大学入学共通テスト問題の研究 ～結果のデータ分析～

愛媛県立大洲高等学校　　入田　圭司

1　はじめに

令和５年度大学入学共通テストの数学Ⅰ・数学Ａ，数学Ⅱ・数学Ｂの平均点は次の通りであった。

	令和5年度	令和4年度	前年との差
数学Ⅰ・数学Ａ	55.65 点	37.96 点	＋17.69
数学Ⅱ・数学Ｂ	61.48 点	43.06 点	＋18.42

数学Ⅰ・数学Ａがセンター試験時代も含めて平均点が過去最低であった前年度入試と比べると難易度も易しかった。前年度より全体的に問題文が読みやすく，計算量は少なくなっていたため、思考に費やすことができる時間が少し増加したと考えられる。それでも，問題の分量は少ないとは言えず，煩雑な設定もあったため，時間内に解答するには厳しい受験生もいたと思う。設問を解くために必要な情報を問題文や会話文から素早く抜き出す必要があり，それは今後も続くと予想される。

本研究は正答率を分析し，結果のデータ分析をすることで，今後の指導の参考になれば良いと思い，この主題を設定した。

2　問題分析（数学Ⅰ・数学Ａ）

第１問

〔1〕　実数 x についての不等式

$$|x+6|\leqq 2$$

の解は

$$\boxed{アイ}\leqq x\leqq\boxed{ウエ}$$

である。

よって，実数 a，b，c，d が

$$|(1-\sqrt{3})(a-b)(c-d)+6|\leqq 2$$

を満たしているとき，$1-\sqrt{3}$ は負であることに注意すると，$(a-b)(c-d)$ のとり得る値の範囲は

$$\boxed{オ}+\boxed{カ}\sqrt{3}\leqq(a-b)(c-d)\leqq\boxed{キ}+\boxed{ク}\sqrt{3}$$

であることがわかる。

特に

$$(a-b)(c-d)=\boxed{キ}+\boxed{ク}\sqrt{3}\quad\cdots\cdots①$$

であるとき，さらに

$$(a-c)(b-d)=-3+\sqrt{3}\quad\cdots\cdots②$$

が成り立つならば

$$(a-d)(c-b)=\boxed{ケ}+\boxed{コ}\sqrt{3}\quad\cdots\cdots③$$

であることが，等式①，②，③の左辺を展開して比較することによりわかる。

正答率(%)	アイ	ウエ	オカ	キク	ケコ
愛媛県	94.4	96.9	73.4	70.9	47.8
全国	93.6	94.9	68.4	66.4	45.8
差	0.8	2.0	5.0	4.5	2.0

【考察】

全ての設問で全国平均を上回った。「ケコ」で正答率が大幅に下がったが，考え方は問題文に示されており，式変形自体は難しくなかったので，確実に得点できるように計算演習をしっかりしておきたい。

〔2〕(1)　点 O を中心とし，半径が 5 である円 O がある。この円周上に 2 点 A，B を AB＝6 となるようにとる。また，円 O の円周上に 2 点 A，B とは異なる点 C をとる。

(i)　$\sin\angle ACB=\boxed{サ}$ である。また，点 C を $\angle ACB$ が鈍角となるようにとるとき，$\cos\angle ACB=\boxed{シ}$ である。

(ii)　点 C を △ABC の面積が最大となるようにとる。点 C から直線 AB に垂直な直線を引き，直線 AB との交点を D とするとき，$\tan\angle OAD=\boxed{ス}$ である。また，△ABC の面積は $\boxed{セソ}$ である。

$\boxed{サ}$ ～ $\boxed{ス}$ の解答群（同じものを繰り返し選んでもよい。）

⓪ $\frac{3}{5}$	① $\frac{3}{4}$	② $\frac{4}{5}$	③ 1	④ $\frac{4}{3}$
⑤ $-\frac{3}{5}$	⑥ $-\frac{3}{4}$	⑦ $-\frac{4}{5}$	⑧ -1	⑨ $-\frac{4}{3}$

