

令和 7 年度愛媛大学入試問題（数学）の研究

愛媛県立八幡浜高等学校 平家 利晃

1 はじめに

今年度は5月10日（土）に愛媛大学理学部山崎教授による、令和7年度愛媛大学入試問題の説明会が行われた。解説の中での教授のコメントをまとめながら問題の分析を行った。

2 出題傾向

(1) 問題数および試験時間

前期日程は理型、文型ともに3題ずつの問題構成である。試験時間は教育学部、農学部、工学部（文理型入試）は100分、理学部、工学部、医学部医学科は120分であった。後期試験についても3題出題されている。全てにおいて小問集合1題、記述式2題の構成になっている。基本的な問題を多く出題しており、教科書の基本事項を習得している学生を必要としている意図が伺える。

(2) 出題内容

前期日程

番号	科目	内容
1	I A II B	数列、図形と計量、確率、指数・対数、複素数と高次方程式
2	A II	整数の性質、三角関数、不等式の証明、複素数と高次方程式
3	II C	微分法、積分法、ベクトル
4	A II III C	確率、微分法、積分法、複素数平面、高次方程式
5	A II C	整数の性質、三角関数、不等式の証明、複素数と高次方程式、領域、楕円
6	B III C	積分法、数学的帰納法、極限、ベクトル

選択問題

教育学部（I A II B 受験者）、農学部、工学部（文理型入試）

①, ②, ③

教育学部（I A II B III 受験者）

②, ③, ④

理学部、工学部（理系入試）、医学部医学科

④, ⑤, ⑥

後期日程（理学部、工学部）

番号	科目	内容
1	A III C	確率、積分法、極限、複素数平面、ベクトル
2	A II III	命題、整数の性質、微分法、積分法、指数・対数
3	B III	数学的帰納法、数列、微分法、積分法

(3) 出題者の意図

評価のポイント

- 1 基本的な事項が理解できているか
- 2 基本的な計算が身に付いているか
- 3 応用力を身に付けているか
- 4 論理的に考察し、論述できるか

の4つの観点を基準に、バランスよく評価するための問題が出題されている。特定の範囲に偏らず、まんべんなく全分野の勉強をして臨む必要がある。また、共通テストで見ることができない部分を問うという意図があり、特に理型の問題は数学IIIの内容が基本となる。

問題数は従来と変更せず、多すぎない設定である。テクニックだけで乗り切るのではなく、内容を正確に読み理解し、イメージする力を大事にし、その上で論理的な記述ができるよう表現力の向上にも努める必要がある。また部分点狙いの解答が多く見られ、論証力の低下を感じるようである。上辺だけの理解ではなく、地に足の着いた数学力を身に付けることを期待したいとのことである。反射的に解答を始めるのではなく、思考して解く習慣を付けさせておきたい。

3 問題分析

前期日程

① 以下の問いに答えよ。

- (1) $\{a_n\}$ を等差数列、 $\{b_n\}$ を等比数列とし、数列 $\{c_n\}$ 、 $\{d_n\}$ を

$$c_n = a_n + b_n, \quad d_n = a_n - b_n \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

で定める。 $c_1 = 2$ 、 $c_2 = -\frac{1}{2}$ 、 $d_1 = 0$ 、 $d_2 = \frac{7}{2}$ のとき、

$\{c_n\}$ 、 $\{d_n\}$ の一般項を求めよ。

- (2) 半径2の円に四角形 ABCD が内接している。AB = 1、AC = CD = DA のとき、次を求めよ。

(i) $\sin \angle ACB$ の値

(ii) 辺 BC の長さ

- (3) 赤球4個、青球3個、緑球2個、白球1個が入っている袋から、同時に2個の球を取り出すとき、次の確率を求めよ。

(i) 取り出した2個の球が同じ色である確率

(ii) 取り出した2個の球のうち、少なくとも1個が赤玉または青玉である確率

- (4) $\frac{1}{2} \leq x \leq 2$ のとき、関数 $y = (\log_2 4x) \left(\log_2 \frac{x}{8} \right)$ の最小値と最大値を求めよ。

