平成２２年度大学入試センター試験アンケートの分析

愛媛県立松山東高等学校　　浦田　雄一
愛媛県立西条高等学校　　真田　幸治
愛媛県立今治北高等学校　　兵頭　道淳

１　はじめに

今年度の大学入試センター試験は、志願者数が553,368人(昨年543,981人)で、昨年に比べて9,387人増加した。また、受験率も94.08%(昨年93.32%)とやや増加した。

受験者数は「数学Ⅰ・数学Ａ」が368,289人(昨年354,609人)「数学Ⅱ・数学Ｂ」が331,215人(昨年319,045人)とどちらも昨年に比べ増加した。平均点は「数学Ⅰ・数学Ａ」が48.96点(昨年63.96点)、「数学Ⅱ・数学Ｂ」が57.12点(昨年50.86点)(数字は大学入試センター発表)

「数学Ⅰ・数学Ａ」「数学Ⅱ・数学Ｂ」ともに大問構成、出題分野、配点ともに、昨年と比べ変化はなかった。「数学Ⅰ・数学Ａ」では、平均点が大幅に減少し、極端な難化傾向が見られた。アンケート結果でも、「教科書の節末・章末問題と比べ難しい」「解答時間が少ない」と答えた生徒がともに増加しており、生徒の実感が点数にも反映されている結果となった。特に、第３問と第４問の難化傾向が著しく、これらの得点率の減少がそのまま全体の平均点の減少に結びついている。また、本県生徒の平均点がかろうじて全国平均を上回ったものの、その差は大きく縮まっている。「数学Ⅱ・数学Ｂ」では、出題内容は昨年度までと変わらないものの、誘導が丁寧になり、易化傾向が見られた。問題別でも、第５問の「統計」を除くすべての大問で平均点が増加している。アンケート結果でも、「教科書の節末・章末問題と比べ難しい」と答えた生徒は大きく減少したものの、「解答時間が少ない」と答えた生徒が半数を超えており、受験生にとって高い計算処理能力が必要とされる傾向は変わっていないと思われる。また、昨年度に引き続いて本県生徒の平均点が全国平均を下まわっており、「数学Ⅰ・数学Ａ」とともに本県生徒にとって厳しい結果となっている。

大学入試研究委員会では、県内の高校生に対して、昭和63年度入試から共通一次試験、平成２年度入試からは大学入試センター試験に関するアンケートを毎年実施している。このアンケートの結果を分析し、これをもとに数学の指導方法について研究を続けてきた。今回も昨年度に引き続き意識調査のアンケートを「数学Ⅰ・数学Ａ」と「数学Ⅱ・数学Ｂ」の科目別に分けて、受験生の意識を詳細に探ることができるよう努めた。

２　アンケートの概要

大学入試研究委員会では愛媛県内の高校生の受験したセンター試験の結果を今後の指導に生かすため、例年、県内各高校の協力を得て、現役高校生の実態調査をしている。

アンケートはセンター試験の各設問別に正答、誤答、無答を記入する問題編と、受験生がセンター試験を受験しての意識を問うアンケート編の２部構成となっている。今回のアンケートは県内各高校の1,972名の受験生の協力を得た。また、アンケート実施日はセンター試験直後である。(本文後に調査結果を掲載)

なお、表中の愛媛県平均とは、アンケート調査結果によるデーターであり､愛媛県下全ての受験生の平均ではない。

表１　平均点比較

	愛　媛	全　国
数学ⅠＡ	49.4 (68.0)	48.96 (63.96)
数学ⅡＢ	55.2 (49.3)	57.12 (50.86)

(　)は、前年度の平均点を表す。
全国平均は大学入試センター発表

表２　全国平均点、愛媛県平均点の推移

数学Ⅰ・数学Ａ

	愛　媛	全　国	差
H13	67.0	64.9	2.1
H14	68.2	63.8	4.4
H15	67.2	61.2	6.0
H16	72.4	70.2	2.2
H17	71.7	69.4	2.3
H18	68.6	62.4	6.2
H19	59.5	54.1	5.4
H20	71.6	66.3	5.3
H21	68.0	64.0	4.0
H22	49.4	49.0	0.4

数学Ⅱ・数学Ｂ

	愛　媛	全　国	差
H13	68.9	68.9	0.0
H14	59.6	59.2	0.4
H15	55.1	49.8	5.3
H16	43.8	45.7	-1.9
H17	51.5	52.5	-1.0
H18	60.3	57.7	2.6
H19	49.5	48.9	0.6
H20	51.9	51.0	0.9
H21	49.3	50.9	-1.6
H22	55.2	57.1	-1.9

３　センター試験の全体的傾向

(1)　数学Ⅰ・数学Ａ

出題形式、配点ともに昨年と同様である。数学Ａ「平面図形」は例年と同様、数学Ⅰ「図形と計量」との融合問題として出題されたが、例年より思考力を必要とする問題で、難化傾向が最も高かった。また、第４問についても(1)と(2)が連動しており、(1)のミスによって大幅に点を失う恐れがあり、平均点減少の原因となっていると思われる。

表３　大問別平均点および得点率

問題番号（配点）	平均点	得点率
第１問（20）方程式と不等式・集合と論理	13.2（13.3）	66.0%（66.5%）
第２問（25）２次関数	18.3（18.9）	73.2%（75.6%）
第３問（30）図形と計量・平面図形	9.8（21.9）	32.7%（73.0%）
第4問（25）場合の数・確率	8.1（14.0）	32.4%（56.0%）

（　）は、前年度を表す。

それでは問題ごとの分析を行う。

第１問「方程式と不等式・集合と論理」

［１］分母の有理化を含む無理数の計算の問題である。４つの数のうち、最も小さい数を選ぶという初めての出題が見られたため、やや戸惑った生徒がいるかもしれないが、基本的な考えができれば解答は容易である。

［２］自然数に関する条件およびその条件で定められる数の集合の問題である。条件については、昨年度と同様に必要条件、十分条件を選択肢から選ぶ問題であったが、集合については、包含関係を正しく表したベン図を選ぶという目新しい問題が出題された。

