

大学入試研究委員会

本研究委員会は、6名の研究委員で構成されています。継続的な研究から発展的な研究まで各分野に分かれ努力を続けてきました。本年度の研究一覧は以下のとおりです。

大学入試センター試験に関するアンケートにつきましては、県下の受験生や先生方の御協力をいただき、本年度も集計・分析を終え報告する運びとなりました。ありがとうございました。

先生方の御意見・御指導をいただき、今後の研究活動に生かしていきたいと思っておりますので、よろしくお願ひします。

1 中四国の国公立大学入試問題の研究

— A O ・ 推薦入試の問題から —

愛媛県立宇和島東高等学校 大塚 隆三

2 平成23年度大学入試センター試験アンケートの分析

愛媛県立松山東高等学校 浦田 雄一
愛媛県立新居浜西高等学校 松田 智也
愛媛県立西条高等学校 真田 幸治

3 平成23年度愛媛大学入試問題（数学）の研究

愛媛県立松山南高等学校 近藤 弘法

4 大学入試問題の研究（数学Ⅱ）

— 演習問題での活用を通して —

愛媛県立今治西高等学校 青木 将彦

中四国の国公立大学入試問題の研究

— A O ・ 推薦入試の問題から —

愛媛県立宇和島東高等学校 大塚 隆三

1 はじめに

2000年度、東北大、筑波大、九州大の3校で始まった国立大のA O入試では今年で10年余りが経過し、年々成熟と進化を図ろうとしている。

今年度入試での形態別の学校数では、国立大学82校中、A O入試実施校が47校、推薦入試実施校が76校、公立大学80校中、A O入試実施校が21校、推薦入試実施校が77校

にのぼる。入学者比率を見てみると、国立大の全入学者約10万人のうち、推薦+A O入学者は約15%の約1万5千人、公立大学約2万9千人のうち、推薦+A O入学者は約25%の7千3百人を占めている。A O入試に関しては、国公立大学の総定員約3千人に対して、志願者数は約1万2千人を超えている。

A O入試に関しては、推薦・一般入試にはなかった、新しい人材発掘の理念と戦略を備えている。その傾向は、名古屋工大の「工学創成プログラム」、島根大総合理工の「理工特別コース」、愛媛大の「スーパーサイエンス特別コース」、九州大の「21世紀プログラム」など、A O入試に特別なプログラムが組み込まれていることでも明らかである。推薦入試では、医療・教育分野などで「地元枠」あるいは「地域優遇型」の推薦入試が増加している。2004年度の独立法人化以降、教育分野では、いわゆる団塊世代の大量退職に

伴い、特に過疎地、へき地の教員を志す者の不足、地域医療では、医師不足などの地域の問題に対して、各地域との連携を強化している。今後も、医療・教育分野を中心に増加する傾向にあると思われる。

近年のA O入試の拡大に伴って、その理念が推薦入試にも大きな影響を及ぼし、実施要項の改訂以前からアドミッションポリシーや「求める人物像」を明記する傾向が定着している。また、文部科学省は2011年度の通達で、A O入試に限らず全入試において「合格から入学までの学習喚起」を講ずるよう、初めて全大学に求めた。今後はいっそう入学準備教育の充実が進むと期待される。特に、入学準備教育はA O全体のプロセスを形成する一環であるため、大学の教育プログラムへの熱意・向上心に欠ける受験生は、最悪の場合、合格を取り消すと要項に明記している大学もあることを忘れてはならない。出題問題の中から、昨年度の中四国の国公立大学の推薦入試の教科面接において実際に出題された数学の問題の一部とA O・推薦入試の筆記試験の一部の問題を本校の3年生普通科理系・理数科の生徒を対象に行った誤答分析を中心に考察していきたい。

2 平成23年度推薦入試問題から（抜粋）

以下に推薦入試における教科面接の質問内容を紹介する。

・ $y=(x^2+5)^5$ を微分せよ。

・ $y=x^2-2x$ のグラフをかけ。

(愛媛大 工 環境建設工 推薦)

