国公立大学の入試問題の研究
― 文系学部入試数学問題から，文系生徒に問われる数学的思考力を考える ―

愛媛県立宇和島南中等教育学校　岡　颯天

1　はじめに

令和３年１月に中央教育審議会から出された答申に，今日の社会において，これまでの文系・理系といった枠にとらわれず，各教科等の学びを基盤としつつ，様々な情報を活用しながらそれを統合し，課題の発見・解決や社会的な価値の創造に結びつけていく資質・能力の育成が求められるとある。STEAM 教育等の教科横断型授業の展開や AL 型授業の導入による多様な考えを持った人で集まって考える機会を普段から創出することなどが求められている。一方で，大学入試において，文系学部と理系学部に分かれた受験形式をとられているところがほとんどで，特に文系の数学に対しての捉え方には大きな差を感じる。そんな中，早稲田大学政経学部が 2021 年より数学の受験を必須とするなど，難関国公立大学以外でも数学の受験を求める大学が増えている。

研究のテーマを「文系学部入試数学問題から，文系生徒に問われる数学的思考力を考える」としたのは，社会的に数学的思考力の重要性が見直されてきた今こそ，各大学の入試問題を通して社会が，学生にどのような能力を問おうとしているのか考えられると思ったからである。現状，数学を必須科目としている大学は難関大学に多く，国公立大学の多くは地歴科目等との選択としている。社会の変化に伴い，今後も数学を必須化する大学が増えるとも考えられる。研究を通して必要な力を理解することで，授業においてポイントを抑えた指導につながると考え，研究のテーマとした。

2　出題内容一覧

今回の研究にあたり，文系学部で数学を入試科目として必須としている 13 大学の 2023年と 2022年の入試について，出題内容をまとめた。

【北海道大学】

問題	2023年	2022年
1	整式の除法，恒等式	3 次式の展開・因数分解
2	平面ベクトル	漸化式
3	確率	図形の計量，加法定理
4	面積，接線・法線	確率

【東北大学】

問題	2023年	2022年
1	確率	場合の数
2	図形の計量，五心	定積分，最大・最小
3	2 次関数の最大・最小	領域と最大・最小
4	線分の通過領域	空間ベクトルと図形

【千葉大学】

問題	2023年	2022年
1	軌跡	確率
2	確率	図形の計量，三角比
3	微分の応用・積分	面積，定積分

【東京大学】

問題	2023年	2022年
1	整式の除法，不等式	直線の方程式，接線
2	定積分，最大値・最小値	高次方程式，微分の応用
3	確率	整数の分類
4	図形の計量(四面体)	確率(読解力)

【一橋大学】

問題	2023年	2022年
1	不定方程式	整数
2	接線・法線	加法定理，最大・最小
3	球面の方程式，空間座標	不等式の表す領域
4	群数列	空間図形
5	確率	確率漸化式

【名古屋大学】

問題	2023年	2022年
1	微分の応用	微分の応用
2	空間図形，不等式の証明	確率
3	確率(読解力)	図形と方程式，面積

【京都大学】

問題	2023年	2022年
1	確率	常用対数
2	空間ベクトル	確率漸化式
3	加法定理，三角比	接線・法線，面積
4	漸化式	軌跡
5	定積分	空間ベクトル，三角比

【大阪大学】

問題	2023年	2022年
1	2 次方程式の解の配置	平面ベクトル
2	対数の計算，最大・最小	確率・整数
3	平面ベクトル	定積分と面積

【神戸大学】

問題	2023年	2022年
1	2 次方程式の解の配置	定積分・面積
2	確率(読解力)	円と直線，軌跡
3	円と直線	指数方程式，整数

【岡山大学】

問題	2023年	2022年
1	接線・法線	確率
2	漸化式・常用対数	図形の計量，加法定理
3	空間の座標計算	漸化式
4	確率	定積分・面積

【広島大学】

問題	2023年	2022年
1	確率	記数法
2	等差数列，定積分	五心，加法定理
3	空間ベクトル	確率(読解力)
4	面積，接線･法線	不等式の表す領域，面積

【九州大学】

問題	2023年	2022年
1	定積分･面積	定積分･面積
2	接線･法線，加法定理	空間ベクトルと図形
3	平面ベクトル	高次方程式
4	確率漸化式	定積分(長文誘導)