- (5) (i) 整式 $2x^2 + 3x - 3$ を $x - 1$ で割った商と余りを求めよ。

(ii) 整式 $(2x^2 + 3x - 3)^2$ を $(x - 1)^2$ で割った余りを $R(x)$ としたとき、 $R(0)$ の値を求めよ。

【考察】

全ての問題が教科書の問や練習問題で扱われる難易度の問題であった。①は奇をてらう問題は出さず、基礎知識と計算力を問うという出題意図だと考えられるため、確実に得点

できるよう演習する必要がある。

② 以下の問いに答えよ。

(1) 整数 a が 3 の倍数でないとき、 $a^3 + a$ は 3 の倍数でないことを証明せよ。

(2) α, β, x, y を実数とする。

(i) 加法定理

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta$$

を用いて

$$\sin x + \sin y = 2 \sin \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}$$

を証明せよ。

(ii) $0 \leq x < y \leq \pi$ のとき、 $\sin \frac{x+y}{2}$ と $\frac{\sin x + \sin y}{2}$

の大小を調べよ。

(3) a, b を実数とし、

$$P(x) = x^3 + 2(a-2)x^2 + (3-b^2)x + b^2 - 2a$$

とする。

(i) $x=1$ は方程式 $P(x)=0$ の解であることを示せ。

(ii) 方程式 $P(x)=0$ が異なる 2 つの虚数解をもつための a, b の満たすべき必要十分条件を求め、その条件の表す領域を ab 平面上に図示せよ。

【考察】

(1) は 3 の倍数「でない」ことをどのように表すかが鍵であり、合同式の扱いに慣れている生徒にとっては比較的容易な証明問題である。論証力の低くなっている受験生が多くみられるため、適切な論理を組み立てられるようにしておきたい。整数の性質の扱いについては、今後も注視していきたい。

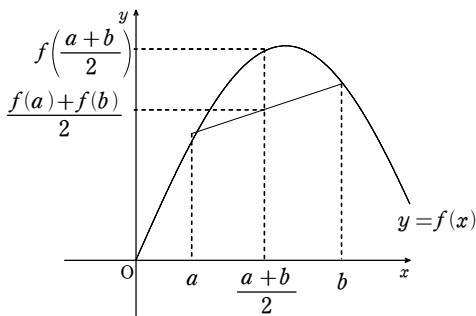
(2) の (i) は、三角関数の和積の公式の導出を問う問題である。「加法定理を使う」という誘導がなくとも証明できるようにしておきたい。三角関数は多数の公式があるが、公式を使いこなすだけでなく、その公式の導出方法についても理解しておくことが大切である。

(2) の (ii) の背景には、曲線の凸性に関する事柄がある。

(下図参照) 昨年度は $\log_{10} \frac{s+t}{2}$ と $\frac{\log_{10} s + \log_{10} t}{2}$

の大小比較について出題されていた。

(3) は高次方程式の基本的な問題である。領域の図示においては、特徴的な情報を書くことや、境界線を含むか否かの記述を忘れずにしておきたい。



③ 以下の問いに答えよ。

(1) 関数 $f(x) = x^2 - 2x + 3$ について、放物線 $y = f(x)$ 上の点 $A(-1, f(-1))$, $B(2, f(2))$ における接線をそれぞれ l_1, l_2 とし、 l_1 と l_2 の交点を $P(p, q)$ とする。

(i) 直線 l_1 および l_2 の方程式を求めよ。

(ii) p と q の値を求めよ。

(iii) 放物線 $y = f(x)$ と直線 l_1 および直線 $x = p$ で囲まれた図形の面積 S を求めよ。

(iv) 放物線 $y = f(x)$ と直線 $x = p$ の交点を C とする。放物線 $y = f(x)$ と線分 AC で囲まれた図形の面積 T を求めよ。

