数列+ベクトル)	90.6%
第3問と第5問 (数列+統計)	3.9%
第3問と第6問 (数列+数値計算とコンピュータ)	0.3%
第4問と第5問 (ベクトル+統計)	4.7%
第4問と第6問 (ベクトル+数値計算とコンピュータ)	0.2%
第5問と第6問 (統計+数値計算とコンピュータ)	0.4%

それでは問題ごとの分析を行う。

第1問「いろいろな関数」

〔1〕「対数の計算」と「領域における最大値」との融合問題である。標準的な問題であるが、あまり見慣れない融合であり、戸惑った生徒も多かったと思われる。領域の図示がきちんとできるかがポイントである。

〔2〕三角方程式の解の範囲を求める問題である。 θ の余弦を求めるところまでは基本的な問題であり、正解率も高いが、 θ の範囲を求める問題では、与えられた $\pi/5$ の余弦の値を用いる必要があり、計算に時間がかかった生徒も多いのではないだろうか。

全体的には容易な問題が多く、第1問の平均点は昨年度より大きくアップしている。

第2問「微分法・積分法」

2つの放物線の交点や接線の方程式を求め、三角形の面積の最大となる条件・放物線と2直線で囲まれた図形の面積を求める問題である。標準的な問題であるが計算量が多いため、要領よく計算しないと完答は難しい。また、主となる放物線 D の方程式が軌跡で与えられているため、ここで間違っているとそれ以後はすべて間違いとなるので、細心の注意が必要である。

第3問「数列」

(1)は基本的な等比数列の問題であり、正解率も高かったが、(2)は極端に難易度が増す。等差数列 \times 等比数列の和を求める問題であるが、誘導がわかりにくく計算も煩雑であるため、生徒にとってはかなり難問に感じたと思われる。全体の得点率も昨年度より低くなっている。

第4問「ベクトル」

四角錐を用いた空間ベクトルの問題であり、空間ベクトルの出題が定着しつつある。問題上に図は与えられているが、多くの点がベクトル方程式で与えられており、変数が多いため、戸惑った生徒が多いのではないだろうか。図形的にとらえることができないと解くことができず、難易度は高い。アンケート結果でも最後の問題の正解率は1%に満たなかった。

第5問「統計とコンピュータ」

与えられた表から情報を読み取り、さまざまな統計量を求めさせる問題である。資料の整理、代表値の計算、散布図を用いた分析といった広範囲に渡る能力が要求されているが、言葉の定義や計算方法を理解していれば難易度は高くないと思われる。

第6問「数値計算とコンピュータ」

異なる2つの自然数を用いて表される数を小さい順に出力するプログラムが例年と同様にベーシックで与えられた。割り切れるか割り切れないかの判定文を正確にとらえて、どの行にジャンプするべきかを見きわめることができれば、全体の構造は易しい。しかし後半では、プログラムを2通りに変更させており、正確に理解できていないと難しい。

4 研究のまとめと今後の課題

今年度のセンター試験は昨年度の出題傾向と大きな差は見られなかったが、やはり何よりも求められるのは、基礎・基本の徹底と計算力であろう。特に、計算力については部分点のないマーク形式では非常に重要となる。1問を15分程度でマークまで含めて解答をしなければいけないことを考えると、素早く計算することはもちろんであるが、自分解ける問題を素早く見つける力も問題演習の中で身に付けていく必要があるだろう。また、融合問題も年々多くなっており、数学的な思考力を試されるとともに、図やグラフの性質を利用する力や多くの文字や式を複合的に処理する力、題意をきちんと理解する読解力も必要となっている。まずは、普段から「複雑な計算も最後までやりきる」「多くの文字を含んだり抽象的な問題にも積極的にチャレンジする」「図示できる問題は必ず図やグラフをかく」などの姿勢を身に付けたい。

また、今年度のもう一つの特徴は、「数学Ⅱ・数学B」の平均点が4年ぶりに全国平均点を下まわったことである。全体的に見ると、昨年と比べて難化したとは思えないが本県生徒の平均点は昨年より2.6点低くなった。「数学Ⅰ・数学A」と比べて計算量が多く、複合的に処理する力がより求められるが、それらの点が本県生徒に不足しているのではないだろうか。基本的な内容であっても、「数学Ⅱ・数学B」の単元というだけで難しく感じている生徒も多い。これらの苦手意識をどのようにして克服していくかが今後の大きな課題であると思われる。