第２問「２次関数」

一方のグラフの頂点が他方のグラフ上にある条件、頂点のｙ座標の最小値、グラフとｘ軸との交点のｘ座標、グラフの平行移動を問う問題である。以前のような、軸の位置による場合分けなどの複雑な作業は必要でなく、最後の平行移動で目新しい設定があったものの、落ち着いて考えれば難易度は高くない。

第３問「図形と計量・平面図形」

三角形の内接円に関する問題で、内接円の半径、余弦定理、正弦定理、方べきの定理に関する出題が見られた。内部にできる様々な三角形について余弦定理や正弦定理を利用するだけでなく、元になる三角形が直角三角形であることを上手く利用する必要があり、図形の問題が苦手な生徒にとっては難易度が高い。また、例年の図形の問題は「数学Ⅰ」と一部共通であったが、今回はまったく異なる問題であった。

第４問「場合の数・確率」

袋の中から玉を取り出す場合の数と確率を考える問題である。25点中16点が「場合の数」であり、「確率」と比べてその比重が高くなっている。(1)は丁寧に考えれば難しくないが、やや面倒であるとともに、(1)で得られた結果を(2)で用いるため、(1)でのミスが命取りになる。最後の期待値については、得点が３パターンしかないため、計算は容易である。

(2)　数学Ⅱ・数学Ｂ

出題形式・配点とも昨年度と同様である。第１問では、［１］の「対数関数」、［２］の「三角関数」ともに、それぞれ「解と係数の関係」、「因数定理」との融合問題となっている。第３問では、現行課程で初めて群数列が出題され、第４問では、４年連続して空間ベクトルが出題された。全体的に昨年度よりも誘導が丁寧で、それにしたがって埋めていけば自然に解ける工夫がされているとともに、計算量も減少しており、易化した。アンケート結果にもその傾向は見られるが、時間が足りないと感じる生徒が多く、高い計算処理能力と数学的な考え方が必要とされる傾向は変わっていない。また、本県生徒の平均点は２年連続で全国平均を下まわっているとともに、全国平均との差も６年前と並んで過去最低となっており、本県生徒の学力低下傾向も深刻である。

表４　選択問題をいつ選んだか

選択した問題のみを解いた	選択した問題以外も解いてみて自信のある問題を解答した
96.9%	2.9%

表５　大問別平均点および得点率

問題番号（配点）	平均点	得点率
第１問（30）いろいろな関数	19.4（18.6）	64.7%（62.0%）
第２問（30）微分・積分	18.2（15.2）	60.7%（50.7%）
第３問（20）数列	8.7（ 8.4）	43.5%（42.0%）
第４問（20）ベクトル	9.1（ 7.0）	45.5%（35.0%）
第５問（20）統計	5.4（10.2）	27.0%（51.0%）
第６問（20）数値計算とコンピュータ	5.3（ 3.5）	26.5%（17.5%）

（　）は、前年度を表す。

表６　問題選択の組み合わせのパターン

組み合わせのパターン	割合
第3問 と 第4問（数列＋ベクトル）	94.1%
第3問 と 第5問（数列＋統計）	4.1%

第３問 と 第６問 （数列＋数値計算とコンピュータ）	０．８％
第４問 と 第５問 （ベクトル＋統計）	０．８％
第４問 と 第６問 （ベクトル＋数値計算とコンピュータ）	０．１％
第５問 と 第６問 （統計＋数値計算とコンピュータ）	０．１％

それでは問題ごとの分析を行う。

第１問「いろいろな関数」

〔１〕対数を含んだ連立方程式を、２次方程式の解と係数の関係を利用して解く問題である。誘導が丁寧なため、解き方に悩むことはなく、難易度は高くない。

〔２〕三角方程式を解いた後、その解の正弦の値を３次方程式を解くことによって求める問題である。一見、文章量が多く難しそうに見えるが、誘導にしたがって丁寧に解いていけばスムーズに計算ができる。

第２問「微分法・積分法」

⑴では、ある点を通る接線の本数を数え、⑵では、２つの３次関数のグラフと２本の直線で囲まれた２つの図形の面積の和を求める問題である。３次関数のグラフと直線の交点の数を考えるように誘導されており、親切な出題形式である。最後の面積の問題は、２つの３次関数のグラフの位置関係を把握することがポイントであり、差がつきやすい問題である。

第３問「数列」

群数列の問題で、⑴では、階差数列を用いて一般項を求め、⑵では逆数の和を部分分数に分解して求める問題である。現行課程で初めての群数列の出題であり、戸惑った者がいたかもしれないが、誘導が親切であり、難易度は高くない。ただ、⑵の最初は、群数列での項の対応についての考え方が必要となり、差が出る問題である。

第４問「ベクトル」

平行六面体を用いて、直線と平面が垂直に交わるときの交点に関する問題、空間ベクトルの分解の一意性を用いる問題である。２つのベクトルの内積が０で、内積計算が楽になるような設定になっており、計算量はそれほど多くない。４年連続で空間ベクトルの問題が出題されており、基本的な考え方を習得しておく必要がある。

第５問「統計とコンピュータ」

与えられた表から情報を読み取っていく問題である。標準偏差が初めて出題された。言葉の定義や計算方法さえ知っていれば難しくないが、計算量がやや多く、迅速な処理が必要となる。後半の相関に関しては、計算をしなくても相関図から選択肢を選ぶことで解答できると思われる。

第６問「数値計算とコンピュータ」

与えられた自然数Ｎに対して、周の長さがＮで辺の長さが自然数である三角形の個数を求めるプログラムを作る問題である。丁寧に誘導されているが、プログラムの知識だけでなく、整数に関する知識も必要である。

４　研究のまとめと今後の課題

今年度のセンター試験は「数学Ⅰ・数学Ａ」の平均点が「数学Ⅱ・数学Ｂ」の平均点を大きく下まわるという極めて稀な結果となった。特に、「数学Ⅰ・数学Ａ」の平均点が初めて50点を下まわり、顕著な難化が見られた。特に、第３問での得点率の低下が目立ったが、例年とは少し傾向が異なっており、最初の段階で行き詰まった受験者が多かったと考えられる。アンケート結果でも、「ｲｳｴ」の正答率が34.2%であり、その傾向が現れている。しかし、最後の問の正解率も20%を超えており、最初を通過した者は最後までできているものも多い。公式に当てはめるだけでなく、図形の性質を利用することが求められる問題であった。

