大学入学共通テストに向けた問題の分析

愛媛県立西条高等学校　吉村　新平
愛媛県立松山西中等教育学校　壷内　智士

1　はじめに

いよいよ来年1月に，新課程初めての共通テストが実施される。特に，新課程で初めて実施される科目「数学Ⅱ，数学B，数学C」については，出題範囲や出題形式が旧課程の「数学Ⅱ，数学B」から大幅に変更されることが予想され，対策に苦労されていることと思う。

昨年度は令和4年11月に発表された試行問題を参考に新課程入試の展望について考察した。今回は，大学入学共通テスト模試を参考に，数学B「統計的な推測」と数学C「複素数平面・式と曲線」の出題について分析する。参考にした模試は，6月進研模試，9月ベネッセ・駿台マーク模試，11月ベネッセ・駿台マーク模試の3回の模試(以下，それぞれ6月模試，9月模試，11月模試とする)であり，6月模試，9月模試については，ベネッセハイスクールオンラインで公開されている問題ごとの正答率も分析対象とした。

また，数学Ⅰ，Ⅱ，Aについて，過去の出題を参考にした問題例も紹介する。

2　模試問題分析

(1)　数学B「統計的な推測」

6月模試，9月模試，11月模試のどの回も，母平均の推定における95%信頼区間を求めさせる問題と，仮説検定の問題が出題されている。確率密度関数を積分させる問題や，二項分布と正規分布以外の確率分布を扱う出題はなかった。

6月模試では，確率変数 Z が標準正規分布に従うときの，確率 $P(Z \geqq 1.4)$ を求める問題の正答率が19.1%と低い。誤答例を見ると，$P(0 \leqq Z \leqq 1.4)$ を求めている受験者が約30%と多いようである。求めたい確率がどの部分なのか，図をかいて確認させる習慣を身に付けさせることで，このような誤答を減らすことができると考えられる。

9月模試では，どの問題も正答率が低く，特に標本平均 $\overline{X}$ が従う確率分布を選択する問題(正答率11.6%)や，母平均に対する95%信頼区間の下端，上端を求める問題(正答率6.6%)の正答率が低い。誤答例を見ると，「標本標準偏差」と「標本平均の標準偏差」が区別できていない様子がうかがえる。

また，6月模試，9月模試ともに，帰無仮説を選択させる問題では，正答率は50%弱と比較的高いが，選択するだけであるということを考えるともっと正答率が高くあって欲しい。帰無仮説と対立仮説を逆に考えている誤答例が多い。

(2)　式と曲線・複素数平面

式と曲線の分野では，2次曲線の焦点・頂点の座標や準線・漸近線の方程式を選択させる問題が想定されているようである。11月模試ではコンピュータソフトを用いたグラフ描画の問題が出題されているが、係数の符号を問うだけなので難易度は低い。どの回も大問全体の3割程度の配点で，この分野のメインは複素数平面と考えられているようである。

複素数平面の問題では，点の回転移動や三角形の面積を問う問題が出題されている。

6月模試では原点以外の点Aを中心とする円周上の点Pについて，原点Oからの距離や $\angle \mathrm{AOP}$ の最大値を求める問題が出題されており，正答率は約19%であった。図をかいて考察することを生徒に意識させたい。

9月模試では点 z に対して，点 $\overline{z}$ や点 $-\dfrac{1}{z}$ の位置を選択させる問題が出題された。点 $\overline{z}$ の位置の正答率は56.2%であったのに対し，点 $-\dfrac{1}{z}$ の位置の正答率は26.4%と低くなっている。$|z|=1$ のとき，$\dfrac{1}{z}=\overline{z}$ であることを理解させておきたい。

3　問題例

これまでの共通テストの出題分析を参考にして作成した問題をいくつか紹介する。

$\boxed{1}$　＜数学Ⅰ　集合と論理＞

太郎が考案したゲーム『反例カルタ』について太郎と花子が話している。

太郎：新しい数学のゲーム『反例カルタ』を考えたんだけど，一緒にやってみない？
花子：どんなゲームなの？
太郎：読み手の人は偽である命題を読み上げて，その命題の反例になっているカードを取った人が得点を獲得するゲームだよ。カルタだから，一度取ったカードは元に戻さないよ。
花子：面白そうね！
太郎：一度試しにやってみようよ。n を自然数として，この5枚のカードでやってみるよ。