平成21年度大学入試センター試験数学アンケート集計結果
数学Ⅰ・数学A

1 問題は全体として、教科書の節末・章末問題と比べ

	人数	%
やさしかった	656	32.8%
同じ程度だった	1014	50.8%
難しかった	328	16.4%

2 この程度の問題ならば

	人数	%
教科書中心の授業で十分	1163	58.2%
受験準備が必要	830	41.6%

3 出題数は

	人数	%
少なすぎる	103	5.2%
ちょうどよい	1707	85.4%
多すぎる	188	9.4%

4 出題分量に対して、時間は

	人数	%
少なすぎる	461	23.1%
ちょうどよい	1373	68.7%
多すぎる	164	8.2%

5 問題の傾向についてみると

	人数	%
知識を問う傾向	492	25.8%
考え方を見る傾向	595	31.2%
知識と考え方のバランスがとれている	818	42.9%

6 解答形式(マークセンス方式)について、その練習は

選択項目	人数	%
しなくてもよい	239	12.5%
少しはしたほうがよい	1152	30.3%
大いにしなければいけない	518	27.1%

自己採点結果

第1問	正答	誤答	無答
アイウエ	92.4%	6.3%	1.4%
オカキ	79.0%	15.6%	5.4%
ク	58.7%	37.7%	3.6%
ケ	49.4%	46.4%	4.2%
コ	40.5%	54.0%	5.5%

第2問	正答	誤答	無答
アイウエオ	95.5%	4.0%	0.5%
カキク	91.0%	7.4%	1.6%
ケコサ	85.1%	12.6%	2.3%
シスセ	78.2%	17.3%	4.5%
ソタチ	80.6%	14.7%	4.7%
ツテ	56.0%	34.5%	9.5%
トナニ	53.9%	36.4%	9.7%

第3問	正答	誤答	無答
アイウ	98.5%	1.1%	0.4%
エオ	93.6%	5.2%	1.2%
カキク	93.1%	5.2%	1.7%
ケ	88.1%	10.1%	1.8%
コ	81.8%	15.0%	3.2%
サ	86.9%	9.2%	3.8%
シス	66.4%	25.2%	8.4%

セソタ	54.3%	32.4%	13.3%
チツ	19.1%	61.0%	19.9%

第4問	正答	誤答	無答
ア	71.4%	25.1%	3.5%
イ	45.5%	48.2%	6.3%
ウ	44.7%	49.0%	6.3%
エ	35.3%	57.2%	7.5%
オカ	83.0%	14.4%	2.6%
キクケ	67.4%	26.6%	6.0%
コ	89.8%	7.0%	3.2%
サシセ	68.7%	21.6%	9.8%
ソタチツテト	30.0%	47.4%	22.6%

数学Ⅱ・数学B

1 問題は全体として、教科書の節末・章末問題と比べ

	人数	%
やさしかった	37	1.9%
同じ程度だった	207	10.5%
難しかった	1721	87.6%

2 この程度の問題ならば

	人数	%
教科書中心の授業で十分	108	5.5%
受験準備が必要	1830	93.2%

3 出題数は

	人数	%
少なすぎる	40	2.0%
ちょうどよい	922	47.0%
多すぎる	1001	51.0%

4 出題分量に対して、時間は

	人数	%
少なすぎる	1244	63.4%
ちょうどよい	492	25.1%
多すぎる	227	11.6%

5 問題の傾向についてみると

	人数	%
知識を問う傾向	180	9.2%
考え方を見る傾向	1027	52.8%
知識と考え方のバランスがとれている	739	38.0%

6 解答形式(マークセンス方式)について、その練習は

	人数	%
しなくてもよい	198	10.2%
少しはしたほうがよい	994	51.0%
大いにしなければいけない	758	38.9%

7 どの問題を選択しましたか

	人数	%
第3問と第4問	1725	90.6%
第3問と第5問	74	3.9%
第3問と第6問	5	0.3%

第4問と第5問	90	4.7%
第4問と第6問	3	0.2%
第5問と第6問	8	0.4%

8 選択問題について自己採点結果

	人数	%
選択した問題のみを解いてマークした	1820	96.0%
選択した問題以外も解いてみて、自信のある解答をマークした	74	3.9%

自己採点結果

第1問	正答	誤答	無答
ア	88.7%	9.9%	1.4%
イ	74.0%	22.5%	3.5%
ウ	84.5%	13.0%	2.5%
エオ	94.4%	4.0%	1.6%
カ	66.1%	26.0%	7.9%
キ	59.4%	32.2%	8.4%
クケ	56.0%	34.4%	9.5%
コ	65.5%	26.0%	8.6%
サ	57.3%	33.0%	9.7%
シス	86.0%	11.2%	2.8%
セソ	84.9%	11.7%	3.4%
タ	74.9%	19.8%	5.4%
チ	64.9%	28.4%	6.7%
ツ	23.1%	66.1%	10.8%
テ	13.9%	72.6%	13.5%