(2) O を原点とする座標空間上に点 $A(1, 2, 3)$,

$B(3, 4, 5)$ をとり、 $\vec{a} = \vec{OA}$, $\vec{b} = \vec{OB}$ とおく。また、 $\vec{a}$ と $\vec{b}$ のなす角を θ とする。

(i) $\vec{a}, \vec{b}$ の大きさ $|\vec{a}|, |\vec{b}|$ および $\cos \theta$ の値を求めよ。

(ii) $\triangle OAB$ の面積 S を求めよ。

(iii) ベクトル $\vec{e} = (1, s, t)$ が $\vec{a}$ と $\vec{b}$ の両方に垂直であるとき、実数 s と t の値を求めよ。

(iv) O を通り、平面 OAB と垂直な直線を l とする。四面体 $OABC$ の体積が 1 となるような、 l 上の点 C をすべて求めよ。

【考察】

③ は、(1) 微分法/積分法、(2) ベクトルの問題である。

(1) は放物線の接線を求め、それと放物線によって囲まれる図形の面積を求める問題である。図を書きやすく、状況整理がしやすいため、共通テストよりも容易に感じる問題である。

(iii) の定積分の計算においては、数Ⅲで扱う内容ではあるが、文系の生徒でも

$$\int (ax+b)^n dx = \frac{1}{n+1} (ax+b)^{n+1} \times \frac{1}{a} + C$$

を利用できるようにしておくことで計算量が少なくて済む。

(iv) は (iii) が明らかな誘導であることに気付けば、図形を組合せることで面積を出すことは容易い。

(2) の (i) ~ (iii) は、内積の定義や面積の公式、垂直条件などのベクトルの基本的な取り扱いについて理解しているかを問う問題である。(iv) は、(iii) の $\vec{e}$ が、三角形 OAB を底面とみたときの四面体 $OABC$ の高さ $\vec{OC}$ をいかに表すかの誘導であることに気付けば一瞬である。

④ 次の に適する数を、解答用紙の指定のところに記入せよ。

(1) 赤球 4 個、青球 3 個、緑球 2 個、白球 1 個が入っている袋から、同時に 2 個の球を取り出す。取り出した 2 個の球が同じ色である確率は (ア) であり、取り出した 2 個の球のうち、少なくとも 1 個が赤球または青球である確率は (イ) である。

(2) $f(x) = \sqrt{x^2 + x + 2}$ のとき、 $f'(0) =$ (ウ) であり、 $f''(0) =$ (エ) である。

(3) $\int_1^e \frac{\log x}{x} dx =$ (オ) である。

- (4) $\int_0^{\frac{\pi}{6}} x \sin 2x dx = \boxed{\text{力}}$ である。
- (5) i を虚数単位, t を実数とし, $z = 2 + 3i$ とする。複素数平面上の 3 点 $A(z)$, $B(iz)$, $C(-1+ti)$ を考える。直線 AB と直線 BC が直交するとき, $t = \boxed{\text{キ}}$ である。また, 3 点 A, B, C が同一直線上にあるとき, $t = \boxed{\text{ク}}$ である。
- (6) 整式 $x^3 - 2x^2 + 3x - 3$ を $x - 1$ で割った余りは $\boxed{\text{ケ}}$ である。また, 整式 $(x^3 - 2x^2 + 3x - 3)^5$ を $(x - 1)^2$ で割った余りを $R(x)$ としたとき, $R(0) = \boxed{\text{コ}}$ である。