・ $0 \leq \theta < 2\pi$ のとき、 $\cos \theta = -\frac{1}{2}$ となる θ の値をすべて求めよ。

・ $y=f(x)$ として、これを定義にしたがって微分せよ。また、 $y=3ax^3$ を定義にしたがって微分せよ。

・ $\int_{\alpha}^{\beta} (x-\alpha)(x-\beta) dx$ を計算せよ。

・ $x^2+4x-1 < 0$ を解け。

・ $\sin \theta + \cos \theta = a \sin(\theta + b)$ の a, b を求めよ。

・ $f(x)=3x^3$ の増減表をかけ。

(鳥取大 工 電気電子工 推薦)

・ $y=x^3+6x^2+9x+2$ のグラフをかけ。

・ $\log_2 3$ と 1.5 の大小関係を調べよ。

・ 1 ラジアンと 60° の大小関係を調べよ。

・ $s < t$ のとき、 10^s と 10^t の大小関係を調べよ。

・ $y=x^2, y=\sqrt{x}, y=e^x, y=\log x$ の速さの大小関係を調べよ。

(香川大 教育 学校教員養成課程 (数学) 推薦)

・ x が 5 桁の数のときの $\log_{10} x$ の値の範囲

・ 2^{20} の桁数を求めよ。ただし、 $\log_{10} 2 = 0.3010$ とする。

・ $C=b^y, a^x=b$ を用いて、 $\log_a C$ を求めよ。

・ $f(x) = \int_0^{x^2} t \sin t dt$ の導関数 $f'(x)$ を求めよ。

・上記の極値を求めよ。

・サイコロを 5 回振るとき、ちょうど 1 が 3 回出た場合のみ得点を与えるとする。点数は 1 が n 回目に初めて出たとき n 点もらえるとする。このときの得点の期待値を求めよ。

(島根大 総合理工 数理情報システム 推薦)

・ $\log_3 125 \cdot \log_5 81$ を簡単にせよ。

・ $x^2-ax+b < 0$ の解が $1 < x < 3$ であるとき、 a, b の値を求めよ。

・ $f(x) = -x^2+2x+3$ と $g(x) = |3x-3|$ について

(1) グラフをかけ。

(2) 交点の座標をかけ。

(3) 囲まれた部分の面積を求めよ。

(徳島大 工 知能情報工 電気電子工 推薦)

3 誤答分析

対象生徒：3年生 理系 理数科 58名
広島大学 理学部 数学科 AO入試

関数 $f(x)$ を $f(x) = \int_x^{x+2} \frac{|t|}{1+t^2} dt$ によって定義する。

以下の問いに答えよ。

(1) $f(-2)$ を求めよ。

(2) $x \geq 0$ のとき $f(x)$ を求めよ。また $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$ を求めよ。

(3) x が $x \geq -2$ を動くとき、 $f(x)$ の最大値を求めよ。

<正誤人数>

	(1)	(2)	(3)
正答	22	17	2
誤答	31	17	14
無答	5	24	43

<主な誤答例>

(1) $-\frac{1}{2} \log 5, \log 2 + 1, \log \frac{\sqrt{5}}{5}$

(2) $\frac{1}{2} \log(1+x^2)(x^2+4x+5), \frac{1}{2} \log 5$

$0, \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 1$

(3) 最大値 $\frac{1}{2} \log 5$ と $\frac{1}{2} \log(3+2\sqrt{2})$

<考察>

(1) $|t|$ が正しくはずせていない生徒が多かった。

場合分けして、解を求めている。

$\frac{t}{1+t^2} = t + \frac{1}{t}$ と計算している。

(2) $|t|$ が正しくはずせていない。

$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$ が求められなかった。

(3) 場合分けができていない。

$\frac{1}{2} \log 5$ と $\frac{1}{2} \log(3+2\sqrt{2})$ の大小を比較していない。

積分範囲とそのときの t の符号が分かっていないため、 $|t|$ のはずし方ができていない生徒が非常に多かった。そのため、(2)、(3)につなげていくことができていなかった。