第2問	正答	誤答	無答
アイ	93.8%	4.7%	1.5%
ウエ	90.5%	7.7%	1.8%
オカ	76.2%	18.7%	5.2%
キク	83.7%	11.3%	5.0%
ケ	75.7%	18.2%	6.1%
コ	73.1%	19.5%	7.3%
サシ	62.6%	28.1%	9.3%
スセソタ	38.2%	43.6%	18.1%
チツ	32.8%	46.2%	21.0%
テト	21.9%	50.5%	27.6%
ナニヌネノ	2.6%	55.5%	41.8%

第3問	正答	誤答	無答
アイ	92.5%	6.7%	0.8%
ウエ	90.1%	8.7%	1.3%
オカキク	57.8%	36.0%	6.2%
ケコ	64.1%	27.0%	8.9%
サシ	28.1%	52.7%	19.3%
スセソ	5.0%	62.0%	33.0%
タチツテ	2.0%	53.5%	44.5%
トナニヌネ	1.3%	51.2%	47.5%

第4問	正答	誤答	無答
ア	74.3%	22.8%	2.9%
イウ	57.8%	36.0%	6.2%
エ	77.7%	16.6%	5.8%
オカ	37.6%	47.5%	14.9%
キクケ	29.4%	49.5%	21.1%
コ	29.6%	47.6%	22.8%
サシ	15.1%	56.1%	28.8%
スセソタチ	3.5%	52.6%	43.9%
ツテト	0.6%	53.6%	45.7%

第5問	正答	誤答	無答
アイウ	95.2%	3.0%	1.8%
エオ	84.9%	10.8%	4.2%
カキク	6.0%	70.5%	23.5%
ケ	7.8%	78.9%	13.3%
コサ	69.3%	24.7%	6.0%
シスセ	47.6%	41.0%	11.4%
ソ	37.3%	47.6%	15.1%
タ	63.9%	21.1%	15.1%
チ	56.6%	28.3%	15.1%
ツ	48.2%	37.3%	14.5%
テ	60.2%	22.9%	16.9%
ト	40.4%	36.1%	23.5%

第6問	正答	誤答	無答
ア	18.2%	45.5%	36.4%
イ	27.3%	45.5%	27.3%
ウ	27.3%	45.5%	27.3%
エ	18.2%	54.5%	27.3%
オ	9.1%	63.6%	27.3%
カキ	0.0%	63.6%	36.4%
クケ	0.0%	72.7%	27.3%
コ	18.2%	45.5%	36.4%
サ	36.4%	27.3%	36.4%
シ	18.2%	45.5%	36.4%
ス	9.1%	63.6%	27.3%

センター試験 【数学Ⅰ・A、数学Ⅱ・B】
 1月18日実施 各60分 各100点
数学Ⅰ・数学A
 (全問必答)

第1問 (配点 20)

[1] 整式 $A=6x^2+5xy+y^2+2x-y-20$ を因数分解すると
 $A=(\text{ア}x+y+\text{イ})(\text{ウ}x+y-\text{エ})$
 となる。

$x=-1, y=\frac{2}{3-\sqrt{7}}$ のとき、 A の値は オカキ である。

[2] 実数 a に関する条件 p, q, r を次のように定める。

$p: a^2 \geq 2a+8$
 $q: a \leq -2$ または $a \geq 4$
 $r: a \geq 5$

(1) 次の ク に当てはまるものを、下の ①～④ のうちから一つ選べ。

q は p であるための ク 。

- ① 必要十分条件である。
- ② 必要条件であるが、十分条件でない
- ③ 十分条件であるが、必要条件でない
- ④ 必要条件でも十分条件でもない

(2) 条件 q の否定を \bar{q} 、条件 r の否定を \bar{r} で表す。

次の ケ 、 コ に当てはまるものを、下の ①～④ のうちから一つずつ選べ。ただし、同じものを繰り返し選んでもよい。

命題「 p ならば ケ 」は真である。

命題「 コ ならば p 」は真である。

- ① q かつ \bar{r}
- ② q または \bar{r}
- ③ \bar{q} かつ \bar{r}
- ④ \bar{q} または \bar{r}