【早稲田大学】（参考）

問題	2023年	2022年
1	小問集合(※１)	小問集合(※２)
2	微分の応用，ベクトル	空間ベクトル
3	整数	空間(座標)

※１：対数，三角比，定積分，確率

※２：対数，漸化式，領域，面積

数学Ⅰ･A･Ⅱ･Bの各分野からバランスよく出題されているが，特に場合の数･確率の分野の出題率が高い（出題がないのは３大学３回分のみ）。また，読解力を要する出題が目立った分野でもあった。次項にいくつか出題された問題を取り上げる。もう１つ特徴的であったのは，定積分による面積計算を求める出題が多いことである。さらに，その多くは教科書で学習する内容からやや発展させた程度の内容が多く感じた。これについてもいくつか取り上げることとする。

３　具体的な出題内容①（確率）

まず，特に読解力を要する問題について取り上げる。

＜2023 年　神戸大学　前期日程　第２問＞

A，B の２人が，はじめに，A は異なる２枚の硬貨を，B は１枚の硬貨を持っている。２人は次の操作（P）を繰り返すゲームを行う。

（P）２人は持っている硬貨をすべて同時に投げる。それぞれが投げた硬貨のうち表が出た硬貨の枚数を数え，その枚数が少ないほうが相手に１枚の硬貨を渡す。表が出た硬貨の枚数が同じときは硬貨のやりとりは行わない。

操作（P）を繰り返し，２人のどちらかが持っている硬貨の枚数が３枚となった時点でこのゲームは終了する。操作（P）を n 回繰り返し行ったとき，A が持っている硬貨の枚数が３枚となってゲームが終了する確率を p_n とする。ただし，どの硬貨も１回投げたとき，表の出る確率は $\frac{1}{2}$ とする。以下の問に答えよ。

(1)　p_1 の値を求めよ。

(2)　p_2 の値を求めよ。

(3)　p_3 の値を求めよ。

（略解）

A が i 枚の硬貨を持っている状態で操作（P）を１回行い，その結果，A の持っている硬貨の枚数が j 枚になる確率を $P(i \to j)$ と表すことにする。

(1)　２枚の硬貨を投げるとき，表の出る枚数が０，１，２である確率はそれぞれ，　$\frac{1}{4}$，$\frac{1}{2}$，$\frac{1}{4}$　であるので，

$$p_1 = P(2 \to 3) = \frac{1}{4}\cdot 1 + \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

(2)　$p_2 = P(2 \to 2)\cdot P(2 \to 3) = \frac{3}{16}$

(3)　$p_3 = P(2 \to 2)\cdot P(2 \to 2)\cdot P(2 \to 3)$

$$+P(2 \to 1)\cdot P(1 \to 2)\cdot P(2 \to 3) = \frac{5}{64}$$

㊙

問題文はやや長いものの，状況の変化の仕方は単純であり，適切かつ簡潔に整理できるかどうかが問われていると感じる。計算自体も単純であるため，確実に正解したい問題である。

さらに問題文が長く，読解力がより問われる問題も出題されている。

＜2022年　広島大学　前期日程　第４問＞

n を自然数とする。袋の中に赤玉が３個，白玉が $(n+5)$ 個，合計で $(n+8)$ 個の玉が入っている。また，空箱 A，B，C，D，E，F が用意されている。この準備の下で次の試行１，２を順に行う。

試行１：袋から玉を１個取り出して，箱 A に入れる。箱 A に入れた玉が白玉なら $i=0$，赤玉なら $i=1$ とおく。

試行２：次に，袋から白玉を n 個取り出して，箱 B に入れる。この時点で，袋に残った玉のうち，赤玉は $(3-i)$ 個，白玉は $(4+i)$ 個である。この７個の中から２個の玉を取り出して，箱 C に入れる。

試行２を終えたら，箱 A と箱 C の玉の色を記録して，箱 A，B，C の玉をすべて元通り袋に戻す。そして次の試行３を行う。

試行３：袋から玉を１個取り出して，箱 D に入れる。次に，袋から玉を n 個取り出して，箱 E に入れる。最後に袋から玉を２個取り出して，箱 F に入れる。

このとき，次の問いに答えよ。

(1)　$i=0$ であったとき，試行２において箱 C に赤玉が２個入る条件付き確率 p_0 を求めよ。また，$i=1$ であったとき，試行２において箱 C に赤玉が入る条件付き確率 p_1 を求めよ。