また、融合問題も年々多くなっており、数学的な思考力を試されるとともに、図やグラフの性質を利用する力や多くの文字や式を複合的に処理する力、題意をきちんと理解する読解力も必要となっている。まずは、普段から「複雑な計算も最後までやりきる」「多くの文字を含んだり抽象的な問題にも積極的にチャレンジする」「図示できる問題は必ず図やグラフをかく」などの姿勢を身に付けたい。

また、「数学Ⅰ・Ａ」「数学Ⅱ・Ｂ」ともに、全国平均に対しての本県生徒平均の上まわり点が、ここ数年で最も厳しい結果となっており、「数学Ⅱ・数学Ｂ」においては、２年連続で全国平均を下まわった。多くの先生方が感じている本県生徒の学力低下がはっきりと現れている。個人的な感想ではあるが、複合的に処理する力が不足している生徒が多く見られ、そのことが「定期考査は良いが、模擬試験では点が取れない」ことにつながっているように感じる。これらの意識をどのように変えていくかが今後の大きな課題と思われる。

平成22年度大学入試センター試験数学アンケート集計結果

数学Ⅰ・数学Ａ

１　問題は全体として、教科書の節末・章末問題と比べ

	人数	％
やさしかった	３７	１．９％
同じ程度だった	２５５	１３．０％
難しかった	１６７１	８５．１％

２　この程度の問題ならば

	人数	％
教科書中心の授業で十分	１９３	９．８％
受験準備が必要	１７５２	８９．３％

３　出題数は

	人数	％
少なすぎる	２３	１．２％
ちょうどよい	１３１９	６７．２％
多すぎる	６２１	３１．６％

4　出題分量に対して、時間は

	人 数	%
少なすぎる	1049	53.4%
ちょうどよい	777	39.6%
多すぎる	137	7.0%

5　問題の傾向についてみると

	人 数	%
知識を問う傾向	165	9.3%
考え方を見る傾向	1044	58.9%
知識と考え方のバランスがとれている	563	31.8%

6　解答形式(マークセンス方式)について、その練習は

選択項目	人 数	%
しなくてもよい	244	13.8%
少しはしたほうがよい	1007	56.8%
大いにしなければいけない	522	29.4%

自己採点結果

第 1 問	正 答	誤 答	無 答
ｱｲｳｴ	90.4%	8.9%	0.8%
ｵｶｷ	98.4%	1.4%	0.2%
ｸ	73.2%	24.5%	2.3%
ｹ	63.5%	32.3%	4.2%
ｺ	30.1%	62.7%	7.2%
ｻ	49.1%	45.3%	5.6%
ｼ	66.8%	28.7%	4.5%

第 2 問	正 答	誤 答	無 答
ｱｲｳ	86.5%	12.2%	1.3%
ｴｵ	87.1%	11.4%	1.5%
ｶｷｸ	84.4%	12.7%	2.9%
ｹｺｻ	80.2%	16.3%	3.5%
ｼｽ	80.5%	15.3%	4.2%
ｾｿﾀﾁ	59.3%	30.2%	10.5%
ﾂ	83.0%	11.2%	5.8%
ﾃﾄﾅ	77.1%	15.9%	7.0%
ﾆ	45.1%	40.2%	14.7%

第 3 問	正 答	誤 答	無 答
ｱ	87.4%	10.5%	2.1%
ｲｳｴ	34.2%	48.2%	17.6%
ｵｶｷ	26.9%	50.0%	23.1%
ｸｹ	50.3%	33.1%	16.6%
ｺｻｼｽ	17.6%	53.9%	28.4%
ｾｿ	14.4%	56.8%	28.8%
ﾀﾁ	13.6%	56.1%	30.2%
ﾂﾃ	24.1%	45.0%	30.8%
ﾄﾅ	29.0%	39.9%	31.1%
ﾆﾇ	28.7%	42.4%	28.9%
ﾈﾉ	20.7%	49.1%	30.2%

第 4 問	正 答	誤 答	無 答
ｱｲｳ	92.7%	6.4%	0.9%
ｴｵ	25.5%	59.7%	14.8%
ｶｷ	28.4%	55.6%	16.0%
ｸｹｺ	31.8%	47.3%	20.9%
ｻｼｽ	20.0%	54.4%	25.6%
ｾｿﾀﾁ	14.1%	51.0%	34.9%
ﾂﾃﾄ	17.2%	46.3%	36.5%
ﾅﾆﾇﾈ	9.2%	49.6%	41.2%

数学Ⅱ・数学Ｂ

1　問題は全体として、教科書の節末・章末問題と比べ

	人 数	%
やさしかった	242	12.6%
同じ程度だった	736	38.4%
難しかった	939	49.0%

2　この程度の問題ならば

	人 数	%
教科書中心の授業で十分	504	26.3%
受験準備が必要	1391	72.6%

3　出題数は

	人 数	%
少なすぎる	33	1.7%
ちょうどよい	1171	61.1%
多すぎる	713	37.2%

4　出題分量に対して、時間は

	人 数	%
少なすぎる	1000	52.2%
ちょうどよい	745	38.9%
多すぎる	172	9.0%

5　問題の傾向についてみると

	人 数	%
知識を問う傾向	303	15.8%
考え方を見る傾向	715	37.4%
知識と考え方のバランスがとれている	895	46.8%

6　解答形式(マークセンス方式)について、その練習は

	人 数	%
しなくてもよい	282	14.7%
少しはしたほうがよい	1073	56.0%
大いにしなければいけない	560	29.2%

7　どの問題を選択しましたか

	人 数	%
第3問と第4問	1830	94.1%
第3問と第5問	80	4.1%
第3問と第6問	16	0.8%
第4問と第5問	16	0.8%
第4問と第6問	1	0.1%
第5問と第6問	1	0.1%