第2問 (配点 25)

a を定数とし、 x の2次関数

$y=2x^2-4(a+1)x+10a+1 \dots\dots\text{①}$

のグラフを G とする。

グラフ G の頂点の座標を a を用いて表すと

$(a+\text{ア}, \text{イウ}a^2+\text{エ}a-\text{オ})$

である。

(1) グラフ G が x 軸と接するのは

$a=\frac{\text{カ}}{\text{ク}} \pm \sqrt{\frac{\text{キ}}{\text{ク}}}$

のときである。

(2) 関数 ① の $-1 \leq x \leq 3$ における最小値を m とする。

$m=\text{イウ}a^2+\text{エ}a-\text{オ}$

となるのは

$\text{ケコ} \leq a \leq \text{サ}$

のときである。また

$a < \text{ケコ}$ のとき $m=\text{シス}a+\text{セ}$

$\text{サ} < a$ のとき $m=\text{ソタ}a+\text{チ}$

である。

したがって、 $m=\frac{7}{9}$ となるのは

$a=\frac{\text{ツ}}{\text{テ}}, \frac{\text{トナ}}{\text{ニ}}$

のときである。

第3問 (配点 30)

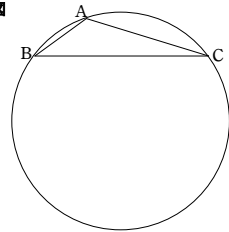
$\triangle ABC$ において、 $AB=1, BC=\sqrt{7}, AC=2$ とし、 $\angle CAB$ の二等分線と辺 BC との交点を D とする。

このとき、 $\angle CAB=\text{アイウ}^\circ$ であり

$BD=\frac{\sqrt{\text{エ}}}{\text{オ}}, CD=\frac{\text{カ}\sqrt{\text{キ}}}{\text{ク}}$

である。

参考図



AD の延長と $\triangle ABC$ の外接円 O との交点のうち A と異なる方を E とする。このとき、 $\angle DAB$ と等しい角は、次の ①～④ のうち ケ と コ である。

ただし、 ケ と コ の解答の順序は問わない。

- ① $\angle DBE$
- ② $\angle ABD$
- ③ $\angle DEC$
- ④ $\angle CDE$
- ⑤ $\angle BEC$

これより、 $BE=\sqrt{\text{サ}}$ である。また、 $DE=\frac{\text{シ}}{\text{ス}}$ である。

次に、 $\triangle BED$ の外接円の中心を O' とすると

$O'B=\frac{\text{セ}\sqrt{\text{ソ}}}{\text{タ}}$

であり

$\tan \angle EBO'=\frac{\text{チ}}{\text{ツ}}$

である。

第4問 (配点 25)

さいころを繰り返し投げ、出た目の数を加えていく。その合計が4以上になったところで投げることを終了する。

- (1) 1の目が出たところで終了する目の出方は ア 通りである。
- 2の目が出たところで終了する目の出方は イ 通りである。
- 3の目が出たところで終了する目の出方は ウ 通りである。
- 4の目が出たところで終了する目の出方は エ 通りである。

(2) 投げる回数が1回で終了する確率は $\frac{\text{オ}}{\text{カ}}$ であり、2回で終了する確率は

$\frac{\text{キ}}{\text{クケ}}$ である。終了するまでに投げる回数が最も多いのは コ 回で

あり、投げる回数が コ 回で終了する確率は $\frac{\text{サ}}{\text{シスセ}}$ である。終了す

るまでに投げる回数の期待値は $\frac{\text{ソタチ}}{\text{ツテト}}$ である。

数学Ⅱ・数学B

第1問 (必答問題) (配点 30)

[1] $x \geq 2, y \geq 2, 8 \leq xy \leq 16$ のとき、 $z = \log_2 \sqrt{x} + \log_2 y$ の最大値を求めよう。

$s = \log_2 x, t = \log_2 y$ とおくと、 $s, t, s+t$ のとりうる値の範囲はそれぞれ

$$s \geq \boxed{\text{ア}}, t \geq \boxed{\text{ア}}, \boxed{\text{イ}} \leq s+t \leq \boxed{\text{ウ}}$$

となる。また

$$z = \frac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オ}}} s + t$$

が成り立つから、 z は $s = \boxed{\text{カ}}$, $t = \boxed{\text{キ}}$ のとき最大値 $\frac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}}$ を

とる。したがって、 z は $x = \boxed{\text{コ}}$, $y = \boxed{\text{サ}}$ のとき最大値 $\frac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}}$

