

数学B「統計的な推測」における課題学習の研究

愛媛県立川之江高等学校 岡本 拓也

1 はじめに

本校は普通科5クラスで編成されており、生徒の進路希望に応じて、2年次より、類型別のクラス編成を行っている。

私は今年度、3年生I類型(主に国公立文系大学への進学を希望するクラス)を担当しており、共通テストに向けて、演習問題を中心に教科指導を行っている。

本校の生徒は比較的落ち着いて授業に臨める生徒が多く、真面目に授業を受けることができている。さらに、3年生になり、目標を持って学習に取り組むことができる生徒が増えてきている。数学に対しても前向きに学習に取り組むことができている。しかし、これまで数学に苦手意識があり、事象を数学的に考えることが少なかったため、日常の事象を数学的に捉えることが難しいと感じている。そこで、身近な事象に対して生徒に数学的なものの見方や考え方を高めることを目的として、課題学習を行った。

始めに、興味のある分野についてアンケートを取り、分野を絞って課題学習を行った。その結果、数学Bの「統計的な推測」の仮説検定について深く理解したいという要望があった。仮説検定については、新課程において新たに加わった分野であり、これまでに扱った問題数も少なかったため、生徒の良い経験になると考え、上記の分野で課題学習を行うこととした。

2 実践計画

(1) 実践時期

数学C「ベクトル」の内容を終え、演習を始めるタイミング

(2) テーマについて

生徒自身に、仮説検定を行う題材を考えさせた。身近な事象について仮説検定を行う上で、その多くはデータを取る必要があるため、川之江高校の生徒についてのデータを用いた題材を考えた。

3 実践内容

(1) 「川高生に血液型の分布の偏りがあるか」

他教科で血液型の割合についての授業を行っており、日本人の血液型の割合を知っていることから、川之江高校の生徒の血液型はその分布に収まるのかと疑問を持ち、上記のテーマで仮説検定を用いて検定を行うこととした。生徒が考えたテーマを整理した問題を以下に掲示する。

1. 設問

日本人の血液型の割合はA型、B型、O型、AB型の順に、4 : 2 : 3 : 1である。川之江高校の生徒の血液型の割合は、この割合の範囲内であるかどうかを仮説検定の方法によって判定してみよう。

2. 仮説検定

(1) 集計の結果

血液型	A型	B型	O型	AB型	不明	合計
人数	162	82	96	45	34	420

(2) 仮説検定

仮説を立てて、検定してみよう。

まず、有意水準5%で検定を行った。アンケートを集計したところ、偏りがある血液型はO型であった。

(i) O型の割合は30%ではない。(帰無仮説)

↓

O型の割合は30%である(対立仮説)
これが正しいと判断してよいか検定して。

・ O型の割合が $\frac{3}{10}$ で、それと川高生 384人分調べるので、
二項分布 $B(384, 0.3)$ に従う。
・ X の期待値 μ (m)、標準偏差 σ (s) とすると、 $(\mu, \sigma) = (115.2, \sqrt{81.06})$ となる。
・ $Z = \frac{X - 115.2}{\sqrt{81.06}}$ とすると、近似的に標準正規分布 $N(0, 1)$ に従う。
① 有意水準 $\alpha = 0.05$ (5%) とする。(両側検定)
棄却域は、 $Z \leq -1.96$, $1.96 \leq Z$ である。
 $X = 96$ のとき $Z = \frac{96 - 115.2}{\sqrt{81.06}} = \frac{-19.2}{\sqrt{81.06}} \approx -2.199$
よって棄却域に入るので、この仮説は棄却される。
したがって、O型の割合が30%ではないと判断できる。
② 有意水準 $\alpha = 0.01$ (1%) とする(両側検定)
棄却域は $Z \leq -2.58$, $2.58 \leq Z$ である。
①と同様に $X = 96$ のとき $Z = -2.199$
よって棄却域に入らないためこの仮説は棄却されない。
したがって O型の割合が30%ではないと判断できない。