(2)　試行１において，箱 A に赤玉が入る確率 q_A を n を用いて表せ。また，試行１，試行２を順に行うとき，箱 C に赤玉が２個入る確率 q_C を n を用いて表せ。

(3)　試行３において，箱 D に赤玉が入るという事象を事象 X，箱 E に入る玉がすべて白であるという事象を事象 Y，箱 F に赤玉が２個入るという事象を事象 Z と呼ぶことにする。事象 X と事象 Y がともに起こる確率 $P(X\cap Y)$ を n を用いて表せ。また，事象 Y と事象 Z がともに起こる確率 $P(Y\cap Z)$ を n を用いて表せ。

(4)　(3) の事象 Y が起こったとき，(3) の事象 X が起こる条件付き確率 $P_Y(X)$ と，(3) の事象 Z が起こる条件付き確率 $P_Y(Z)$ をそれぞれ求めよ。

（略解）

(1)　$i=0$ のとき，試行 2 のあとの残りの玉は白玉 4 個，赤玉 3 個なので，　$p_0=\dfrac{{}_3C_2}{{}_7C_2}=\dfrac{1}{7}$

　$i=1$ のとき，同様に考えて　$p_1=\dfrac{{}_2C_2}{{}_7C_2}=\dfrac{1}{21}$

(2)　試行 1 において，最初に白玉 $(n+5)$ 個，赤玉 3 個が入っているので，　$q_{\mathrm{A}}=\dfrac{3}{n+8}$

　また，　$q_{\mathrm{C}}=$(試行 1 で A に白玉が入る確率)

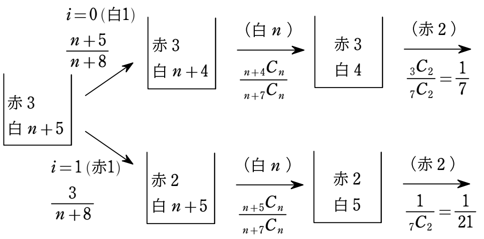
　　　　　　・(試行 2 で赤を 2 個取る確率)

　　　　$+$(試行 1 で A に赤玉が入る確率)

　　　　　　・(試行 2 で赤を 2 個取る確率)

$$=\frac{n+6}{7(n+8)}$$

(3)　確率は次の図のように変わっていく。



　ここで，　$\dfrac{{}_{n+5}C_n}{{}_{n+7}C_n}=\dfrac{(n+5)!}{n!5!}\cdot\dfrac{n!7!}{(n+7)!}=\dfrac{7\cdot 6}{(n+7)(n+6)}$

$$\frac{{}_{n+4}C_n}{{}_{n+7}C_n}=\frac{7\cdot 6\cdot 5}{(n+7)(n+6)(n+5)}$$

　したがって，　$P(X\cap Y)=\dfrac{126}{(n+8)(n+7)(n+6)}$

$$P(Y\cap Z)=\frac{36}{(n+8)(n+7)(n+6)}$$

(4)　(3)の図より，

$$P(Y)=\frac{3}{n+8}\cdot\frac{{}_{n+5}C_n}{{}_{n+7}C_n}+\frac{n+5}{n+8}\cdot\frac{{}_{n+4}C_n}{{}_{n+7}C_n}$$

$$=\frac{8\cdot 7\cdot 6}{(n+8)(n+7)(n+6)}$$

　よって，

$$P_Y(X)=\frac{P(X\cap Y)}{P(Y)}=\frac{3}{8}\text{ ，}\quad P_Y(Z)=\frac{3}{28}$$

終

　問題文が長く，状況整理が 1 つの鍵となる問題で，略解の(3)にでてくるような遷移図で整理していくことが欠かせない。初めからきれいな図を書こうとするのではなく，手を動かしながらまとめていくことが必要であると感じた。

　また，${}_nC_r=\dfrac{n!}{(n-r)!r!}$ の式変形を有効に使い処理していく能力も問われている。文字を含む，組合せ C の処理は十分な 演習が必要であると感じる。大きな数の積が出てくる場面では，早い段階から計算してしまうのではなく，約分してから計算するなど普段から工夫して計算する意識を持っておく取り組んでおく必要がある。