をとる。

[2] $0 \leq \theta < 2\pi$ の範囲で

$$5\sin\theta - 3\cos 2\theta = 3 \quad \dots\dots(*)$$

を満たす θ について考えよう。

方程式(*)を $\sin\theta$ を用いて表すと

$$\boxed{\text{シ}} \sin^2\theta + 5\sin\theta - \boxed{\text{ス}} = 0$$

となる。したがって、 $-1 \leq \sin\theta \leq 1$ より

$$\sin\theta = \frac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソ}}}$$

であり、 $0 \leq \theta < 2\pi$ の範囲でこの等式を満たす θ のうち、小さい方を θ_1 、大きい方を θ_2 とする

$$\cos\theta_1 = \frac{\sqrt{\boxed{\text{タ}}}}{\boxed{\text{ソ}}}, \cos\theta_2 = \frac{\boxed{\text{チ}}}{\boxed{\text{ソ}}} \sqrt{\frac{\boxed{\text{タ}}}{\boxed{\text{ソ}}}}$$

である。

θ_1 について不等式 $\boxed{\text{ツ}}$ が成り立つ。 $\boxed{\text{ツ}}$ に当てはまるものを、次の ㉠~㉣のうちから一つ選べ。

- ㉠ $0 < \theta_1 < \frac{\pi}{12}$ ㉡ $\frac{\pi}{12} < \theta_1 < \frac{\pi}{6}$ ㉢ $\frac{\pi}{6} < \theta_1 < \frac{\pi}{5}$
 ㉣ $\frac{\pi}{5} < \theta_1 < \frac{\pi}{4}$ ㉤ $\frac{\pi}{4} < \theta_1 < \frac{\pi}{3}$ ㉥ $\frac{\pi}{3} < \theta_1 < \frac{\pi}{2}$

ただし、必要ならば、次の値

$$\cos\frac{\pi}{5} = \frac{1+\sqrt{5}}{4}, \cos\frac{\pi}{12} = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$$

を用いてもよい。

さらに、不等式 $n\theta_1 > \theta_2$ を満たす自然数 n のうち最小のものは $\boxed{\text{テ}}$ である。

第2問 (必答問題) (配点 30)

放物線 $y=2x^2$ を C 、点 $(1, -2)$ を A とする。

点 $Q(u, v)$ に関して、点 A と対称な点を $P(x, y)$ とすると

$$u = \frac{x + \boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}, v = \frac{y - \boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}$$

が成り立つ。 Q が C 上を動くときの点 P の軌跡を D とすると、 D は放物線

$$y = x^2 + \boxed{\text{オ}}x + \boxed{\text{カ}}$$

である。

二つの放物線 C と D の交点を R と S とする。ただし、 x 座標の小さい方を R とする。点 R, S の x 座標はそれぞれ $\boxed{\text{キク}}$, $\boxed{\text{ケ}}$ で、点 R, S における放物線 D の接線の方程式はそれぞれ

$$y = \boxed{\text{コ}}, y = \boxed{\text{サ}}x - \boxed{\text{シ}}$$

である。

P を放物線 D 上の点とし、 P の x 座標を a とおく。 P から x 軸に引いた垂線と放物線 C との交点を H とする。 $\boxed{\text{キク}} < a < \boxed{\text{ケ}}$ のとき、三角形 PHR の面積 $S(a)$ は

$$S(a) = \frac{1}{\boxed{\text{ス}}} (\boxed{\text{セ}}a^3 + a^2 + \boxed{\text{ソ}}a + \boxed{\text{タ}})$$

と表される。 $S(a)$ は $a = \frac{\boxed{\text{チ}}}{\boxed{\text{ツ}}}$ のとき、最大値をとる。

$a = \frac{\boxed{\text{チ}}}{\boxed{\text{ツ}}}$ のとき、直線 HR と放物線 D の交点のうち、 R と異なる点の

x 座標は $\frac{\boxed{\text{テ}}}{\boxed{\text{ト}}}$ である。このとき、 $\frac{\boxed{\text{テ}}}{\boxed{\text{ト}}} \leq x \leq \frac{\boxed{\text{チ}}}{\boxed{\text{ツ}}}$ の範囲で、放物

線 D と直線 PH および直線 HR で囲まれた図形の面積は $\frac{\boxed{\text{ナニヌ}}}{\boxed{\text{ネノ}}}$ である。

第3問 (選択問題) (配点 20)

$\{a_n\}$ を初項 a_1 が 1 で公比が $\frac{1}{3}$ の等比数列とする。数列 $\{a_n\}$ の偶数番目の項

を取り出して、数列 $\{b_n\}$ を $b_n = a_{2n}$ ($n=1, 2, 3, \dots$) で定める。 $T_n = \sum_{k=1}^n b_k$ とおく。