本来ならば、偏りがあることが想定されるものを検定するが、今回は生徒が理解を深めることを目的としているため、あえてすべての血液型で検定を実施した。

(2) 評価と改善

有意水準 5% で検定すると、「O型の割合は全国の割合と同じ 30% ではない」という判断ができた。それ以外は同じではないという判断はできないという結果となった。また、有意水準を 1% にすると、すべての血液型で判断できない結果となった。

このテーマを扱うときに、生徒が立てた仮説の設定が適切ではないものが見受けられた。最初は、対立仮説として、「血液型の割合が同じである」という仮説を立てたが、帰無仮説が「血液型の割合が同じではない」となり、割合が設定できなくなることがあった。集計結果の割合が、全国の割合と同じかどうかを調べようとしたため、このような設定を行ったと考えられる。また、生徒はテーマを設定する上で、対象データに偏りがあるかどうかの想定をしていなかったため、検定の結論に対してどのように評価すればよいか悩む場面も見受けられた。

そこで、この学習から学んだことや改善点を踏まえ、もう一度テーマを考えさせることとした。

(3) 「名字が『石川』の川高生は、多いと判断してよいか。」

生徒が新たに考えた題材として、「川の江高校に通っている『石川』さんの割合」について着目した。川の江高校は、全校生徒 499 人のうち『石川』さんが 35 人在籍している。このことについて仮説検定を行い、多いと判断してよいかを検定することを考えた。また比較対象として、愛媛県の割合と四国中央市の割合を調べ、帰無仮説に用いることとした。

さらに、今回の仮説では片側検定を採用した。

【愛媛県の割合の場合】

対立仮説「川の江高校の『石川』さんの割合は、愛媛県の割合より多い」

帰無仮説「川の江高校の『石川』さんの割合は、愛媛県の割合と同じである」

① 川の江高校の『石川』さんの割合は県の割合と同じであると仮説を立てる
愛媛県の総人口 133万人に対し、『石川』さんの数は 100万人であるので、割合は 0.0075
割合が 0.0075 の『石川』さんと川高生 499 人を調べると
この川高生は、二項分布 $B(499, 0.0075)$ とする。

X の期待値と (M) 、標準偏差と (σ) とすると、 $(M, \sigma) = (3.7425, \sqrt{3.714})$
帰無仮説が正しいとすると、この川高生は近似的に標準正規分布 $N(0, 1)$ に従う。

② 有意水準 $\alpha = 0.05$ (5%) と定め、片側検定を行う。
この棄却域は $Z \geq 1.64$ とする。
 $X = 35$ 人のとき $Z = \frac{X - 3.7425}{\sqrt{3.714}} = \frac{31.2575}{\sqrt{3.714}} = 16.21$
よって棄却域に入るためこの仮説は棄却される。
したがって、この仮説は正しい。

③ 有意水準 $\alpha = 0.01$ (1%) と定め、片側検定を行う。
この棄却域は $Z \geq 2.33$ とする。
 $X = 35$ 人のとき ②と同様 $Z = 16.21$ とする。
よって棄却域に入るためこの仮説は棄却される。
したがって、この仮説は正しい。

結論
有意水準が 5% でも 1% でもこの仮説は正しい。
→ 川高生の『石川』さんの割合は異常に多い。

(4) 結論

愛媛県、四国中央市のどちらの割合で検定しても帰無仮説は棄却された。それだけでなく、確率変数 Z の値が 10 を超え、棄却域 $Z \geq 1.64$ を大きく超えることとなった。そのため生徒は、「本校の『石川』さんの割合は非常に多い」という判断をすることが出来た。

4 まとめ

今回の課題学習では、身近な内容をテーマにし、生徒も意欲的に取り組んでいた。仮説検定のテーマを生徒自身に設定させ、自ら検定することで、仮説検定の有用性や仕組みを深く理解できたと感じている。また、今回の研究では、1 回目の課題学習から反省点や改善点を考え、2 回目につなげる姿勢も身に付けさせることができ、より良い課題学習となったことを実感した。反省点としては、検定する事象を精査する時間が取れなかったことが挙げられる。名字の割合の検定では、多いことを数値として判断することはできたが、多いことが明らかである点是否めない。今後は、仮説検定の有用性をより実感できるように、検定する事象について精査していきたい。