　確率と漸化式を融合させた問題もいくつか見られたので 1 問取り上げる。

＜2023 年　九州大学　前期日程　第 4 問＞

　ω を $x^3=1$ の虚数解のうち虚部が正であるものとする。さいころを繰り返し投げて，次の規則で 4 つの複素数 0，1，ω，ω^2 を並べていくことにより，複素数の列 z_1，z_2，z_3，… を定める。

- $z_1=0$ とする。
- z_k まで定まったとき，さいころを投げて，出た目を t とする。このとき z_{k+1} を以下のように定める。
  - $z_k=0$ のとき，　$z_{k+1}=\omega^t$ とする。
  - $z_k\fallingdotseq 0$，　$t=1$，2 のとき，　$z_{k+1}=0$ とする。
  - $z_k\fallingdotseq 0$，　$t=3$ のとき，　$z_{k+1}=\omega z_k$ とする。
  - $z_k\fallingdotseq 0$，　$t=4$ のとき，　$z_{k+1}=\overline{\omega z_k}$ とする。
  - $z_k\fallingdotseq 0$，　$t=5$ のとき，　$z_{k+1}=z_k$ とする。
  - $z_k\fallingdotseq 0$，　$t=6$ のとき，　$z_{k+1}=\overline{z_k}$ とする。

　ここで複素数 z に対し，$\overline{z}$ は z と共役な複素数を表す。以下の問いに答えよ。

(1)　$\omega^2=\overline{\omega}$ となることを示せ。

(2)　$z_n=0$ となる確率を n の式で表せ。

(3)　$z_3=1$，$z_3=\omega$，$z_3=\omega^2$ となる確率をそれぞれ求めよ。

(4)　$z_n=1$ となる確率を n の式で表せ。

（略解）

(1)　$x^3=1$ を解くと，　$x=1$，$\dfrac{-1\pm\sqrt{3}\,i}{2}$

　よって，$\omega=\dfrac{-1+\sqrt{3}\,i}{2}$ であり，

$$\omega^2=\frac{-1-\sqrt{3}\,i}{2}=\overline{\omega}$$

（証明終わり）

(2)　$z_n=0$ となる確率を p_n とすると，　$p_1=1$

　「規則」より，　$p_{n+1}=\dfrac{2}{6}(1-p_n)=-\dfrac{1}{3}p_n+\dfrac{1}{3}$

　変形して，　$p_{n+1}-\dfrac{1}{4}=-\dfrac{1}{3}\left(p_n-\dfrac{1}{4}\right)$

　よって，　$p_n=\dfrac{3}{4}\left(-\dfrac{1}{3}\right)^{n-1}+\dfrac{1}{4}$

(3)　(1) より，　$\omega^3=1$，$\omega^2=\overline{\omega}$

（i）　$z_k=0$ のとき

　　$z_{k+1}=\omega$，ω^2，1 となる確率はそれぞれ $\dfrac{1}{3}$

（ii）　$z_k\fallingdotseq 0$ のとき，　$z_k=1$，ω，ω^2 のいずれかである。

　$z_k=1$ のとき　$\overline{z_k}=1$，$\omega z_k=\omega$，$\overline{\omega z_k}=\omega^2$

　$z_k=\omega$ のとき　$\overline{z_k}=\omega^2$，$\omega z_k=\omega^2$，$\overline{\omega z_k}=\omega$

　$z_k=\omega^2$ のとき　$\overline{z_k}=\omega$，$\omega z_k=1$，$\overline{\omega z_k}=1$