(1) $\{b_n\}$ も等比数列であり、その初項は $\frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$ 、公比は $\frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}$ である。

したがって

$$T_n = \frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}} \left(1 - \frac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}}^n \right)$$

である。また、積 $b_1 b_2 \cdots b_n$ を求めると

$$b_1 b_2 \cdots b_n = \frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}^{n^2}}$$

となる。

(2) 次に、数列 $\{c_n\}$ を $c_n = 2n \cdot b_n$ ($n=1, 2, 3, \dots$) で定め、 $U_n = \sum_{k=1}^n c_k$ とおく。

$$\boxed{\text{サ}} c_{n+1} - c_n = \boxed{\text{シ}} b_n \quad (n=1, 2, 3, \dots)$$

が成り立つから

$$\sum_{k=1}^n (\boxed{\text{サ}} c_{k+1} - c_k) = \boxed{\text{シ}} T_n \quad \dots\dots\text{①}$$

である。また、この左辺の和をまとめ直すと、 U_n, c_{n+1}, c_1 を用いて

$$\sum_{k=1}^n (\boxed{\text{サ}} c_{k+1} - c_k) = \boxed{\text{ス}} U_n + \boxed{\text{セ}} c_{n+1} - \boxed{\text{ソ}} c_1 \quad \dots\dots\text{②}$$

と表される。

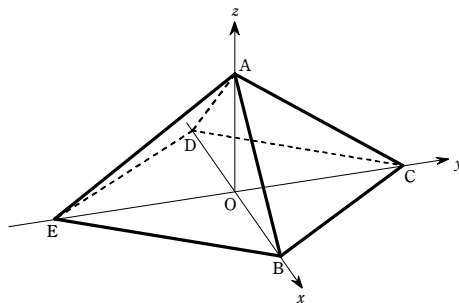
①と②より

$$U_n = \frac{\boxed{\text{タチ}}}{\boxed{\text{ツテ}}} - \frac{\boxed{\text{トナ}}n + \boxed{\text{ニヌ}}}{\boxed{\text{ツテ}}}, \frac{1}{\boxed{\text{ネ}}^n}$$

となる。

第4問 (選択問題) (配点 20)

O を原点とする座標空間上における 5 点を $A(0, 0, 1)$, $B(1, 0, 0)$, $C(0, 2, 0)$, $D(-1, 0, 0)$, $E(0, -2, 0)$ とする。ひし形 $BCDE$ を底面とする四角錐 $A-BCDE$ と、平面 ABC に平行な平面との共通部分について考える。



(1) $\vec{BC} \cdot \vec{BA} = \boxed{\text{ア}}$ であり、三角形 ABC の面積は $\frac{\boxed{\text{イ}}}{\boxed{\text{ウ}}}$ である。

(2) $\vec{u} = \vec{BA}$, $\vec{v} = \vec{BE}$ とおく。 $0 < a < 1$ とし、点 B_1 を線分 BE を $a : (1-a)$ に内分する点とすると、 $\vec{BB}_1 = \boxed{\text{エ}} \vec{v}$ である。点 A_1 を $\vec{OA}_1 = \vec{OA} + \vec{BB}_1$

で定め、線分 A_1B_1 と線分 AE が交わることを示そう。 A_1B_1 上の点 P は、 $0 \leq b \leq 1$ を満たす b を用いて

$$\overrightarrow{OP} = \overrightarrow{OB_1} + b\overrightarrow{u} + \boxed{エ} \overrightarrow{v}$$

と表される。また、 AE 上の点 Q は、 $0 \leq c \leq 1$ を満たす c を用いて

$$\overrightarrow{OQ} = \overrightarrow{OA} + \boxed{オ} \overrightarrow{u} + (\boxed{カ} - c)\overrightarrow{v}$$

と表される。

P と Q は $b = \boxed{キ} = \boxed{クケ} + 1$ のとき一致するから、線分 A_1B_1 と AE は、 AE を $\boxed{コ} : (1 - \boxed{コ})$ に内分する点で交わることがわかる。この点を E_1 とする。

点 C_1 を

$$\overrightarrow{OC_1} = \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{BB_1}$$