8　選択問題について自己採点結果

	人数	%
選択した問題のみを解いてマークした	1763	96.9%
選択した問題以外も解いてみて、自信のある解答をマークした	53	2.9%

自己採点結果

第１問	正答	誤答	無答
ア	91.0%	8.0%	1.0%
イウ	87.9%	9.5%	2.5%
エオカ	83.7%	12.3%	4.0%
キク	81.5%	14.5%	4.0%
ケコサ	62.6%	29.1%	8.3%
シ	86.7%	10.5%	2.8%
ス	76.8%	17.4%	5.8%
セソ	53.7%	36.7%	9.5%
タチ	84.9%	8.8%	6.3%
ツ	79.0%	13.3%	7.7%
テト	44.2%	41.8%	14.0%
ナニ	25.7%	50.7%	23.6%
ヌネノハ	17.0%	53.6%	29.4%

第２問	正答	誤答	無答
ア	83.4%	13.4%	3.2%
イウ	79.1%	17.2%	3.7%
エオ	79.8%	16.6%	3.6%
カ	77.0%	17.6%	5.4%
キク	70.7%	23.0%	6.3%
ケ	76.1%	18.0%	5.8%
コ	70.1%	22.4%	7.5%
サ	58.1%	30.7%	11.2%
シス	60.6%	28.0%	11.4%
セソタ	44.1%	42.5%	13.4%
チツテ	68.5%	21.1%	10.4%
トナニ	17.8%	55.9%	26.3%

第３問	正答	誤答	無答
アイ	94.2%	5.1%	0.7%
ウエ	78.6%	17.4%	4.1%
オカキクケ	55.9%	32.9%	11.2%
コサ	39.5%	40.6%	20.0%
シス	32.5%	44.9%	22.7%
セソタチツ	29.7%	41.9%	28.4%
テトナ	24.5%	44.2%	31.3%
ニヌネ	17.7%	46.9%	35.3%

第４問	正答	誤答	無答
ア	82.6%	14.6%	2.8%
イウ	92.3%	6.1%	1.6%
エオ	83.7%	12.9%	3.4%
カ	63.8%	28.0%	8.2%
キク	34.6%	48.3%	17.2%
ケコ	31.7%	48.8%	19.5%
サシ	26.1%	47.6%	26.3%
スセ	12.9%	55.4%	31.7%
ソタチ	7.9%	54.6%	37.4%

第５問	正答	誤答	無答
アイウ	85.7%	14.3%	0.0%
エオカ	79.1%	16.5%	4.4%
キクケ	37.4%	48.4%	14.3%
コサシ	16.5%	58.2%	25.3%
スセ	8.8%	63.7%	27.5%
ソタ	15.4%	58.2%	26.4%
チツ	5.5%	64.8%	29.7%
テトナ	24.2%	49.5%	26.4%
ニヌ	4.4%	63.7%	31.9%
ネノ	17.6%	53.8%	28.6%
ハ	23.1%	42.9%	34.1%
ヒ	15.4%	49.5%	35.2%
フ	22.0%	45.1%	33.0%

第６問	正答	誤答	無答
ア	58.3%	41.7%	0.0%
イ	33.3%	58.3%	8.3%
ウ	33.3%	58.3%	8.3%
エ	8.3%	83.3%	8.3%
オ	41.7%	58.3%	0.0%
カキ	16.7%	75.0%	8.3%
ク	25.0%	66.7%	8.3%
ケ	25.0%	66.7%	8.3%
コ	25.0%	66.7%	8.3%
サ	16.7%	75.0%	8.3%
シ	8.3%	83.3%	8.3%

センター試験　【数学Ⅰ・A，　数学Ⅱ・B】

1月17日実施　各60分　各100点

数学Ⅰ・数学A

（全　問　必　答）

第1問　（配点　20）

[1]　$\alpha=\dfrac{\sqrt{7}-\sqrt{3}}{\sqrt{7}+\sqrt{3}}$ とする。α の分母を有理化すると，$\alpha=\dfrac{\boxed{\text{ア}}-\sqrt{\boxed{\text{イウ}}}}{\boxed{\text{エ}}}$ となる。

2次方程式 $6x^2-7x+1=0$ の解は，$x=\dfrac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}}$，$\boxed{\text{キ}}$ である。

次の ⓪ ～ ③ の数のうち最も小さいものは $\boxed{\text{ク}}$ である。

⓪ $\dfrac{\boxed{\text{ア}}-\sqrt{\boxed{\text{イウ}}}}{\boxed{\text{エ}}}$　　① $\dfrac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{ア}}-\sqrt{\boxed{\text{イウ}}}}$

② $\dfrac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}}$　　③ $\boxed{\text{キ}}$

[2]　次の $\boxed{\text{ケ}}$ ～ $\boxed{\text{サ}}$ に当てはまるものを，下の ⓪ ～ ③ のうちから一つずつ選べ。ただし，同じものを繰り返し選んでもよい。また，$\boxed{\text{シ}}$ に当てはまるものを，下の ④ ～ ⑦ のうちから一つ選べ。

自然数 n に関する条件 p，q，r，s を次のように定める。

p：n は5で割ると1余る数である

q：n は10で割ると1余る数である

r：n は奇数である

s：n は2より大きい素数である。

また，条件 r の否定を $\overline{r}$，条件 s の否定を $\overline{s}$ で表す。このとき

「p かつ r」は q であるための $\boxed{\text{ケ}}$。

$\overline{r}$ は $\overline{s}$ であるための $\boxed{\text{コ}}$。

「p かつ s」は「q かつ s」であるための $\boxed{\text{サ}}$。

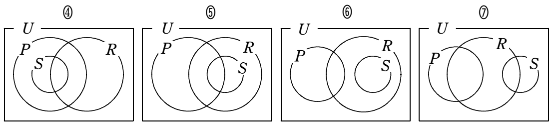
⓪ 必要十分条件である

① 必要条件であるが，十分条件でない

② 十分条件であるが，必要条件でない

③ 必要条件でも十分条件でもない

自然数全体の集合を全体集合 U とし，条件 p を満たす自然数全体の集合を P，条件 r を満たす自然数全体の集合を R，条件 s を満たす自然数全体の集合を S とすると，P，R，S の関係を表す図は $\boxed{\text{シ}}$ である。