　よって，　$z_3=1$，ω，ω^2 となる確率はそれぞれ $\dfrac{2}{9}$，$\dfrac{2}{9}$，$\dfrac{2}{9}$

(4)　$z_n=1$，ω，ω^2 となる確率をそれぞれ q_n，r_n，s_n とすると，

$$p_n+q_n+r_n+s_n=1\text{ ，}\quad p_1=1,\ q_1=r_1=s_1=0$$

$$q_{n+1}=\frac{1}{3}p_n+\frac{1}{3}q_n+\frac{1}{3}s_n$$

$$r_{n+1}=\frac{1}{3}p_n+\frac{1}{6}q_n+\frac{1}{3}r_n+\frac{1}{6}s_n$$

$$s_{n+1}=\frac{1}{3}p_n+\frac{1}{6}q_n+\frac{1}{3}r_n+\frac{1}{6}s_n$$

となる。

　これを解いて，　$q_n=\dfrac{1}{4}\left\{1-\left(-\dfrac{1}{3}\right)^{n-1}\right\}$

終

複数分野を融合させた問題で，整理するのが難しい問題であると感じる。特に(4)では４種類の確率の関係性から立式する必要があるため，適切な状況整理が問われている。いきなり立式しようとするのではなく，遷移図を書くなど，視覚的にも分かるようにまとめてから計算に移る方法もよいと感じる。

文系の生徒には，数列の分野を特に苦手としている生徒が多いように思う。さらに漸化式は，教科書に掲載されている内容と実際の入試問題の難易度に大きな開きを感じる単元である。十分な演習を確保したい。

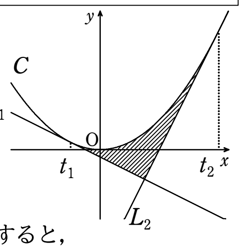
４　具体的な出題内容②（微積分：面積）

続いて，微積分の面積に関する問題について取り上げる。

＜2022年　京都大学　前期日程　第３問＞

xy 平面上の２直線 L_1，L_2 は直交し，交点 x 座標は $\dfrac{3}{2}$ である。また L_1，L_2 はともに曲線 $C: y=\dfrac{x^2}{4}$ に接している。このとき， L_1，L_2 および C で囲まれる図形の面積を求めよ。

（略解）



接点を $\left(t,\ \dfrac{t^2}{4}\right)$ とおくと，

接線の方程式は　　$y=\dfrac{1}{2}tx-\dfrac{t^2}{4}$

L_1 との接点の x 座標を t_1，

L_2 との接点の x 座標を t_2 $(t_1<t_2)$ とすると，

L_1 と L_2 が直交するので，$\dfrac{1}{2}t_1\cdot\dfrac{1}{2}t_2=-1$

$$t_1\cdot t_2=-4 \quad \cdots ①$$

また， L_1 と L_2 の交点について考えると，

$$\frac{1}{2}t_1x-\frac{t^2}{4}=\frac{1}{2}t_2x-\frac{t^2}{4} \quad を解いて，\quad x=\frac{t_1+t_2}{2}$$

交点の x 座標が $\dfrac{3}{2}$ より　$t_1+t_2=3 \quad \cdots ②$

①，②より， $t=t_1,\ t_2$ を解にもつ２次方程式の１つは

$$t^2-3t-4=0$$

これを解いて， $t_1=-1$， $t_2=4$

以上から $L_1: y=-\dfrac{1}{2}x-\dfrac{1}{4}$， $L_2: y=2x-4$ なので，

求める面積を S とすると

$$S=\int_{-1}^{\frac{3}{2}}\left\{\frac{x^2}{4}-\left(-\frac{1}{2}x-\frac{1}{4}\right)\right\}dx+\int_{\frac{3}{2}}^{4}\left\{\frac{x^2}{4}-(2x-4)\right\}dx$$

$$=\frac{1}{4}\int_{-1}^{\frac{3}{2}}(x+1)^2dx+\frac{1}{4}\int_{\frac{3}{2}}^{4}(x-4)^2dx$$

$$=\frac{1}{4}\left\{\left[\frac{1}{3}(x+1)^3\right]_{1}^{\frac{3}{2}}+\left[\frac{1}{3}(x-4)^3\right]_{\frac{3}{2}}^{4}\right\}=\frac{125}{48}$$ 終

放物線と２本の接線によって囲まれる部分の面積を求めるという典型的な面積計算の問題である。接点を設定して接線の方程式を求める，定積分の処理をするなど，教科書レベルの基本的なことが問われている。その上で，合成関数（ x の係数が１である）の不定積分 $\displaystyle\int(x+b)^n dx=\frac{(x+b)^{n+1}}{n+1}+C$ （C は積分定数）を活用するとより簡潔に計算を済ませることができる問題である。教科書によっては数学Ⅱまででは紹介されていない変形であるが，是非理解させたい変形である。