(2)　半径が 5 である球 S がある。この球面上に 3 点 P，Q，R をとったとき，これらの 3 点を通る平面 α 上で PQ＝8，QR＝5，RP＝9 であったとする。

球 S の球面上に点 T を三角錐 TPQR の体積が最大となるようにとるとき，その体積を求めよう。

まず，$\cos\angle QPR=\dfrac{\boxed{タ}}{\boxed{チ}}$ であることから，△PQR の面積は $\boxed{ツ}\sqrt{\boxed{テト}}$ である。

次に，点 T から平面 α に垂直な直線を引き，平面 α との交点を H とする。このとき，PH，QH，RH の長さについて，$\boxed{ナ}$ が成り立つ。

以上より，三角錐 TPQR の体積は $\boxed{ニヌ}\left(\sqrt{\boxed{ネノ}}+\sqrt{\boxed{ハ}}\right)$ である。

$\boxed{ナ}$ の解答群

⓪ PH＜QH＜RH	① PH＜RH＜QH
② QH＜PH＜RH	③ QH＜RH＜PH
④ RH＜PH＜QH	⑤ RH＜QH＜PH
⑥ PH＝QH＝RH	

正答率(%)	サ	シ	ス	セソ	タチ	ツテト
愛媛県	79.0	66.0	43.9	31.3	80.8	75.8
全国	78.2	56.2	44.3	30.4	72.5	67.1
差	0.8	9.8	−0.4	0.9	8.3	8.7

正答率(%)	ナ	ニ～ハ
愛媛県	41.1	7.8
全国	36.4	6.8
差	4.7	1.0

【考察】

「ス」だけ全国平均より低かった。△ABCの面積が最大になるときの点Dは線分ABの中点になることに気付けなかったと思われる。そのため，「セソ」の正答率も低い。

「ナ」については，PH，QH，RHの長さの大小を選ばせると見せかけて「３つとも同じ」を選ぶのが予想外の答だったのか，正答率が半分を下回っている。

最後の「ニ～ハ」については，三角錐の体積が最大になるときは，頂点から底面に下ろした垂線と底面の交点Hが△PQRの外心と一致することに気付けた受験生が少なかったからと思われる。

面積や体積が最大となるときの図形の様子を正しく捉えることができたがポイントとなったので，普段の授業から図をできる限り正確にかく習慣を身に付けさせたい。

第２問

〔1〕 太郎さんは，総務省が公表している 2020 年の家計調査の結果を用いて，地域による食文化の違いについて考えている。家計調査における調査地点は，都道府県庁所在市および政令指定都市（都道府県庁所在市を除く）であり，合計52市である。家計調査の結果の中でもスーパーマーケットなどで販売されている調理食品の「二人以上の世帯の１世帯当たり年間支出金額（以下，支出金額，単位は円）」を分析することにした。以下においては，52市の調理食品の支出金額をデータとして用いる。

太郎さんは調理食品として，最初にうなぎのかば焼き（以下，かば焼き）に着目し，図１のように52市におけるかば焼きの支出金額のヒストグラムを作成した。ただし，ヒストグラムの各階級の区間は，左側の数値を含み，右側の数値を含まない。