第2問　（配点　25）

a，b を実数とし，x の二つの2次関数

$y=3x^2-2x-1$ ……①　，　$y=x^2+2ax+b$ ……②

のグラフをそれぞれ G_1，G_2 とする。

以下では，G_2 の頂点は G_1 上にあるとする。

このとき，$b=\boxed{\text{ア}}a^2+\boxed{\text{イ}}a-\boxed{\text{ウ}}$ であり，G_2 の頂点の座標を a を用いて表すと $\left(-a,\ \boxed{\text{エ}}a^2+2a-\boxed{\text{オ}}\right)$ となる。

(1)　G_2 の頂点の y 座標は，$a=\dfrac{\boxed{\text{カキ}}}{\boxed{\text{ク}}}$ のとき，最小値 $\dfrac{\boxed{\text{ケコ}}}{\boxed{\text{サ}}}$ をとる。

$a=\dfrac{\boxed{\text{カキ}}}{\boxed{\text{ク}}}$ のとき，G_2 の軸は直線 $x=\dfrac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{ス}}}$ であり，G_2 と x 軸との交点の x 座標は $\dfrac{\boxed{\text{セ}}\pm\boxed{\text{ソ}}\sqrt{\boxed{\text{タ}}}}{\boxed{\text{チ}}}$ である。

(2)　G_2 が点$(0,\ 5)$を通るとき，$a=\boxed{\text{ツ}}$，$\dfrac{\boxed{\text{テト}}}{\boxed{\text{ナ}}}$ である。

$a=\boxed{\text{ツ}}$ のとき，G_2 を x 軸方向に $\boxed{\text{ニ}}$，y 軸方向にも同じく $\boxed{\text{ニ}}$ だけ平行移動しても頂点は G_1 上にある。ただし，$\boxed{\text{ニ}}$ は0でない数とする。

第3問　（配点　30）

△ABC を AB＝3，BC＝4，CA＝5 である直角三角形とする。

(1)　△ABC の内接円の中心を O とし，円 O が3辺 BC，CA，AB と接する点をそれぞれ P，Q，R とする。このとき，OP＝OR＝$\boxed{\text{ア}}$ である。また，

$\mathrm{QR}=\dfrac{\boxed{\text{イ}}\sqrt{\boxed{\text{ウ}}}}{\boxed{\text{エ}}}$ であり，$\sin\angle\mathrm{QPR}=\dfrac{\boxed{\text{オ}}\sqrt{\boxed{\text{カ}}}}{\boxed{\text{キ}}}$ である。

(2)　円 O と線分 AP との交点のうち P と異なる方を S とする。このとき，

$\mathrm{AP}=\sqrt{\boxed{\text{クケ}}}$ であり，$\mathrm{SP}=\dfrac{\boxed{\text{コ}}\sqrt{\boxed{\text{サシ}}}}{\boxed{\text{ス}}}$ である。また，点 S から辺 BC へ垂線を下ろし，垂線と BC との交点を H とする。このとき，$\mathrm{HP}=\dfrac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソ}}}$，$\mathrm{SH}=\dfrac{\boxed{\text{タ}}}{\boxed{\text{チ}}}$ である。したがって，$\tan\angle\mathrm{BCS}=\dfrac{\boxed{\text{ツ}}}{\boxed{\text{テ}}}$ である。

(3)　円 O 上に点 T を線分 RT が円 O の直径となるようにとる。このとき，

$\tan\angle\mathrm{BCT}=\dfrac{\boxed{\text{ト}}}{\boxed{\text{ナ}}}$ である。よって，$\angle\mathrm{RSC}=\boxed{\text{ニヌ}}^\circ$ であり，$\angle\mathrm{PSC}=\boxed{\text{ネノ}}^\circ$ である。

第4問　（配点　25）

袋の中に赤玉5個，白玉5個，黒玉1個の合計11個の玉が入っている。赤玉と白玉にはそれぞれ1から5までの数字が一つずつ書かれており，黒玉には何も書かれていない。なお，同じ色の玉には同じ数字は書かれていない。この袋から同時に5個の玉を取り出す。

5個の玉の取り出し方は $\boxed{\text{アイウ}}$ 通りある。

取り出した5個の中に同じ数字の赤玉と白玉の組が2組あれば得点は2点，1組だけあれば得点は1点，1組もなければ得点は0点とする。

(1)　得点が0点となる取り出し方のうち，黒玉が含まれているのは $\boxed{\text{エオ}}$ 通りであり，黒玉が含まれていないのは $\boxed{\text{カキ}}$ 通りである。

得点が1点となる取り出し方のうち，黒玉が含まれているのは $\boxed{\text{クケコ}}$ 通りであり，黒玉が含まれていないのは $\boxed{\text{サシス}}$ 通りである。

(2)　得点が1点である確率は $\dfrac{\boxed{\text{セソ}}}{\boxed{\text{タチ}}}$ であり，2点である確率は $\dfrac{\boxed{\text{ツ}}}{\boxed{\text{テト}}}$ である。

また，得点の期待値は $\dfrac{\boxed{\text{ナニ}}}{\boxed{\text{ヌネ}}}$ である。

数学Ⅱ・数学B

第1問　（必答問題）　（配点　30）

[1]　連立方程式

$$(*)\quad \begin{cases} xy=128 & \cdots\cdots① \\ \dfrac{1}{\log_2 x}+\dfrac{1}{\log_2 y}=\dfrac{7}{12} & \cdots\cdots② \end{cases}$$

を満たす正の実数 x，y を求めよう。ただし，$x\neq1$，$y\neq1$ とする。① の両辺で2を底とする対数をとると，$\log_2 x+\log_2 y=\boxed{\text{ア}}$ が成り立つ。これと ② より $(\log_2 x)(\log_2 y)=\boxed{\text{イウ}}$ である。

したがって，$\log_2 x$，$\log_2 y$ は2次方程式 $t^2-\boxed{\text{エ}}t+\boxed{\text{オカ}}=0$ ……③ の解である。③ の解は $t=\boxed{\text{キ}}$，$\boxed{\text{ク}}$ である。ただし，$\boxed{\text{キ}}$ と $\boxed{\text{ク}}$ は解答の順序を問わない。よって，連立方程式(＊)の解は $(x,\ y)=\left(\boxed{\text{ケ}},\ \boxed{\text{コサ}}\right)$ または $(x,\ y)=\left(\boxed{\text{コサ}},\ \boxed{\text{ケ}}\right)$ である。