で定めると、同様に考えることにより、線分 A_1C_1 と線分 AD も、 AD を $\boxed{サ} : (1 - \boxed{サ})$ に内分する点で交わることがわかる。この点を D_1 とすると

$$\overrightarrow{D_1E_1} = \boxed{シ} \overrightarrow{DE}$$

であり、三角形 $A_1B_1C_1$ は三角形 ABC と平行であるから、四角形 $B_1C_1D_1E_1$ の面積は

$$\frac{\boxed{ス}}{\boxed{セ}} (\boxed{ソ} - \boxed{タ} \boxed{チ})$$

である。

また

$$|\overrightarrow{B_1D_1}| = \sqrt{\boxed{ツ} a^2 - \boxed{テ} a + \boxed{ト}}$$

である。

第5問 (選択問題) (配点 20)

下の表は、10名からなるある少人数クラスをI班とII班に分けて、100点満点で2回ずつ実施した数学と英語のテストの得点をまとめたものである。ただし、表中の平均値はそれぞれ1回目と2回目の数学と英語のクラス全体の平均値を表している。また、A, B, C, Dの値はすべて整数とする。

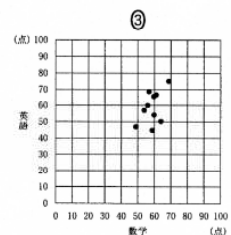
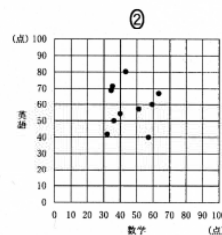
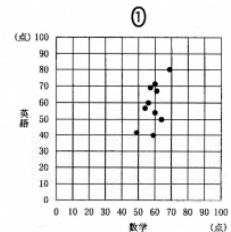
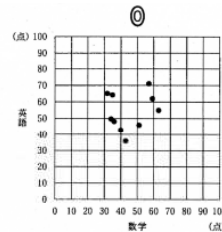
班	番号	1回目		2回目	
		数学	英語	数学	英語
I	1	40	43	60	54
	2	63	55	61	67
	3	59	B	56	60
	4	35	64	60	71
	5	43	36	C	80
II	1	A	48	D	50
	2	51	46	54	57
	3	57	71	59	40
	4	32	65	49	42
	5	34	50	57	69
平均値		45.0	E	58.9	59.0

以下、小数の形で解答する場合は、指定された桁数の一つの桁を四捨五入し、解答せよ。途中で割り切れた場合は、指定された桁まで0にマークすること。

- 1回目の数学の得点について、I班の平均値は $\boxed{アイ}.\boxed{ウ}$ 点である。
また、クラス全体の平均値は45.0点であるので、II班の1番目の生徒の数学の得点Aは $\boxed{エオ}$ 点である。
- II班の1回目の数学と英語の得点について、数学と英語の分散はともに101.2である。したがって、相関係数は $\boxed{カ}.\boxed{キク}$ である。
- 1回目の英語の得点について、I班の3番目の生徒の得点Bの値がわからないとき、クラス全体の得点の中央値Mの値として $\boxed{ケ}$ 通りの値があり得る。
実際は、1回目の英語の得点のクラス全体の平均値Eが54.0点であった。
したがって、Bは $\boxed{コサ}$ 点と定まり、中央値Mは $\boxed{シス}.\boxed{セ}$ 点である。
- 2回目の数学の得点について、I班の平均値はII班の平均値より4.6点大きかった。したがって、I班の5番目の生徒の得点CからII班の1番目の生徒の

得点Dを引いた値は $\boxed{ソ}$ 点である。

- 1回目のクラス全体の数学と英語の得点の相関図(散布図)は、 $\boxed{タ}$ であり、2回目のクラス全体の数学と英語の得点の相関図は、 $\boxed{チ}$ である。また、1回目のクラス全体の数学と英語の得点の相関係数を r_1 、2回目のクラス全体の数学と英語の得点の相関係数を r_2 とするとき、値の組 (r_1, r_2) として正しいのは $\boxed{ツ}$ である。 $\boxed{タ}$ 、 $\boxed{チ}$ に当てはまるものを、それぞれ次の①～④のうちから一つずつ選べ。



また、 $\boxed{ツ}$ に当てはまるものを、次の①～④のうちから一つ選べ。

- ① (0.54, 0.20) ③ (-0.54, 0.20)
② (0.20, 0.54) ④ (0.20, -0.54)

- 2回目のクラス全体10名の英語の得点について、採点基準を変更したところ、得点の高い方から2名の得点が2点ずつ下がり、得点の低い方から2名の得点が2点ずつ上がったが、その他の6名の得点に変更は生じなかった。このとき、変更後の平均値は $\boxed{テ}$ する。また、変更後の分散は $\boxed{ト}$ する。
 $\boxed{テ}$ 、 $\boxed{ト}$ に当てはまるものを、それぞれ次の①～④のうちから一つずつ選べ。