絶対値を含む問題を苦手としている生徒が多いと思うので、もう一度復習をさせていきたい。

$\int \frac{f'(x)}{f(x)} dx = \log f(x)$ の公式を覚えていない生徒が多かった。

難易度的にも、解きやすい問題であると思うので、確実に解けるように指導をしていきたい。

第1問

箱の中に2つの玉が入っており、それぞれ確率 $\frac{1}{2}$ で黒か白であるとする。

- (1) 1つが黒であることが分かっている場合、もう1つも黒である確率を求めよ。
- (2) 1つ取り出したところ黒であった。もう1つも黒である確率を求めよ。

第2問

n を2以上の自然数として、 n 個の自然数からなる数列 $\{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ について次の条件を考える。

$$(*) \begin{cases} a_1 + a_2 + \dots + a_n = a_1 a_2 \dots a_n \\ a_1 \leq a_2 \leq \dots \leq a_n \end{cases}$$

- (1) $n=2$ のとき、条件(*)を満たす自然数列 $\{a_1, a_2\}$ を全て求めよ。
- (2) $n=3$ のとき、条件(*)を満たす自然数列 $\{a_1, a_2, a_3\}$ を全て求めよ。
- (3) $n=4$ のとき、条件(*)を満たす自然数列 $\{a_1, a_2, a_3, a_4\}$ を全て求めよ。
- (4) $n=5$ のとき、条件(*)を満たす自然数列 $\{a_1, a_2, a_3, a_4, a_5\}$ を全て求めよ。

<正誤人数>

	第1問		第2問			
	(1)	(2)	(1)	(2)	(3)	(4)
正答	32	9	28	19	7	2
誤答	16	37	12	9	7	8
無答	10	12	18	30	44	48

<主な誤答例>

第1問

- (1) $\frac{1}{3}, \frac{1}{4}$
- (2) $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}$

第2問

- (1) $(0, 0), (1, 1), (1, 2)$
- (2) $(0, 0, 0), (1, 2, 2)$
- (3) $(0, 0, 0, 0)$, 解なし
- (4) 解をすべて求められていない

<考察>

第1問

- (1) 1つが黒であることが分かっているの、もう1つの玉が黒である確率で解が求められることが理解できていなかった。
- (2) 黒を取り出したので、(白,白)という事象はないことに気付いていない生徒が多く、 $\frac{1}{4}$ としている生徒が多かった。

第2問

- (1) 自然数に0を含んでいる生徒が多かった。
 - (2) (1)と同様に自然数に0を含んでいる生徒が多かった。
 - (3) (1)、(2)で論理的に考えているのではなく、直感的に解を求めているため、解を求めることができていない。
 - (4) (3)と同様に、直感的に解を求めているため、すべての解を求められていない。
- (1)~(4)のつながりを意識して問題を解く必要があると思われる。(3)、(4)を考える前に、(1)、(2)で問題を考え直してみるなどの工夫が必要である。

山口大学理学部 数理科学科 推薦入試

以下は、次に示す課題を解決する手順を説明した文章です。

手順に沿って、文中にある6つの質問に答えなさい。

課題 「座標空間に、点 $O(0,0,0)$ 、 $A(1,0,0)$ 、 $B(1,1,1)$ 、 $C(a,b,c)$ 、 $D(1,2,3)$ があり、これらの5点は同一球面 S 上にあるとする。このとき、四面体 $OABC$ の体積が最も大きくなるように点 C を定め、そのときの体積を求めたい。」

まず、課題を理解するために、球面 S 上に頂点がある四面体 $OABC$ を思い浮かべましょう。四面体 $OABC$ の底面を三角形 OAB と考えたとき、四面体 $OABC$ の体積を最も大きくするためには、点 C の位置を球面 S のどこにとればよいでしょうか。

質問1. 点 C の位置をどこにとるか述べなさい。また、そのように考えた理由を説明しなさい。

次に、球面 S の方程式を求めることを考えましょう。一般に、中心の座標が (x_0, y_0, z_0) で、半径が r の球面の方程式は

$$(x-x_0)^2+(y-y_0)^2+(z-z_0)^2=r^2$$

で求められます。

従って、中心の座標と半径を求める必要があります。
 三角形OABを含む平面 α で球面Sを切り取ったときにできる円の中心をHとすると、点Hは三角形OABの外心になります。