なお，以下の図や表については，総務省の Web ページをもとに作成している。

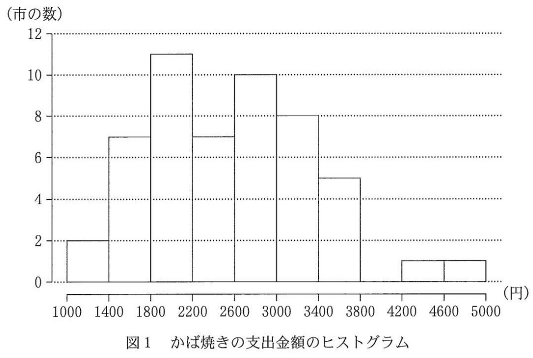


図１　かば焼きの支出金額のヒストグラム

(1) 図１から次のことが読み取れる。

・ 第１四分位数が含まれる階級は $\boxed{ア}$ である。

・ 第３四分位数が含まれる階級は $\boxed{イ}$ である。

・ 四分位範囲は $\boxed{ウ}$ 。

$\boxed{ア}$，$\boxed{イ}$ の解答群（同じものを繰り返し選んでもよい。）

⓪ 1000 以上 1400 未満	① 1400 以上 1800 未満
② 1800 以上 2200 未満	③ 2200 以上 2600 未満
④ 2600 以上 3000 未満	⑤ 3000 以上 3400 未満
⑥ 3400 以上 3800 未満	⑦ 3800 以上 4200 未満
⑧ 4200 以上 4600 未満	⑨ 4600 以上 5000 未満

$\boxed{ウ}$ の解答群

⓪ 800 より小さい
① 800 より大きく 1600 より小さい
② 1600 より大きく 2400 より小さい
③ 2400 より大きく 3200 より小さい
④ 3200 より大きく 4000 より小さい
⑤ 4000 より大きい

(2) 太郎さんは，東西での地域による食文化の違いを調べるために，52 市を東側の地域 E（19 市）と西側の地域 W（33 市）の二つに分けて考えることにした。

(i) 地域 E と地域 W について，かば焼きの支出金額の箱ひげ図を，図２，図３のようにそれぞれ作成した。

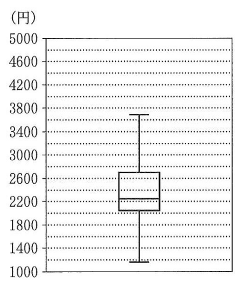


図２　地域 E におけるかば焼きの支出金額の箱ひげ図

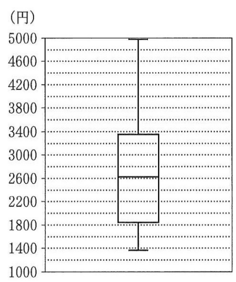


図３　地域 W におけるかば焼きの支出金額の箱ひげ図

かば焼きの支出金額について，図２と図３から読み取れることとして，次の⓪～③のうち，正しいものは $\boxed{エ}$ である。

$\boxed{エ}$ の解答群

⓪ 地域 E において，小さい方から５番目は 2000 以下である。
① 地域 E と地域 W の範囲は等しい。
② 中央値は，地域 E より地域 W の方が大きい。
③ 2600 未満の市の割合は，地域 E より地域 W の方が大きい。

(ii)　太郎さんは，地域 E と地域 W のデータの散らばりの度合いを数値でとらえようと思い，それぞれの分散を考えることにした。地域 E におけるかば焼きの支出金額の分散は，地域 E のそれぞれの市におけるかば焼きの支出金額の偏差の $\boxed{\text{オ}}$ である。

$\boxed{\text{オ}}$ の解答群

- ⓪　2 乗を合計した値
- ①　絶対値を合計した値
- ②　2 乗を合計して地域 E の市の数で割った値
- ③　絶対値を合計して地域 E の市の数で割った値
- ④　2 乗を合計して地域 E の市の数で割った値の平方根のうち正のもの
- ⑤　絶対値を合計して地域 E の市の数で割った値の平方根のうち正のもの

(3)　太郎さんは，(2)で考えた地域 E における，やきとりの支出金額についても調べることにした。

ここでは地域 E において，やきとりの支出金額が増加すれば，かば焼きの支出金額も増加する傾向があるのではないかと考え，まず図 4 のように，地域 E における，やきとりとかば焼きの支出金額の散布図を作成した。そして，相関係数を計算するために，表 1 のように平均値，分散，標準偏差および共分散を算出した。ただし，共分散は地域 E のそれぞれの市における，やきとりの支出金額の偏差とかば焼きの支出金額の偏差との積の平均値である。