【考察】

理系生徒の小問集合の問題で, 数学Ⅲの内容が中心に出題されている。共通テストの不足部分として数学Ⅲの分野についての基礎学力を確認するために出題されている。複素数平面や 2 次曲線, 三角関数の積分法, 極限の問題など学習内容がまんべんなく出題されている。特に, 複素数平面は苦手な生徒が多い印象がある。教科書の練習問題レベルの問題を確実に解くことができるよう演習を積んでおく必要を感じる。(2)(3)(4)(5)については, 本校の 3 年生理系生徒を対象に, 第 2 学期中間考査で出題(一部改題)した。(2)は $f'(x)$, $f''(x)$ を求める設問を追加し出題したところ, $f'(x)$ の正答率は 66%, $f''(x)$ の正答率は 26% となった。その他の正答率については, (3)は 55%, (4)は 35%, (5)は 55% であった。いずれの問題でも計算力の向上が課題として挙げられる。

【5】以下の問いに答えよ。

- (1) 整数 a が 3 の倍数でないとき, $a^3 + a$ は 3 の倍数でないことを証明せよ。
- (2) α, β, x, y を実数とする。
- (i) 加法定理
- $$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$
- $$\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta$$
- を用いて
- $$\sin x + \sin y = 2 \sin \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}$$
- を証明せよ。
- (ii) $0 \leq x < y \leq \pi$ のとき, $\sin \frac{x+y}{2}$ と $\frac{\sin x + \sin y}{2}$ の大小を調べよ。
- (3) a, b を実数とし
- $$P(x) = x^3 + (a - 4)x^2 + (3 - b^2)x + b^2 - a$$
- とする。
- (i) $x = 1$ は方程式 $P(x) = 0$ の解であることを示せ。
- (ii) 方程式 $P(x) = 0$ が異なる 2 つの虚数解をもつための a, b の満たすべき必要十分条件をもとめ, その条件の表す領域を ab 平面上に図示せよ。

【考察】

(1), (2) は $\boxed{2}$ の (1), (2) と同じ問題である。(3) についても $\boxed{2}$ (3) とほとんど同様であり, 最後の不等式の変形が, 楕円の標準形を見据えてできるかが分かれ目である。

【6】以下の問いに答えよ。

- (1) a を正の実数とする。関数 $f_n(x)$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) を

$$f_1(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2}, \quad f_{n+1}(x) = \frac{1}{2} \int_{x-a}^{x+a} f_n(t) dt \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

により定める。また, $A = \frac{e^a - e^{-a}}{2}$ とおく。

- (i) $\frac{f_2(x)}{f_1(x)} = A$ を証明せよ。
- (ii) $f_n(x) = A^{n-1} f_1(x)$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) を証明せよ。
- (iii) 無限級数 $\sum_{n=1}^{\infty} f_n(0)$ が収束するような a の値の範囲を求めよ。
- (iv) a が (iii) で求めた範囲にあるとき, $\sum_{n=1}^{\infty} f_n(0)$ を a を用いて表せ。

- (2) $\vec{a} = (1, 2, 1)$, $\vec{b} = (1, 1, 1)$ とする。また, s, t を実数とし, ベクトル $\vec{c}$ は条件

$$\begin{cases} \vec{c} = s\vec{a} + \vec{b} \\ \vec{a} \cdot \vec{c} = 0 \end{cases}$$

を満たすとする。

- (i) s の値および $\vec{c}$ を求めよ。
- (ii) t, u を実数とし, $\vec{d} = t\vec{a} + u\vec{c}$ とする。また, x を実数とし, ベクトル $\vec{d}$ は条件

$$\begin{cases} \vec{a} \cdot \vec{d} = 1 \\ \vec{b} \cdot \vec{d} = x \end{cases}$$

を満たすとする。

- (a) t の値を求めよ。
- (b) u を x を用いて表せ。
- (c) $f(x) = |\vec{d}|$ とする。 $\lim_{x \rightarrow \infty} \{f(x) - (px + q)\} = 0$ が成り立つとき, 実数 p と q の値を求めよ。