カード

⓪ $\boxed{n=2}$　① $\boxed{n=8}$　② $\boxed{n=9}$　③ $\boxed{n=12}$　④ $\boxed{n=16}$

太郎：じゃあ始めるよ。

「n が４の倍数ならば，n は８の倍数である。」

花子：このとき，$\boxed{\text{ア}}$ のカードを取ればいいね。

太郎：そういうことだね。では次行くよ。

「n が偶数ならば，n の正の約数の個数はちょうど偶数個ある。」

花子：$\boxed{\text{イ}}$ のカードだね！

太郎：その調子！じゃあ次に行くよ！

「n が素数ならば，n は奇数である。」

花子：$\boxed{\text{ウ}}$ のカードだ！

太郎：これを複数の人数でやって，たくさんカードが取れた人が勝ちというゲームだよ。

花子：でも、これ作るの大変じゃない？命題もカードもたくさん必要だし，カードの中でも反例がちょうど１つしか存在してはいけないよね。

太郎：そうなんだよね。命題を m 個読み上げて命題カルタをやるためには，次の条件を満たす必要があるんだ。

① m この命題がすべて偽であること。

② カードが n 枚 $(n \geqq m)$ 必要であり，m この命題のそれぞれの反例が n 枚のカードのうち１枚だけ存在し，それらが全て異なること。

花子：作るのも，やってみるのも面白そうね。私も反例カルタを作ってみようかな。

(ⅰ) $\boxed{\text{ア}}$，$\boxed{\text{イ}}$，$\boxed{\text{ウ}}$ に当てはまるものを，⓪～④のうちから一つ選べ。**ただし，同じものを繰り返し選んではいけない。**

(ⅱ) 花子は △ABC に関する『反例カルタ』を作成した。

読み上げる命題
「$\boxed{\text{エ}}$」，「$\boxed{\text{オ}}$」，「$\boxed{\text{カ}}$」
カード　$\boxed{\text{キ}}$

花子が作った『反例カルタ』が，太郎が述べた①，②の条件を満たしているものとする。

$\boxed{\text{エ}}$，$\boxed{\text{オ}}$，$\boxed{\text{カ}}$ に当てはまるものを，下の⓪～④のうちから一つずつ選べ。ただし，解答の順序は問わない。

⓪ △ABC が直角三角形ならば，∠ABC＝90°である。

① ∠ABC＝∠BCA かつ ∠CAB＝60° ならば，△ABC は正三角形である。

② sin∠ABC＝sin∠BCA ならば，△ABC は二等辺三角形である。

③ △ABC が鈍角三角形ならば，cos∠BAC＜0 である。

④ △ABC の３つの内角がすべて異なるならば，△ABC は直角三角形である。

また，$\boxed{\text{キ}}$ にあてはあるものを，次の ⓪～② のうちから一つ選べ。

⓪ AB＝3，∠ABC＝60°，∠BAC＝45° である △ABC，AB＝3，BC＝4，CA＝5 である △ABC，CA＝BC＝2，∠ACB＝120° である△ABC，AB＝1，BC＝$\sqrt{5}$，CA＝$\sqrt{2}$ である△ABC

① AB＝3，∠ABC＝60°，∠BAC＝45° である △ABC，AB＝3，BC＝4，CA＝5 である △ABC，CA＝BC＝2，∠ACB＝120° である△ABC，AB＝CA＝1，∠BAC＝90° である△ABC

② AB＝3，∠ABC＝60°，∠BAC＝45° である △ABC，AB＝3，BC＝4，CA＝5 である △ABC，AB＝1，BC＝$\sqrt{5}$，CA＝$\sqrt{2}$ である△ABC，AB＝CA＝1，∠BAC＝90° である△ABC