＜2023年　一橋大学　前期日程　第２問＞

a を正の実数とする。２つの曲線 $C_1: y=x^3+2ax^2$ および $C_2: y=3ax^2-\dfrac{3}{a}$ の両方に接する直線が存在するような a の範囲を求めよ。

（略解）

$f(x)=x^3+2ax^2$，$g(x)=3ax^2-\dfrac{3}{a}$ とおく。

$y=f(x)$ のグラフとの接点の座標を $(t,\ f(t))$ とすると，

接線の方程式は $y=(3t^2-4at)x-2t^3-2at^2$ と表される。

これが， $y=g(x)$ のグラフにも接するので，

x についての方程式

$$3ax^2-\frac{3}{a}=(3t^2+4at)x-2t^3-2at^2 \quad \cdots ①$$

の判別式を D とすると， $D=0$ である。

① を整理すると

$$3ax^2-(3t^2+4at^2)\,x-12a\left(2t^3+2at^2-\frac{3}{a}\right)=0 \quad より$$

$$D=9t^4-8a^2t^2+36$$

$t^2=s$ とおくと　$s\geqq 0$， $9s^2-8as^2+36=0$

$h(s)=9s^2-8a^2s+36$ とおくと， $y=h(s)$ のグラフが $s\geqq 0$ で s 軸と共有点をもてばよい。

$$h(s)=9\left(s-\frac{4}{9}a^2\right)^2-\frac{16}{9}a^4+36$$

$a>0$ なので， $-\dfrac{16}{9}a^4+36\leqq 0$　となればよい。

これを解いて， $a\geqq\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$ 終

２つの放物線の共通接線に関する問題である。後半は置き換えによる２次方程式の解の配置となる，複合的に考えることが問われた問題である。今回は，接線が存在するための条件を問われたため，判別式 D の符号で範囲を考えられるような解法とした。類似問題に，２つの放物線（等）と共通接線によって囲まれた部分の面積を求める問題もある。そのような問題では，接点の x 座標が必要となるため，以下の 方針 に従った解法の方が望ましい。

方針

$y=f(x)$ のグラフ上の接点を $(a,\ f(a))$， $y=g(x)$ のグラフ上の接点を $(b,\ g(b))$ とし，それぞれの接線の方程式を a，b を用いて表す。

その後係数比較により a と b の値を求め，面積計算へと移る。

共通接線の問題は，図形と方程式の分野でもよく出題される内容であるため，関連させて理解させたい。また，接しているという状況から，面積計算において合成関数の不定積分の変形が使えると，簡潔に計算できることもある。

＜2022年　千葉大学　前期日程　第３問＞

次の問いに答えよ。

(1)　a を実数とする。 $y=ax$ のグラフと $y=x|x-2|$ のグラフの交点の個数が最大となる a の範囲を求めよ。

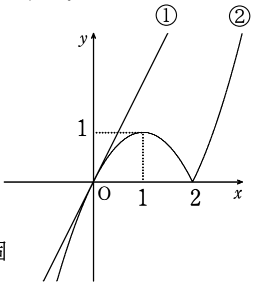
(2)　$0\leqq a\leqq 2$ とする。 $S(a)$ を $y=ax$ のグラフと $y=x|x-2|$ のグラフで囲まれる図形の面積とする。 $S(a)$ を a の式で表せ。

