

国公立大学入試問題の研究

－AO・推薦入試の問題から－

愛媛県立三島高等学校

五味 稔

1 はじめに

2000年度、東北大、筑波大、九州大の3校で始まった国立大のAO入試は今年で10年余が経過し、年々増え続けてきた。

現在、今年度入試での形態別の学校数では、国立大学82校中、AO入試実施校が47校、推薦入試実施校が74校、公立大学79校中、AO入試実施校が21校、推薦入試実施校が76校にのぼる。入学者比率を見てみると、国立大で全入学者約10万1千人のうち、推薦+AO入学者は約15%、公立大は全入学者約2万8千人のうち、推薦+AO入学者は約25%を占める。AO入試の国公立大学総入学定員3千人に対して、受験者総数は1万人の大台に達している。

また、AO入試や推薦入試には、それぞれ大学側のねらいがある。AO入試では、新しい人材の発掘の理念と大学教育の戦略が込められている。名古屋工業大学の「工学創成プログラム」、岡山大学の「マッチングプログラムコース」、愛媛大学の「スーパーサイエンス特別コース」、九州大学の「21世紀プログラム」などの特別なプログラムが組み込まれていることでも明白である。

推薦入試では、地域に根ざした人材の育成に力が注がれているが、今年度新規導入された型としては、熊本大学工学部の「理数大好き入試」や、同機械システム工学科「女子学生推薦入試」などが興味深い。

AO入試でも推薦入試でも、文部科学省は2011年度入試から、出願基準の明確化と学力把握措置の強化に重点を置くよう通達している。評定基準の見直しや、センター試験を利用する推薦AO入試のパターンが今後ますます増えてきそうである。また、「合格から入学までの学習喚起」を講ずるよう初めて全大学に求めた。早期合格者の高校生活を新しい視野へ、つまり大学での学びや生活へ備えさせる入学準備教育は、重要な役割を持つ。

出題問題の中から、昨年度の中四国の国公立大学のAO・推薦入試で実際に出題された数学の問題を取り上げてみる。

2 平成22年度 AO・推薦入試問題から

① (岡山大学理学部数学科 AO入試)

第1問

次の問いに答えなさい。

- (1) 「関数 $y=f(x)$ が $x=a$ で微分可能である」とはどういうことか述べよ。
- (2) 「関数 $y=f(x)$ が $x=a$ で連続である」とはどういうことか述べよ。
- (3) 関数 $y=f(x)$ が $x=a$ で微分可能であれば $x=a$ で連続であることを示せ。

第2問

n, k を正の整数とする。不等式 $x_1 + x_2 + \dots + x_k < n$ を満たす正の整数の組 (x_1, x_2, \dots, x_k) の個数を $A(n, k)$ とする。例えば $n=4$ かつ $k=2$ のとき、条件を満たす正の整数の組は $(1, 1), (1, 2), (2, 1)$ の3組であり、したがって、 $A(4, 2)=3$ である。次の問いに答えなさい。

- (1) $A(k+1, k), A(k+2, k)$ および $A(k+3, k)$ を求めよ。
- (2) $A(n+1, k+1) = A(n, k) + A(n, k+1)$ であることを示せ。
- (3) $A(n, k)$ を求めよ。

第3問

直径が1の4個の球が、どの2個も互いに接するように空間内に配置されている。この4個の球を含む最小の正四面体の一辺の長さを求めなさい。

第4問

座標平面上で、 $y=x^2(x-1)^2$ によって与えられる曲線を C とし、 C 上の点 $P(a, a^2(a-1)^2)$ における C の接線を l とする。 l と C の交点が P 自身をのぞいてちょうど1個であるときの a の値を全て求めよ。

② (岡山大学理学部物理学科 AO入試)

問

3次元の空間の直交座標 (x, y, z) において次の4つの方程式

$$x + y + z = 2$$

$$x = 0$$

$$y = 0$$

$$z = 0$$

はそれぞれ平面を表す。そこで、その4つの平面に囲まれる領域

$$x + y + z \leq 2$$

$$x \geq 0$$

$$y \geq 0 \quad \dots (A)$$

$$z \geq 0$$

が表す図形の体積を求めることを考える。

- (1) $z=0$ のとき、上の条件(A)を満たす領域の図形を $x-y$ 平面上で描け。
- (2) $z=1$ のとき、上の条件(A)を満たす領域の図形を $x-y$ 平面上で描け。
- (3) 4つの条件(A)が表す領域の図形を (x, y, z) 上で描け。
- (4) その図形の体積を求めるためにはどうすればよいかを述べよ。また、その計算をしなさい。

③ (広島大学理学部物理学科 A.O入試)