[2]　$0<\theta<\dfrac{\pi}{2}$ の範囲で　$\sin4\theta=\cos\theta$ ……①　を満たす θ と $\sin\theta$ の値を求めよう。

一般に，すべての x について，$\cos x=\sin\left(\boxed{\text{シ}}-x\right)$ である。$\boxed{\text{シ}}$ に当てはまるものを，次の ⓪ ～ ② のうちから一つ選べ。

⓪ π　　① $\dfrac{\pi}{2}$　　② $-\dfrac{\pi}{2}$

したがって，① が成り立つとき，$\sin4\theta=\sin\left(\boxed{\text{シ}}-\theta\right)$ となり，

$0<\theta<\dfrac{\pi}{2}$ の範囲で 4θ，$\boxed{\text{シ}}-\theta$ のとり得る値の範囲を考えれば，

$4\theta=\boxed{\text{シ}}-\theta$ または $4\theta=\pi-\left(\boxed{\text{シ}}-\theta\right)$ となる。よって，① を満たす θ は

$\theta=\dfrac{\pi}{\boxed{\text{ス}}}$ または $\theta=\dfrac{\pi}{\boxed{\text{セソ}}}$ である。

$\sin\dfrac{\pi}{\boxed{\text{ス}}}=\dfrac{\boxed{\text{タ}}}{\boxed{\text{チ}}}$ である。$\sin\dfrac{\pi}{\boxed{\text{セソ}}}$ の値を求めよう。① より，

$\boxed{\text{ツ}}\sin 2\theta\cos 2\theta=\cos\theta$　となり，この式の左辺を 2 倍角の公式を用いて変形すれば　$\left(\boxed{\text{テ}}\sin\theta-\boxed{\text{ト}}\sin^3\theta\right)\cos\theta=\cos\theta$　となる。ここで，$\cos\theta>0$ であるから　$\boxed{\text{ト}}\sin^3\theta-\boxed{\text{テ}}\sin\theta+1=0$ ……②　が成り立つ。$\sin\theta=\dfrac{\boxed{\text{タ}}}{\boxed{\text{チ}}}$ は ② を満たしている。$\theta=\dfrac{\pi}{\boxed{\text{セソ}}}$ とすると，$\sin\theta\fallingdotseq\dfrac{\boxed{\text{タ}}}{\boxed{\text{チ}}}$ であるから，

$\boxed{\text{ナ}}\sin^2\theta+\boxed{\text{ニ}}\sin\theta-1=0$　となる。ここで，$\sin\dfrac{\pi}{\boxed{\text{セソ}}}>0$ より，

$\sin\dfrac{\pi}{\boxed{\text{セソ}}}=\dfrac{\boxed{\text{ヌネ}}+\sqrt{\boxed{\text{ノ}}}}{\boxed{\text{ハ}}}$ である。

第 2 問　（必答問題）　（配点　30）

k を実数とし，座標平面上に点 P(1，0) をとる。曲線 $y=-x^3+9x^2+kx$ を C とする。

(1)　点 Q$(t,\ -t^3+9t^2+kt)$ における曲線 C の接線が点 P を通るとすると

$$-\boxed{\text{ア}}\,t^3+\boxed{\text{イウ}}\,t^2-\boxed{\text{エオ}}\,t=k$$

が成り立つ。$p(t)=-\boxed{\text{ア}}\,t^3+\boxed{\text{イウ}}\,t^2-\boxed{\text{エオ}}\,t$ とおくと，関数 $p(t)$ は $t=\boxed{\text{カ}}$ で極小値 $\boxed{\text{キク}}$ をとり，$t=\boxed{\text{ケ}}$ で極大値 $\boxed{\text{コ}}$ をとる。

したがって，点 P を通る曲線 C の接線の本数がちょうど 2 本となるのは，k の値が $\boxed{\text{サ}}$ または $\boxed{\text{シス}}$ のときである。また，点 P を通る曲線 C の接線の本数は $k=5$ のとき $\boxed{\text{セ}}$ 本，$k=-2$ のとき $\boxed{\text{ソ}}$ 本，$k=-12$ のとき $\boxed{\text{タ}}$ 本となる。

(2)　$k=0$ とする。曲線 $y=-x^3+6x^2+7x$ を D とする。曲線 C と D の交点の x 座標は $\boxed{\text{チ}}$ と $\dfrac{\boxed{\text{ツ}}}{\boxed{\text{テ}}}$ である。

$-1\leqq x\leqq 2$ の範囲において，2 曲線 C，D および 2 直線 $x=-1$，$x=2$ で囲まれた二つの図形の面積の和は $\dfrac{\boxed{\text{トナ}}}{\boxed{\text{ニ}}}$ である。

第 3 問　（選択問題）　（配点　20）

自然数の列 1，2，3，4，… を，次のように群に分ける。

1 | 2，3，4，5 | 6，7，8，9，10，11，12 | …
第 1 群　　第 2 群　　　　第 3 群

ここで，一般に第 n 群は $(3n-2)$ 個の項からなるものとする。第 n 群の最後の項を a_n で表す。

(1)　$a_1=1$，$a_2=5$，$a_3=12$，$a_4=\boxed{\text{アイ}}$ である。

$$a_n-a_{n-1}=\boxed{\text{ウ}}\,n-\boxed{\text{エ}}\quad(n=2,\ 3,\ 4,\ \cdots)$$

が成り立ち　$a_n=\dfrac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}}n^{\boxed{\text{キ}}}-\dfrac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}}n$　$(n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$　である。

よって，600 は，第 $\boxed{\text{コサ}}$ 群の小さい方から $\boxed{\text{シス}}$ 番目の項である。

(2)　$n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots$ に対し，第 $(n+1)$ 群の小さい方から $2n$ 番目の項を b_n で表すと，

$$b_n=\frac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソ}}}n^{\boxed{\text{タ}}}+\frac{\boxed{\text{チ}}}{\boxed{\text{ツ}}}n$$

であり

$$\frac{1}{b_n}=\frac{\boxed{\text{テ}}}{\boxed{\text{ト}}}\left(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+\boxed{\text{ナ}}}\right)$$