質問2. 点Hが三角形OABの外心になる理由を説明しなさい。また、球面Sの中心をEとすると、線分HEと平面 α がどのような位置関係にあるか答えなさい。

さて、三角形OABの外心Hを求めましょう。 $\vec{OA}=\vec{a}$
 $\vec{OB}=\vec{b}$ 、さらに $\vec{OH}=\vec{m}\vec{a}+\vec{n}\vec{b}$ とおくとき、外心の性質とベクトルの内積を使うことによって、点Hの座標を求めることができます。

質問3. m, n の値を求め、点Hの座標を求めなさい。

次に、ベクトル $\vec{p}=(0,1,-1)$ が2つのベクトル \vec{a}, \vec{b} と垂直であることに注意すれば、

球面Sの中心Eの位置ベクトル \vec{OE} は、 $\vec{OE}=\vec{OH}+t\vec{p}$ と表すことができます。また、この t を用いて、球面Sの半径 r も表すことができます。

質問4. 球面Sの方程式を t を用いて表しなさい。また、球面Sが点Dを通ることを用いて、 t の値を求めなさい。
 四面体OABCの体積が最も大きくなるときの体積をVとします。

質問5. 体積Vとそのときの点Cの座標を求めなさい。

<正誤人数>

	質問1	質問2	質問3	質問4	質問5
正答	6	13	3	3	0
誤答	22	0	4	0	2
無答	30	35	51	55	56

<主な誤答例>

質問1 $\triangle OAB$ の重心を通る。
 球の中心に対して、点Aと対称になる点
 質問3 $H\left(\frac{1}{2}, 1, 1\right)$

<考察>

質問1 外心ではなく重心を通るという生徒が多かった。
 $\triangle OAB$ を底面としたときの高さが最大になるときが、体積が最大になるときであることは分かっているが、そのときの高さが球の中心を通る（または直径である）ことまで説明できていなかった。
 質問2 Hを中心とする円が $\triangle OAB$ の外接円になることはよく理解できていた。
 質問3 計算途中で終わっていた、ベクトルを成分で表すことや、 $OH=AH=BH$ であることに気付けばそれほど難しくなかったように思われる。
 $\triangle OAB$ が直角三角形であることに気付けばより簡単に求められていた。

質問4 問題文に書かれた通りに解けばできる問題であったが、(4)までできていなかった。

質問5 誤答であった生徒は計算ミスで、途中で終わっている生徒であった。

球において、直径が最も長いということを理解しておく必要があった。また、最後まで文章を読んで、図などをかきながら考えていくことが大事であると思う。

4 まとめ

AO入試と推薦入試の問題の筆記試験・教科面接の問題の一部を紹介した。教科面接においては、問題の難易度は高くないものの、生徒自身の表現力が問われるのではないかと思われる。生徒自身が、表現力を身に付けられるような指導をしていくことが求められる。また、そのことは入試に限らず数学を学習していく上で必要な部分であると思うので、普段の授業の中から表現力を身に付けさせていきたい。

筆記試験においては、数学的な見方や考え方を問われる問題が出題される傾向にあると思う。問題文を読んで流れをしっかりとつかみ、正しい推論をしていく力やその考えを式や図で表現できる力を身に付けていくことが求められる。数学ⅡBまでの内容であるものが多いので、早い段階で生徒に解かせてみるのもよいのではないかと思う。センター試験を使わないAO・推薦入試では、試験日が9月から11月にあるため、それまでに十分な学力を身に付けなければならない。当然、一般入試に向けた学習も平行して行わなければならないので、生徒の状況に応じて受験をさせるべきか判断していかなければならないと思う。

AO入試に関しては、2012年度に東京工大（第2～6類）と鳥取環境大で新規に実施される。逆にAOを廃止する動向も一部で続いている。AO・推薦入試も頭に入れながら、国公立大学の受験を考えていくことが3年生の担任には求められていくが、安易に受験機会を増やす手段として考えていくことは危険であると思われる。