(ⅲ) 花子が，『反例カルタ』を参考にして『反例パズル』を考案した。これについて太郎と花子が話している。

花子：私の新しいゲーム『反例パズル』を作ったんだけど，太郎くん解いてくれる？

太郎：いいよ。ルールを教えてくれる？

花子：偽である命題がいくつかあって，命題の数と同じだけカードがある。『反例カルタ』と同様に命題の反例となるカードを１枚ずつ選ぶんだけど，カードの中で反例が１つしかないとは限らないんだ。でも，同じカードは２回使えないから，答えとなるカードの組み合わせは１通りに定まるようになっているよ。

太郎：なるほど，全ての命題の正しい反例になるように，適切にカードを１枚ずつ配置したらいいんだね。

花子：そういうこと。では，次の『反例パズル』を解いてみてよ。a，b は実数とするよ。

「$ab \geqq 4$ ならば，$a \geqq 2$ かつ $b \geqq 2$ である。」の反例は $\boxed{\text{ク}}$。

「a，b がともに無理数ならば，ab は無理数である。」の反例は $\boxed{\text{ケ}}$。

「a，b がともに無理数ならば，$a+b$ は無理数である。」の反例は $\boxed{\text{コ}}$。

「$a+b$ が無理数ならば，a，b は無理数である。」の反例は $\boxed{\text{サ}}$。

カード

⓪ $\boxed{a=\sqrt{2}\ ,\ b=2\sqrt{2}}$　① $\boxed{a=\sqrt{2}\ ,\ b=-\sqrt{2}}$

② $\boxed{a=\sqrt{2}\ ,\ b=4}$　③ $\boxed{a=\sqrt{3}\ ,\ b=0}$

$\boxed{ク}$, $\boxed{ケ}$, $\boxed{コ}$, $\boxed{サ}$ に当てはまるカードを⓪～③のうちから一つ選べ。

ただし，同じものを繰り返し選んではいけない。

2　＜数学Ⅱ　指数関数と対数関数＞

地震の規模を表す単位としてマグニチュードがよく用いられる。また，マグニチュードを M，地震のエネルギーの大きさを E とすると，

$$\log_{10}E=4.8+1.5M$$

で定義されるものとする。ただし，$E>0$ とする。

以下，$\log_{10}2=0.3010$，$\log_{10}3=0.4771$，$\log_{10}7=0.8451$（＊）として計算しなさい。

(1)　（＊）であることを用いると，

$\log_{10}6=0.\boxed{アイウエ}$，$\log_{10}8=0.\boxed{オカキク}$

である。

(2)

（i）$E=1000000$ のとき，$M=\dfrac{\boxed{ケ}}{\boxed{コ}}$ である。

（ii）$M=6.0$ の地震が発生したとき，地震のエネルギー E の整数部分は $\boxed{サシ}$ 桁である。また，このときの最高位の数は $\boxed{ス}$ である。

(3)　マグニチュードが2増加すると，地震のエネルギーの大きさは $\boxed{セ}$ 倍になる。

$\boxed{セ}$ に当てはまるものを下の⓪～⑦のうちから一つ選べ。

⓪ 2　① 4　② 8　③ 16

④ 10　⑤ 100　⑥ 1000　⑦ 10000

(4)　次の⓪～④のうち，正しいものを２つ選ぶと，

$\boxed{ソ}$，$\boxed{タ}$ である。

$\boxed{ソ}$，$\boxed{タ}$ の解答の順序は問わない。

⓪　地震のエネルギーが４倍になると，マグニチュードは約 0.2 増加する。

①　地震のエネルギーが４倍になると，マグニチュードは約 0.4 増加する。

②　地震のエネルギーが４倍になると，マグニチュードは約 0.8 増加する。

③　マグニチュードの値は，地震のエネルギーに関わらず正の値をとる。

④　マグニチュードの値は，地震のエネルギーによって，正の値も負の値もとる。

(5)　地震が２回起こり，地震のエネルギーをそれぞれ E_1，E_2，マグニチュードがそれぞれ M_1，M_2 であったとする。このとき，マグニチュード M_1，M_2 の相加平均 $\dfrac{M_1+M_2}{2}$ は

$$\log_{10}\boxed{チ}=4.8+1.5\cdot\frac{M_1+M_2}{2}$$

を満たす。このとき，$\boxed{チ}$ に当てはまるものを，下の⓪～⑦のうちから一つ選べ。

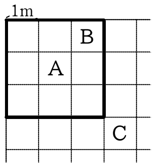
⓪ E_1+E_2　① $\dfrac{E_1+E_2}{2}$　② E_1E_2