- ① 変更前より減少 ③ 変更前と一致 ④ 変更前より増加

第6問 (選択問題) (配点 20)

p, q を異なる自然数とする。このとき、与えられた自然数 d について、 d 以下の自然数 k のうちで

$$k = mp + nq \quad (m, n \text{ は } 0 \text{ 以上の整数}) \dots\dots\dots (*)$$

のように表すことができるものを小さい順にすべて列挙し、最後にその個数を表したい。そのために次のような[プログラム]を作った。ここで、INT(X)はXを超えない最大の整数を表す関数である。

[プログラム]

```

100 INPUT PROMPT "p=" :P
110 INPUT PROMPT "q=" :Q
120 INPUT PROMPT "d=" :D
130 LET U=0
140 FOR K=1 TO D
150     IF K-INT(K/P)*P=0 THEN  $\boxed{ア}$ 
160     FOR M=0 TO INT(K/P)
170         LET R=K-M*P
180         IF  $\boxed{イ}$  THEN  $\boxed{ア}$ 
190     NEXT M
200      $\boxed{ウ}$ 
210 PRINT K

```



```

220   [エ]
230 NEXT K
240 PRINT "総数=";U
250 END

```

(1) [プログラム]の [ア], [ウ], [エ] に当てはまるものを, それぞれ次の ①~⑥のうちから一つずつ選べ。

- | | | |
|-------------|-------------|-------------|
| ① GOTO 150 | ② GOTO 170 | ③ GOTO 180 |
| ④ GOTO 200 | ⑤ GOTO 210 | ⑥ GOTO 230 |
| ⑦ PRINT R | ⑧ PRINT U | ⑨ PRINT M |
| ⑩ LET R=R+1 | ⑪ LET U=U+1 | ⑫ LET K=K+1 |

また, [イ] に当てはまるものを, 次の ①~⑥のうちから一つ選べ。

- | | |
|-----------------------------------|---------------------------------|
| ① $R - \text{INT}(R/M) * M < > 0$ | ② $R - \text{INT}(R/M) * M = 0$ |
| ③ $R - \text{INT}(R/P) * P < > 0$ | ④ $R - \text{INT}(R/P) * P = 0$ |
| ⑤ $R - \text{INT}(R/Q) * Q < > 0$ | ⑥ $R - \text{INT}(R/Q) * Q = 0$ |

(2) [プログラム]を実行し, 変数 P, Q, D にそれぞれ 3, 7, 15 を入力したとき, 整数の列

3 [オ] 7 9 [カキ] 12 13 14 15

に続いて

総数=9

が出力される。また, 変数 P, Q, D にそれぞれ 3, 7, 100 を入力したとき, 整数の列に続いて

総数=[クケ]

が出力される。

[プログラム]を部分的に変更して, 次のような 2 種類のプログラムを作る。

(3) 式(*)のように表すことができないような d 以下の自然数 k を小さい順にすべて列挙し, 最後にその個数を表示したい。そのためには, [プログラム]の 150 行および 180 行にある [ア] を [コ] に置き換えるとともに, 200 行を削除すればよい。[コ] に当てはまるものを, 次の ①~⑥のうちから一つ選べ。

- | | | |
|------------|------------|------------|
| ① GOTO 190 | ② GOTO 200 | ③ GOTO 210 |
| ④ GOTO 220 | ⑤ GOTO 230 | ⑥ GOTO 240 |

(4) 自然数 k に対して, 式(*)を満たす組 (m, n) の個数を v_k とする。 d 以下の各自然数 k について v_k を出力し, 最後に総数として和 $v_1 + \dots + v_d$ の値を表示したい。そのためには, [プログラム]の 150 行を

150 [サ]

のように変更し, 180 行の [ア] を [シ] に置き換えて, 200 行を削除する。

さらに 210 行および 220 行を

210 PRINT "k=" ;K; "のとき, " ;V; "個"

220 [ス]

に変更すればよい。[サ], [シ], [ス] に当てはまるものを, それぞれ次の ①~⑥のうちから一つ選べ。

- | | | |
|-------------|-------------|-------------|
| ① GOTO 210 | ② GOTO 220 | ③ GOTO 230 |
| ④ LET V=0 | ⑤ LET V=U | ⑥ LET U=U+V |
| ⑦ LET V=V+U | ⑧ LET U=U+1 | ⑨ LET V=V+1 |