数学的思考力・表現力を養う指導法の研究Ⅲ

愛媛県立大洲高等学校　安部　和幸

１　はじめに

本校は，現在１学年普通科３クラス，商業科１クラスの創立１２５年目を迎えた伝統ある進学校である。私は今年度，２年生文理融合の習熟度の高いクラスの担任をしている。普段の学習において、「知識の習得」や「定石適用の練習」のみに終始している生徒が多くみられる。必要なのは「問題解決力」であり、そのために必要な数学的思考力・表現力を身に付け、伸ばしていくことが今求められている。しかし、数学的思考力・表現力とは具体的に何か、授業の中でどのように感じ、身に付けていけばよいのか教員や生徒が把握していなければ意味がない。そこで、２年前から数学的思考力・表現力の意味をより具体的に細分化し、生徒が意識しながら取り組むことで育むことができるようにしたいと考え、研究を進めている。

２　数学的思考力・表現力

生徒に身に付けさせたい数学的思考力･表現力とは何かを自分なりに考え、具体的に小分けし、これまでの部会誌で以下のように掲載した。

数学的思考力の細分化	
予測する力	公式や問題にある規則・法則などを考え答えを予測する。
分解する力	問題の中で範囲ごとに分けて調べる。
視覚化する力	グラフや図を用いて問題を考察する。
具体化する力	代入結果や反例、身近な場面などを考える。
一般化する力	立式する。

表現力

記述力	解法を組み立て、正しい解答を示していく。
論証力	論理的に表現していく。

この細分化した力を生徒に「身に付けていきたい力」として提示し、授業や家庭学習の中で意識して取り組むように促す。

３　研究の内容

対象者は２年生で、授業を行っている理系 22 名で実施する。昨年度の反省を踏まえ、以下の(1)(2)の取組を行う。

(1)　月曜日から木曜日まで毎日大学入試問題過去問を１題ずつ課題として提出させる。数学ＩＡの分野から順番に出題し、記述の採点を行い、コメントをつけて返却する。

(2)　授業では、予習をしてきていることが前提で生徒が主体的に各分野の内容を理解できるよう考えるプロセス作りを取り入れる。

４　結果と考察

(1)については、１学期は計 29 題実施した。数学ＩＡの内容においては、場合分けを必要とする問題に対して、「分解する力」「視覚化する力」がよく身についていると感じた。しかし、２学期は数学ⅡＢＣの分野で出題をしているが、場合分けの必要な問題に対して思考力が追い付いていないことが多々あった。

以下、問題と生徒の誤答を紹介する。

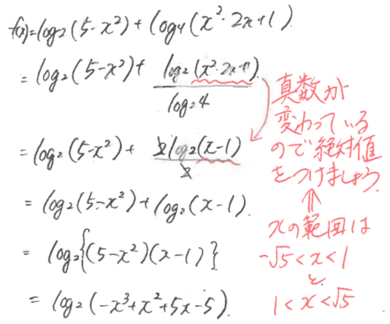
関数 $f(x)=\log_2(5-x^2)+\log_4(x^2-2x+1)$ について，次の問いに答えよ。

(1)　$f(x)$ の定義域を求めよ。

(2)　$x>1$ のとき，$2^{f(x)}$ を多項式で表せ。

(3)　(1)の定義域において，$f(x)$ の最大値とそのときの x の値を求めよ。

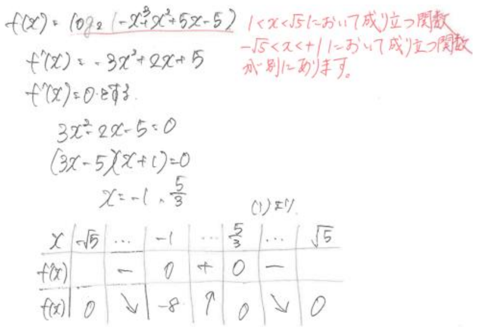
2024 広島工業大学



(3)を考えた生徒は全員同じ間違えをしていた。

正答の一部

(3)
$$f(x)=\log_2(5-x^2)+\frac{\log_2|x-1|^2}{\log_2 4}$$
$$=\log_2(5-x^2)+\log_2|x-1|$$
$$=\log_2(5-x^2)|x-1|$$



$x=-1$を代入すると真数が負の数となってしまい、解答がおかしくなってしまうことに気づいた生徒がいなかった。誤答の原因は、対数の性質によって$\log_2\{(x-1)^2\}^{\frac{1}{2}}$の計算を指数法則

$$\{(x-1)^2\}^{\frac{1}{2}}=(x-1)^1$$

が成り立つことしか考えていなかったことが挙げられる。また、微分法の知識で解答することで、元々が対数の関数であることを忘れてしまっていたことも挙げられる。真数の部分だけに注目して全体が把握できていなかった生徒がほとんどであった。各分野のつながりをより強固なものにしていくための方策を考えて実践しなければならないと感じた。

(2)については、グループワークやペアでの議論を取り入れ、「自分の考えを言語化し、他者に伝える」「他人の意見を聞いて考えを修正する」といった学びのサイクルを作ることができた。この授業の流れを通して、(1)で行った課題は１学期に比べ２学期の記述解答の方が、より細かな記述を意識している生徒が増えたように感じた。

５　まとめと今後の課題

課題は、教員の添削コメントが生徒にもう一度解き直してみようと思わせるような記述でなければならないと感じた。どうしても添削コメントは解答の一部を提示してしまうような形になってしまう。しかし、それでは生徒自身が考えるという思考が低下してしまう。時間をかけてでも考える時間を確保してあげることがとても大切であると反省した。

また今年度の研究を通して感じたことは、生徒が目の前の式をどのように捉えるのかということである。例として挙げると、数列の授業中に以下のようなシーンがあった。

「$a_n=2n+1$からa_{k+1}の式を立てる。」

(1)　$a_{k+1}=2(k+1)+1=2k+3$

(2)　$2n+1$はn番目を表す奇数であるから

$(n+1)$番目を表す奇数は$2n+3$

よって　$a_{k+1}=2k+3$

(1)の考え方は代入という機械的な計算である。２の考え方は数学的思考力･表現力の細分化で示した「予測する力」や「一般化する力」、「論証力」が当てはまると考える。(2)のような考え方を用いる生徒は非常に少なかった。「本質の理解」を積み重ねていくためには、トライアンドエラーを繰り返さなければならないが、「機械的な計算でできるなら本質的な理解はいらない」と考えてしまう生徒は多くいる。そのような生徒に対して、教員が生徒の発想に興味をもち、「それは面白い考え方だね」「別の見方もできるかもしれない」と対話的に関わることで、生徒自身で考え、機械的から脱却できるのではないだろうか。数学は「できる・できない」で評価する教科ではなく、「考える・試す」教科であることを、生徒と共に感じられる授業ができ学びを深めることができた。今後も生徒の思考力向上のため、問いかけの工夫をしていきたい。