問 1

サイコロ 3 個をふるとき、サイコロの目の数の合計が 5 になる確率を求めよ。

問 2

次式の値を求めなさい。

$$\frac{3}{2}\log_5 15 - 3\log_5 \sqrt{6} + \frac{1}{2}\log_5 4$$

問 3

xy 平面上の曲線 $y = \tan x$ に x 座標が $\frac{\pi}{4}$ である点で接する直線の方程式を求めよ。

問 4

以下の定積分の値を求めよ。

(1) $\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx$

(2) $\int_0^3 x \log x dx$

問 5

実数 θ の関数 $y = 2\sin 2\theta + \sin \theta + \cos \theta$ について以下の間に答えよ。

- (1) $t = \sin \theta + \cos \theta$ において、 y を t の関数で表せ。
- (2) t の取り得る値の範囲を求めよ。
- (3) y の取り得る値の範囲を求めよ。

④ (鳥根大学総合理工学部数理系 推薦入試)

問題 1

行列には 1~3 の性質がある。

1. $l \times m$ 行列 A と $m \times n$ 行列 B の積 $A \times B$ は $l \times n$ 行列である。
(l, m, n は 1 以上の整数)
2. $l \times m$ 行列 A と $m \times n$ 行列 B の積 $A \times B$ を計算するには、 $l \times m \times n$ 回の掛け算が必要である。(l, m, n は 1 以上の整数)
3. 積が定義されている行列 A, B, C において、
($A \times B$) \times $C = A \times$ ($B \times C$) が成り立つ。

次の問いに答えなさい。答を導き出した過程も説明すること。

- (a) 4×2 行列 A , 2×3 行列 B , 3×1 行列 C の積 $A \times B \times C$ は、
 $A \times B$ と $B \times C$ のどちらを先に計算するかで必要な掛け算の回数が異なる。
($A \times B$) \times C と $A \times$ ($B \times C$)、それぞれの計算に必要な掛け算の回数を求めなさい。
- (b) 上記 (a) に記載の行列 A, B, C と、 1×2 行列 D の積 $A \times B \times C \times D$ を計算したい。最小の掛け算の回数を求めなさい。

問題 2

三角関数 $y = \sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right)$ ($0 \leq x \leq 2\pi$) について、以下の問いに答えよ。

- (a) y のグラフの概略図を描け。
ただし、始点 ($x=0$)、終点 ($x=2\pi$) の y の値、 $y=0$ となる x の値、 y が最大値、最小値をとる点、を明確にすること。
- (b) $y \geq 0.5$ となる x の範囲を求めよ。
- (c) $x = \frac{\pi}{2}$ における y の接線の方程式を求めよ。
- (d) $y \geq 0$ となる面積を求めよ。

問題 3

いま、 x を $2 < x < 10$ の範囲にある素数とすると、 $x=3, 5, 7$ である。このことを

$$A = \{x \mid x \text{ は } 2 < x < 10 \text{ である素数}\}$$

と書くことにする。すると、

$$B = \{x \mid x \text{ は } 1 < x < 8 \text{ である素数}\}$$

としても、 B は A と全く同じ要素 $x=3, 5, 7$ から成るので、 $B=A$ と書くことにする。このとき次の 2 つの集合 C, D

$$C = \{x \mid x \text{ は } x^2 + x - 2 > 0 \text{ を満たす実数}\}$$

$$D = \{x \mid x \text{ は } x^2 + x - 2 < 0 \text{ を満たす実数}\}$$

と同じ要素から成る 2 つの集合 E, F は、別の表し方をすると、それぞれどうなるだろうか。 $E=C, F=D$ となる E と F を求めなさい。

問題 4

X 大学の 1 年生から 4 年生までの各学年の代表 4 人と Y 大学の 1 年生から 4 年生までの各学年の代表 4 人とがテニス(シングルス)の対戦をすることになった。対戦する相手を決めるくじをしたところ、4 組全ての組が 2 学年差があった。 X 大学の学生を A 君、 B 君、 C 君、 D 君とし、 Y 大学の学生を E 君、 F 君、 G 君、 H 君としたとき、以下のことが分かった。 Y 大学の各学生が何年生で、誰と対戦し、対戦相手は何年生かを理論立てて説明せよ。

- (1) C 君は対戦相手より学年が上である。 C 君の対戦相手は E 君ではない。
- (2) F 君の対戦相手は 1 年生である。 F 君の対戦相手は A 君ではない。
- (3) G 君と E 君は 2 学年差がある。
- (4) H 君の対戦相手は B 君である。

⑤ (鳥根大学総合理工学部電子システム工学科)

推薦入試

連立不等式 $x+2y \leq 2, x \geq 0, y \geq 0$ 表す領域を D とする。

次の設問に答よ。

- (1) 領域 D を xy 平面上に図示し、面積を求めよ。
- (2) 点 $(3, 10)$ を通り、傾きが k である直線 l の方程式を求めよ。
- (3) 直線 l が原点を通るときの k の値を求めよ。また、このときに x 軸、直線 $x+2y=2$ 、および直線 l で囲まれる領域の面積を求めよ。
- (4) 領域 D と設問(2)の直線 l が共有点を持つような k の値の範囲を求めよ。
- (5) 設問(2)の直線 l が、領域 D を、面積が等しい2つの部分に分けるような場合を考える。
 - a) 設問(3)の答から、 k が満たす不等式を示せ。
 - b) 直線 l と直線 $x+2y=2$ との交点の x 座標が、1 より大きいかわ小さいかを、交点の座標を計算しない方法で示せ。
- (6) 原点 O 、 x 軸上の点 A 、直線 $x+2y=2$ 上の点 B 、 y 軸上の点 C を頂点とし、領域 D に含まれる長方形 $COAB$ を考える。この長方形の面積を最小にする点 B の座標を求めなさい。