が成り立つ。これより

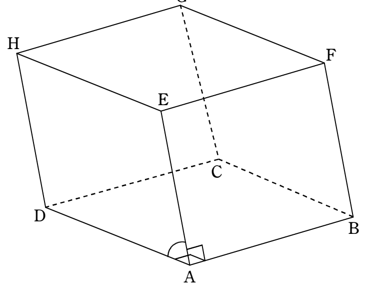
$$\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{b_k}=\frac{\boxed{\text{ニ}}\,n}{\boxed{\text{ヌ}}\,n+\boxed{\text{ネ}}}\quad(n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$$

となる。

第 4 問　（選択問題）　（配点　20）

二つずつ平行な三組の平面で囲まれた立体を平行六面体という。辺の長さがすべて 1 の平行六面体 ABCD−EFGH があり，$\angle\mathrm{EAB}=\angle\mathrm{DAB}=\dfrac{\pi}{2}$，$\angle\mathrm{EAD}=\dfrac{\pi}{3}$ である。

$\overrightarrow{\mathrm{AB}}=\vec{p}$，$\overrightarrow{\mathrm{AD}}=\vec{q}$，$\overrightarrow{\mathrm{AE}}=\vec{r}$ とおく。



$0<a<1$，$0<b<1$ とする。辺 AB を $a:(1-a)$ の比に内分する点を X，辺 BF を $b:(1-b)$ の比に内分する点を Y とする。点 X を通り直線 AH に平行な直線と辺 GH との交点を Z とする。三角形 XYZ を含む平面を α とする。

(1)　$\vec{p}\cdot\vec{q}=\vec{p}\cdot\vec{r}=\boxed{\text{ア}}$，$\vec{q}\cdot\vec{r}=\dfrac{\boxed{\text{イ}}}{\boxed{\text{ウ}}}$ である。ベクトル $\overrightarrow{\mathrm{XY}}$ は，a，b，$\vec{p}$，$\vec{r}$ を用いて $\overrightarrow{\mathrm{XY}}=\left(1-\boxed{\text{エ}}\right)\vec{p}+\boxed{\text{オ}}\,\vec{r}$ と表される。

$\overrightarrow{\mathrm{EC}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{XZ}}=\boxed{\text{カ}}$ である。

(2)　直線 EC と平面 α が垂直に交わるとし，交点を K とする。$\overrightarrow{\mathrm{EC}}$ が三角形 XYZ の 2 辺と垂直であることから，$\boxed{\text{キ}}\,a+b=\boxed{\text{ク}}$ が成り立つ。

以下では，$b=\dfrac{1}{2}$ とする。このとき $a=\dfrac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}}$ である。$\overrightarrow{\mathrm{EK}}$ を実数 c を用いて $\overrightarrow{\mathrm{EK}}=c\overrightarrow{\mathrm{EC}}$ と表すと，$\overrightarrow{\mathrm{AK}}=\overrightarrow{\mathrm{AE}}+c\overrightarrow{\mathrm{EC}}$ である。一方，点 K は平面 α 上にあるから，$\overrightarrow{\mathrm{AK}}$ は実数 s，t を用いて

$$\overrightarrow{\mathrm{AK}}=\overrightarrow{\mathrm{AX}}+s\overrightarrow{\mathrm{XY}}+t\overrightarrow{\mathrm{XZ}}=\left(\frac{1}{\boxed{\text{サ}}}s+\frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}}\right)\vec{p}+t\vec{q}+\left(\frac{1}{\boxed{\text{シ}}}s+t\right)\vec{r}$$

と表される。これらより，$c=\dfrac{\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セ}}}$ である。よって，点 E と平面 α との距離 $|\overrightarrow{\mathrm{EK}}|$ は $\dfrac{\boxed{\text{ソ}}\sqrt{\boxed{\text{タ}}}}{\boxed{\text{チ}}}$ となる。

第 5 問　（選択問題）　（配点　20）

次の表は，高等学校のある部に入部した 20 人の生徒について，右手と左手の握力 (単位 kg) を測定した結果である。測定は 10 人ずつの二つのグループについて行われた。ただし，表中の数値はすべて正確な値であり，四捨五入されていないものとする。

第 1 グループ

番号	右手の握力	左手の握力	左右の握力の平均値
1	50	49	49.5
2	52	48	50.0
3	46	50	48.0
4	42	44	43.0
5	43	42	42.5
6	35	36	35.5
7	48	49	48.5
8	47	41	44.0
9	50	50	50.0
10	37	36	36.5
平均値	A	44.5	44.75
中央値	46.5	46.0	
分　散	29.00	27.65	

第 2 グループ

番号	右手の握力	左手の握力	左右の握力の平均値
11	31	34	32.5
12	33	31	32.0
13	48	44	46.0
14	42	38	40.0
15	51	45	48.0
16	49	B	E
17	39	33	36.0
18	45	41	43.0
19	45	C	F
20	47	42	44.5
平均値	43.0	D	41.25
中央値	45.0	40.5	
分　散	41.00	26.25	

以下，小数の形で解答する場合は，指定された桁数の一つ下の桁を四捨五入し，解答せよ。途中で割り切れた場合は，指定された桁まで ⓪ にマークすること。

(1)　第 1 グループに属する 10 人の右手の握力について，平均値 A は $\boxed{\text{アイ}}.\boxed{\text{ウ}}$ kg である。

また，20 人全員の右手の握力について，平均値 M は $\boxed{\text{エオ}}.\boxed{\text{カ}}$ kg，中央値は $\boxed{\text{キク}}.\boxed{\text{ケ}}$ kg である。

(2)　右手の握力について，20 人全員の平均値 M からの偏差の 2 乗の和を，二つのグループそれぞれについて求めると，第 1 グループでは $\boxed{\text{コサシ}}$ であり，第 2 グループでは 420 である。したがって，20 人全員の右手の握力について，標準偏差 S の値は $\boxed{\text{ス}}.\boxed{\text{セ}}$ kg である。