【考察】

(1) は積分法, 数学的帰納法と極限, (2) はベクトルと極限の融合問題である。(1) 被積分関数が複雑ではないので定積分の計算自体は容易い。数学的帰納法はフォーマットが決まっているからこそ, 丁寧な記述を心がけたいところである。無限等比級数の収束条件やその和について, 数Ⅲの基本的な知識を身につけていることが大切である。(2) 図などをイメージすることなく, すべて計算のみで処理ができる問題であるから, 基本的な計算処理を素早く正確に行えるようにしておきたい。(ii)(c) については, 極限計算(不定形の解消)に慣れておかないと手をつけることができないと思われる。

なお, この問題は曲線 $y = f(x)$ の漸近線を考えているのと

同じであり, $f(x) = \sqrt{3x^2 - 4x + \frac{3}{2}}$ は双曲線

$$\left(x - \frac{2}{3}\right)^2 - \frac{y^2}{\left(\frac{1}{\sqrt{6}}\right)^2} = -1 \text{ の一部 (上側) であることから}$$

$$\text{漸近線は } y = \pm \frac{1}{\frac{\sqrt{6}}{1}} \left(x - \frac{2}{3} \right) \text{ から } y = \pm \sqrt{3}x \mp \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

(複号同順)。

$$x \rightarrow \infty \text{ のときを考えるので, } y = \sqrt{3}x - \frac{2\sqrt{3}}{3}。$$

これより p, q が確かめられる。

今年度6月に、本校の3年生理系8名に、グループワークとして、この[6]を解かせてみた。(1)は最後まではたどり着いたものの、本番のことを考えると、時間をかけすぎてしまっていた。方針の判断と、計算処理が遅いという課題が見つかった。(2)については、極限操作にまだまだ不慣れであることが顕在化した。なんとか p, q の値を出すことはできたものの、記述内容が論理的でない部分が見られ、まだまだ演習不足であることを痛感した。

後期日程

[1] 次の[]に適する数を、解答用紙の指定のところに記入せよ。

(1) 当たりくじをちょうど2本含む計10本のくじの中から、引いたくじはもとに戻さないで、A, B, Cの3人がこの順に1本ずつくじを引く。このとき、A, Bの2人が当たりくじを引く確率は[ア]であり、A, B, Cのうち少なくとも1人が当たりくじを引く確率は[イ]である。

(2) $\int_0^1 x e^{-x} dx = [\text{ウ}]$ である。

(3) $\int_0^{\frac{\pi}{3}} \sin x \cos 2x dx = [\text{エ}]$ である。

(4) a, b を実数とする。 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x + a}{x \sin x} = b$ が成り立つとき、 $a = [\text{オ}]$ であり、 $b = [\text{カ}]$ である。

(5) i を虚数単位とする。複素数 $(1+i)(\sqrt{3}+i)^6$ の絶対値を r 、偏角を θ (ただし、 $0 \leq \theta < 2\pi$) とするとき、 $r = [\text{キ}]$ であり、 $\theta = [\text{ク}]$ である。

(6) x を実数とし、ベクトル $\vec{a} = (x, x+1, x+2)$ 、 $\vec{b} = (x+1, x+2, x)$ のなす角を θ とする。

(i) $\theta = \frac{\pi}{3}$ かつ $x < 0$ のとき、 $x = [\text{ケ}]$ である。

(ii) x が実数全体を動くときの $\cos \theta$ の最小値は[コ]である。

【考察】

例年同様、理系の受験生のみの実施で、内容も幅広く、基本から標準の問題で正確に解く力を問うている。教科書や問題集の演習で十分対応できる問題なので、確実に正解したい。(6)(ii)では分子の次数下げを行い、2次関数の最小値問題に落とし込めるとよし。微分のゴリ押しはNG。