③ $\dfrac{E_1E_2}{2}$　④ $E_1{}^2+E_2{}^2$　⑤ $\dfrac{E_1{}^2+E_2{}^2}{2}$

⑥ $\sqrt{E_1E_2}$　⑦ $\dfrac{\sqrt{E_1E_2}}{2}$

3　＜数学A　場合の数と確率＞

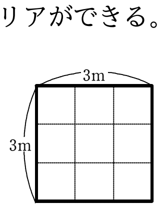
１ｍ間隔で格子状にエリアを区切り，そのエリアの中央に人を配置する。



このとき，ある人 X の周りの最大８つのエリアに Y がいたとき，「X と Y は互いに密である」とする。ただし，X が壁に面しているとき，X のまわりで部屋の内側のエリアに Y がいたとき，「X と Y は互いに密である」とする。

例えば，上の図において，A の周りの８つのエリア（太枠内）に B がいるので，A と B は互いに密である。また，A の周りの８つのエリアに C はいないので，A と C は互いに密ではない。

次のような縦，横の長さが３ｍの正方形の部屋があり，これを１ｍ間隔で格子状にエリアを区切ると，９つのエリアができる。



(1)　この部屋の内側に A , B , C , D の４人を配置する。このとき，４人のうち，どの２人を選んでも「互いに密ではない」ような配置の仕方は $\boxed{アイ}$ 通りある。

また，４人のうち，どの２人を選んでも「互いに密である」ような配置の仕方は $\boxed{\text{ウエ}}$ 通りある。

⑵　この部屋の内部にＡ,Ｂ,Ｃの３人を配置する。全ての配置の仕方は $\boxed{\text{オカキ}}$ 通りある。

このとき，３人のうち，どの２人を選んでも「互いに密ではない」ような配置の仕方は $\boxed{\text{クケ}}$ 通りある。また，ＡとＢは「互いに密である」が，ＡとＣおよびＢとＣは「互いに密ではない」ような配置の仕方は $\boxed{\text{コサ}}$ 通りある。

さらに，ＡとＢ，ＢとＣ，ＡとＣの３組のうち，ちょうど２組が「互いに密である」ような配置の仕方は $\boxed{\text{シスセ}}$ 通りある。

ここで，$\boxed{\text{オカキ}}$ 通りの配置の仕方から無作為に１つ選択し，Ａ,Ｂ,Ｃの３人を配置させるとき，ＡとＢが「互いに密である」とき，ＡとＣが「互いに密である」条件付き確率は $\dfrac{\boxed{\text{ソ}}}{\boxed{\text{タ}}}$ である。

４　おわりに

「統計的な推測」「式と曲線」「複素数平面」の分野について，模試での出題内容とその正答率を分析・考察してきた。

「統計的な推測」においては，用語の定義の理解が不十分なための誤答が目立つ。特に帰無仮説・対立仮説についての選択問題は知識さえ身に付けておけば正解できるはずなので，言葉の意味を正しく理解させておきたい。また，分野の特性上，小数の四則計算が多く計算が煩雑になりやすいので，素早く計算できるよう練習しておきたい。

「式と曲線」については，焦点の座標や準線の方程式などの基本的なことしか出題されないと考えてもよさそうである。

「複素数平面」については，当然のことであるが，図をかいて考える習慣を付けさせておくことが肝心である。1997年～2006年のセンター試験でも出題されていたので，今後はその頃の過去問についても分析してみたい。

５　参考文献

- 大学入学共通テスト模試数学②（Ⅱ，B，C）2024年6月実施
  （ベネッセコーポレーション，駿台予備学校）
- 第１回ベネッセ・駿台マーク模試数学②（Ⅱ，B，C）2024年９月実施
  （ベネッセコーポレーション，駿台予備学校）
- 第３回ベネッセ・駿台マーク模試数学②（Ⅱ，B，C）2024年11月実施
  （ベネッセコーポレーション，駿台予備学校）
- Benesse High School Online
  （https://bhso.benesse.ne.jp/）