(3)　t を正の実数とする。20 人全員の右手の握力の平均値 M と標準偏差 S を用いて，$M-tS$ より大きく $M+tS$ より小さい範囲を考える。

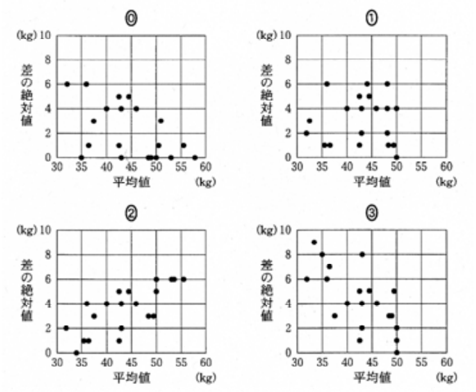
20 人全員の中で，右手の握力の値がこの範囲に入っている生徒の人数を $N(t)$ とするとき，$N(1)=\boxed{\text{ソタ}}$ であり，$N(2)=\boxed{\text{チツ}}$ である。

(4)　第 2 グループに属する 10 人の左手の握力について，平均値 D は $\boxed{\text{テト}}.\boxed{\text{ナ}}$ kg であり，中央値が 40.5 kg であるから，B の値は $\boxed{\text{ニヌ}}$ kg，C の値は $\boxed{\text{ネノ}}$ kg である。ただし，B の値は C の値より大きいものとする。これより，E と F の値も定まる。

(5)　20 人の各生徒について，右手と左手の握力の平均値と，右手と左手の握力の差の絶対値を求めた。握力の平均値については，最初にあげた表の「左右の握力の平均値」の列に示している。

握力の平均値を横軸に，握力の差の絶対値を縦軸にとった相関図 (散布図) として適切なものは $\boxed{\text{ハ}}$ であり，相関係数の値は $\boxed{\text{ヒ}}$ に最も近い。したがって，この 20 人については，$\boxed{\text{フ}}$ 。

$\boxed{\text{ハ}}$ に当てはまるものを，次の ⓪～③ のうちから一つ選べ。



$\boxed{\text{ヒ}}$ に当てはまるものを，次の ⓪～④ のうちから一つ選べ。

⓪ −0.9　① −0.5　② 0.0　③ 0.5　④ 0.9

$\boxed{\text{フ}}$ に当てはまるものを，次の ⓪～② のうちから一つ選べ。

⓪ 握力の平均値が増加するとき，握力の差の絶対値が増加する傾向が認められる

① 握力の平均値が増加するとき，握力の差の絶対値が増加する傾向も減少する傾向も認められない

② 握力の平均値が増加するとき，握力の差の絶対値が減少する傾向が認められる

第6問 （選択問題）（配点 20）

自然数 N を三つの自然数 a，b，c の和として表す方法の総数を求める。ただし，a，b，c は $a \leqq b \leqq c$ を満たすとする。

次のように考えよう。まず，a のとり得る値の範囲を求め，次に，その範囲にある a の各値について，$a+b+c=N$ となる自然数 b，c（$a \leqq b \leqq c$）の組を数える。

(1) $a \leqq b \leqq c$ より，a のとり得る値は $\dfrac{N}{\boxed{\text{ア}}}$ 以下のすべての自然数である。

(2) $N=20$ とする。このとき，a のとり得る最大の数は $\boxed{\text{イ}}$ であり，さらに，$a=3$ のとき，b，c（$3 \leqq b \leqq c$）の組は全部で $\boxed{\text{ウ}}$ 個である。

(3) 自然数 N を三つの自然数 a，b，c（$a \leqq b \leqq c$）の和として表す方法の総数を求めるため，以下のような［プログラム］を作成した。ただし，INT(X) は X を超えない最大の整数を表す関数である。

［プログラム］

```
100 INPUT N
110 LET X=0
120 FOR A=1 TO INT(N/[ア])
130   LET [エ]
140 NEXT A
150 PRINT "N=";N;" のとき，総数は ";X;"通りである"
160 END
```

$\boxed{\text{エ}}$ に当てはまるものを，次の ⓪～⑤ の中から一つ選べ。

⓪ X=X+1　① X=X+INT(A/2)−1
② X=X+A+3　③ X=X+2*INT(A/2)+3
④ X=X+INT((N−A)/2)−2　⑤ X=X+INT((N−A)/2)−A+1

［プログラム］を実行して，N に 13 を入力したとき，130 行は $\boxed{\text{オ}}$ 回実行され，150 行で出力される X の値は $\boxed{\text{カキ}}$ である。

(4) 一般に，三つの正の数について，どの二つの数の和も残りの数より大きければ，それらを三辺の長さとする三角形が存在する。逆に，すべての三角形において，どの二辺の長さの和も残りの一辺の長さより大きい。

この事実を用いて，自然数 N を三角形の三辺の長さとなり得る三つの自然数 a，b，c（$a \leqq b \leqq c$）の和として表す方法をすべて列挙し，その総数を求める。そのためには，(3)の［プログラム］の 130 行を削除して，次の 131 行～137 行を追加すればよい。

```
131   FOR B=[ク]
132     LET C=[ケ]
133     IF [コ] THEN
134       PRINT "(";A;",";B;",";C;")"
135       LET [サ]
136     END IF
137   NEXT B
```

$\boxed{\text{ク}}$ に当てはまるものを，次の ⓪～⑤ の中から一つ選べ。

⓪ 1 TO INT(N/2)　① 1 TO INT((N−A)/2)
② A TO N　③ A TO N−1
④ A TO INT((N−A)/2)　⑤ A TO INT((N−A)/2)+1

$\boxed{\text{ケ}}$ に当てはまるものを，次の ⓪～⑤ の中から一つ選べ。

⓪ B　① B+A　② B−A
③ N−B　④ N−A−B　⑤ N+A−B

$\boxed{\text{コ}}$ に当てはまるものを，次の ⓪～⑤ の中から一つ選べ。

⓪ A<B+C　① B<A+C　② C<A+B
③ A<B+C+1　④ B<A+C+1　⑤ C<A+B+1

$\boxed{\text{サ}}$ に当てはまるものを，次の ⓪～⑤ の中から一つ選べ。

⓪ X=X+INT(N/2)　① X=X+INT(N/3)　② X=X+INT(A/2)+1
③ X=X+A−1　④ X=X+A　⑤ X=X+1

変更後のプログラムを実行して，N に 13 を入力したとき，150 行で出力される X の値は $\boxed{\text{シ}}$ である。