3 平成22年度推薦入試問題から(抜粋)

以下に推薦入試における教科面接の質問内容を紹介する。

- ・ $y=(x^3-2x^2-3)^2(x-2)^3$ を微分しなさい。
- ・ $\sin A \cos B = \frac{1}{2}(\sin \alpha + \sin \beta)$ において、 α, β を A, B を使って表しなさい
- ・ $\int (-\sin 3x \cos x) dx$ を求めなさい。
(鳥取大・工・電気電子工学・推薦)

- ・ 次の関数の3次までの導関数を求めよ。
 - ① $y=(2-x)^5$
 - ② $y=e^{x^2}$
- ・ 次の不定積分を求めよ。
 - ① $\int \frac{x}{\sqrt{x+1}} dx$
 - ② $\int \cos^2 x dx$
- ・ $f(x), g(x)$ が微分可能であるとき次の問いに答えよ。
 - ① $f(x)$ の導関数 $f'(x)$ の定義を述べよ。
 - ② 積の導関数 $\{f(x)g(x)\}' = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$ を説明せよ。
 - ③ 不定積分の部分積分

$$\int f(x)g'(x)dx = f(x)g(x) - \int f'(x)g(x)dx$$
 を説明せよ。
- ・ 曲線 $C: y = \log x$ について以下の問いに答えなさい。
 - ① 点 $(0, 1)$ から、曲線 C へ引いた接線 l の方程式を求めよ。
 - ② ①で求めた接線 l および曲線 C と x 軸で囲まれた図形の面積 S を求めよ。
- ・ 以下のことを示しなさい。
 - ① 等式 $m^2 = 5n^2$ を満たす自然数 m, n は存在しないことを示せ。
 - ② $\sqrt{5}$ は無理数であることを示せ。

(鳥根大・総合理工・推薦)

- ・ 関数 $y=2x^2$ のグラフをかけ。
 - ① 点 $(1, 2)$ を通り、このグラフに接する接線の方程式の求め方を説明しなさい
 - ② 求めた接線を作図しなさい。
 - ③ 関数 $y=2x^2$ と接線と y 軸で囲まれた部分の面積の求め方を説明しなさい。

(山口大・工・機械・推薦)

- ・ $\int \log x dx$ を求めよ。
- ・ $x = \tan y$ において $\frac{d^2y}{dx^2}$ を求めよ。
- ・ $\sin x - \sqrt{3} \cos x + 1 = 0$ ($0 \leq x \leq 2\pi$) を解きなさい。
(徳島大・工・知能情報・推薦)

- ・ 初項1, 公差 d の等差数列と初項1, 公比2の等比数列があり、初項から第5項までの和が等しいとき、公差 d の値を求めよ。
- ・ 三角形の3辺が、6, 8, 10 のとき、三角形の面積を求めなさい。
- ・ 次の条件を満たす x の範囲を求めなさい。

- (1) $x^2 \geq 1$
- (2) y をある定数とすると、 $x^2 + y^2 \geq 1$
- (3) y をすべての実数とすると、 $x^2 + y^2 \geq 1$
- (4) y はある定数、 z はすべての実数とすると、 $x^2 + y^2 + z^2 \geq 1$
(高知大・理・数学コース・推薦)

4 まとめ

国公立大学は2004年度の独立法人化以降、所在する地域との密接な連携を強化している。地方自治体にとって、教育や医療分野での人材不足が切迫した問題である。国公立大の医学系や教員養成系での「地元枠」「地域優遇型」の推薦入試が急速に導入され、将来、地元への貢献を義務付けた奨学金も用意してある。

また、文部科学省は今春の通達で、推薦合格者に対して入学までの「学習喚起」を義務づけた。「入学準備教育」として、鳥取大や九州工業大では学習合宿を実施する。九州工業大では数学と理科に特化した2泊3日の合宿研修を2回実施する。大学によって、基礎学力問題の添削指導、課題レポート、小論文の提出と指導、課題図書への提示と感想文の提出など、実施方法は様々であるが、今後はより一層、入学準備教育の実施と充実が進むと思われる。

学力重視の視点から、センター試験を利用するAO入試・推薦入試が増え、現場の教員や受験生からは「出願から合格発表までの期間の長さ」が長すぎるという嘆きが聞こえる。推薦入試とAO入試のどちらに挑戦するかは、受験生の特性や能力をよく検討し、慎重に決定していく必要がある。AO・推薦の併願は避けるべきであろう。