[2] 以下の問いに答えよ。

(1) a, b, c を整数とすると、次が成り立つことを証明せよ。

(i) $a+b=c$ とする。このとき、 a, b, c の少なくとも1つは偶数である。

(ii) $a^2+b^2=c^2$ とする。このとき、 a, b の少なくとも1つは偶数である。

(2) (i) $t > 0$ のとき、 $\log t \leq t-1$ が成り立つことを証明せよ。

(ii) $f(x)$ は $0 \leq x \leq 1$ で定義された連続関数で、

常に $f(x) > 0$ であり $\int_0^1 f(x) dx = 1$ を満たすとする。

このとき、(i)の結果を用いて

$$\int_0^1 \log f(x) dx \leq 0$$

が成り立つことを証明せよ。

(3) 連立不等式

$$\begin{cases} (\sqrt{2})^{x^2} \leq 4^{x+y} \\ y \leq \frac{x}{2} \end{cases}$$

の表す領域を座標平面上に図示せよ。

【考察】

前期試験同様、論証する力を図ることを主とした問題が中心となっている。(1) 確率における余事象のように、命題の証明においても、その否定や対偶を考えることで方針が立てやすい場合を見抜いて論述することが求められている。(2) 丁寧な誘導であるため、取り組みやすい。(3) 1つ目の不等式の処理が適切にできれば難しくはない。

[3] 以下の問いに答えよ。

(1) 関数 $f_n(x)$ ($n=1, 2, 3, \dots$) を

$$f_1(x) = (x^2 - 2x + 5)e^x$$

$$f_{n+1}(x) = f'_n(x) \quad (n=1, 2, 3, \dots)$$

により定める。

(i) $f_2(x)$ を求めよ。

(ii) 関数 $f_n(x)$ ($n=1, 2, 3, \dots$) は実数 a_n, b_n を用いて

$$f_n(x) = (x^2 + a_n x + b_n) e^x$$

と表せることを、 n に関する数学的帰納法を用いて証明せよ。

(iii) (ii)における a_n, b_n を n を用いて表せ。

(2) n を自然数とし、 $a_n = 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \dots + \frac{(-1)^{n-1}}{2n-1}$ とおく。

(i) $\int_0^1 \{1 - x^2 + x^4 - x^6 + \dots + (-x^2)^{n-1}\} dx = a_n$

であることを示せ。

(ii) x を実数とすると、次の和を求めよ。

$$S = 1 - x^2 + x^4 - x^6 + \dots + (-x^2)^{n-1}$$

(iii) $x = \tan \theta$ と置くことにより、定積分 $\int_0^1 \frac{1}{1+x^2} dx$ を求めよ。

(iv) x を実数とすると、 $\frac{x^{2n}}{1+x^{2n}} \leq x^2$ が成り立つことを示せ。

(v) 次の不等式が成り立つことを示せ。

$$-\frac{1}{2n+1} \leq (-1)^n \int_0^1 \frac{x^{2n}}{1+x^2} dx \leq \frac{1}{2n+1}$$

(vi) 極限 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ を求めよ。

【考察】

(1)(i)はシンプルな微分の計算、(ii)は前期試験と同様、数学的帰納法を用いる証明であるから素早く丁寧な記述を心がけたい。

(2)(i)は左辺から変形（計算）していくだけの証明、(ii)は等比数列の和、(iii)は定積分の定番であり取り組みやすいセットである。また、(iv)は(i)～(iii)の材料を組み合わせるだけであるから、きちんと誘導に乗ることができるかが分かれ目となる。

4 まとめ

例年通り全ての問題を通して、基本的な知識・理解を問う問題となっており、受験生の努力の成果を図ることができる問題セットであった。その中で、どの受験生に対しても論証問題を出題するなど、答えを求められれば良いという、テクニック重視の勉強をする生徒に対して、警鐘を鳴らす意図を感じられた。なぜ公式が成り立つのか、与えられた状況からしっかり考察した上で立式する、証明問題のそれぞれの言葉にはどういう意味が込められているのかを考えるなど、思考する習慣を日頃から養うことの重要性を感じた。思考力向上のためにも問題に対し、様々なアプローチがあることを意識させて解くことで、生徒の数学力を向上させ、進路実現につなげていきたい。