(3)　(2) で求めた $S(a)$ を最小にする a の値を求めよ。

（略解）

(1)　$y=ax \cdots$①，　$y=x|x-2|\cdots$②　とする。

$$y=x|x-2|=\begin{cases} x^2-2x\ (x\geqq 2) \\ -x^2+2x\ (x<2) \end{cases}$$



$x=0$ における微分係数は２より

原点における接線の傾きは２となる。

よって，右図から

①と②の共有点の個数は，

$a>0$ のとき１個，　$a=0$ のとき２個

$0<a<2$ のとき３個，

$a=2$ のとき２個，　$a>2$ のとき３個となる。

よって，交点の個数が最大となるのは３個のときで，

$0<a<2$，$2<a$

(2)　①と $y=-x^2+2x$ の交点の x 座標は

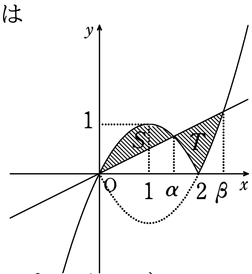
$x=0$，$2-a$

①と $y=x^2-2x$ の交点の x 座標は

$x=0$，$2+a$

$2-a=\alpha$，$2+a=\beta$ とおくと，

右図斜線部 $S+T$ が求める $S(a)$ より



$$S(a)=\int_0^\beta\{ax-(x^2-2x)\}dx$$

$$-2\int_0^2-(x^2-2x)dx+2\int_0^\alpha\{(-x^2+2x)-ax\}dx$$

$$=\int_0^\beta -x(x-\beta)\,dx$$

$$-2\int_0^2 -x(x-2)\,dx+2\int_0^\alpha -x(x-\alpha)\,dx$$

$$=\frac{1}{6}\beta^3-\frac{4}{3}+\frac{1}{3}\alpha^3$$

$$=-\frac{1}{6}a^3+3a^2-2a+\frac{4}{3}$$

(3)　$S'(a)=-\frac{1}{2}a^2+6a-2$ より

$S'(a)=0$ を解くと，　$a=6\pm4\sqrt{2}$

$0\leqq a\leqq 2$より増減表から　　$a=6-4\sqrt{2}$

a	0	$\cdots$	$6-4\sqrt{2}$	$\cdots$	2
$S'(a)$		$-$	0	$+$	
$S(a)$		↘	極小	↗	

$\boxed{終}$

(2) 以降は絶対値を含む関数の表す放物線と直線によって囲まれる部分の面積を求めるという，典型的な問題である。(1) はグラフを書くことで，視覚的にもアプローチさせたい。特に，$a>2$ を忘れないよう留意したい。

(2) では，原点とは異なる交点の x 座標が a を含む式の形になることが多い。このとき定積分の計算において式の形で代入すると，非常に煩雑な計算となり，時間を要するうえに正確性も各段に落ちると考えられる。

$$\int_\alpha^\beta(ax^2+bx+c)\,dx=a\int_\alpha^\beta(x-\alpha)(x-\beta)\,dx=-\frac{a}{6}(\beta-\alpha)^3$$ の

変形が使える問題であることを意識させたい 。特に ，T の部分の面積を求めるための式変形は演習が必要であると感じる。(2) ができれば (3) はすぐに求まるため，(2) を求めるスピードと正確性が問われている。

５　まとめ

今回取り上げた２分野について，確率に関しては，確率漸化式や読解を要する問題，数え上げていく問題など，情報を正しく取捨選択し，適切に整理する能力が問われていると感じた。様々な情報が複合的に絡み合う現代の諸問題を解決していくために，情報を整理する能力が必要であり，それを確率の分野を通して問うているのではないかと思う。

定積分による面積計算については，グラフを適切に描き状況を把握できるか，さらに，頻出問題に対ししっかり対策をとり，素早くミスなく対処できるかを問うていると感じた。問題が複雑化するこれからの社会においても，既知の課題と直面することもある。それらを素早く解決することはめまぐるしく変化していく社会で生きていく上では欠かせない。頻出内容で計算力を問う問題を出題することで，その処理の力を問うていると感じた。また，教科書によっては発展的な内容としてであったり，取り上げられていない内容でも，計算を簡潔にできる変形については，積極的に活用してほしいという意図も見られた。知っているだけでなく，活用できるレベルまで演習をする必要がある。

「はじめに」で述べたように，今後教科での学びを基盤として，それらを活用して社会の課題解決に貢献する人材の育成が求められている。数学の授業では，ただ答えを求められればよいのではなく，各分野でどのような思考力が身に付き，どのように実生活に生かされるのかということを生徒が意識できるような指導を心がけていきたい。

６　参考文献

2023年受験用全国大学入試問題正解 $\boxed{5}$ 数学（国公立大編）（旺文社）

2023年受験用全国大学入試問題正解 $\boxed{6}$ 数学（追加掲載編）（旺文社）

2024年受験用全国大学入試問題正解 $\boxed{5}$ 数学（国公立大編）（旺文社）

2024年受験用全国大学入試問題正解 $\boxed{6}$ 数学（追加掲載編）（旺文社）