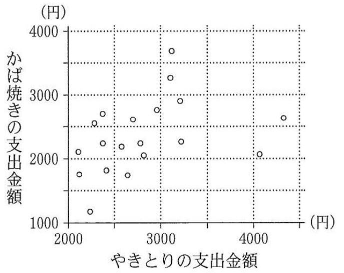


図 4　地域 E における，やきとりとかば焼きの支出金額の散布図

表 1　地域 E における，やきとりとかば焼きの支出金額の平均値，分散，標準偏差および共分散

	平均値	分　散	標準偏差	共分散
やきとりの支出金額	2810	348100	590	124000
かば焼きの支出金額	2350	324900	570	

表を用いると，地域 E における，やきとりの支出金額とかば焼きの支出金額の相関係数は $\boxed{\text{カ}}$ である。

$\boxed{\text{カ}}$ については，最も適当なものを，次の⓪～⑨のうちから一つ選べ。

⓪	-0.62	①	-0.50	②	-0.37	③	-0.19
④	-0.02	⑤	0.02	⑥	0.19	⑦	0.37
⑧	0.50	⑨	0.62				

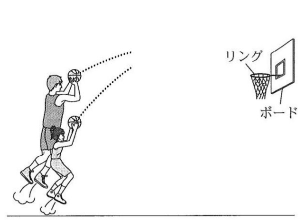
正答率(%)	ア	イ	ウ	エ	オ	カ
愛媛県	96.9	94.1	83.2	95.5	63.6	80.0
全国	92.3	88.2	71.3	92.0	60.8	70.4
差	4.6	5.9	11.9	3.5	2.8	9.6

【考察】

全設問で全国平均を上回っており，正答率も高かった。四分位数，四分位範囲，箱ひげ図，分散，標準偏差，共分散，相関係数などの基本事項を正しく理解している結果と思われる。

〔2〕　太郎さんと花子さんは，バスケットボールのプロ選手の中には，リングと同じ高さでシュートを打てる人がいることを知り，シュートを打つ高さによってボールの軌道がどう変わるかについて考えている。

二人は，図 1 のように座標軸が定められた平面上に，プロ選手と花子さんがシュートを打つ様子を真横から見た図をかき，ボールがリングに入った場合について，後の**仮定**を設定して考えることにした。長さの単位はメートルであるが，以下では省略する。



参考図

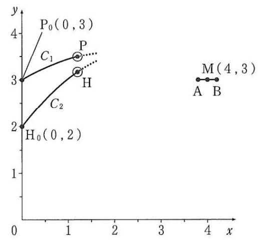


図　1

仮定

- 平面上では，ボールを直径 0.2 の円とする。
- リングを真横から見たときの左端を点 A (3.8 , 3)，右端を点 B (4.2 , 3) とし，リングの太さは無視する。
- ボールがリングや他のものに当たらずに上からリングを通り，かつ，ボールの中心が AB の中点 M (4 , 3) を通る場合を考える。ただし，ボールがリングに当たるとは，ボールの中心と A または B との距離が 0.1 以下になることとする。
- プロ選手がシュートを打つ場合のボールの中心を点 P とし，P は，はじめに点 P_0 (0 , 3) にあるものとする。また，P_0，M を通る，上に凸の放物線を C_1 とし，P は C_1 上を動くものとする。
- 花子さんがシュートを打つ場合のボールの中心を点 H とし，H は，はじめに点 H_0(0 , 2) にあるものとする。また，H_0，M を通る，上に凸の放物線を C_2 とし，H は C_2 上を動くものとする。
- 放物線 C_1 や C_2 に対して，頂点の y 座標を「シュートの高さ」とし，頂点の x 座標を「**ボールが最も高くなるときの地上の位置**」とする。

(1)　放物線 C_1 の方程式における x^2 の係数を a とする。放物線 C_1 の方程式は

$$y = ax^2 - \boxed{\text{キ}}\,ax + \boxed{\text{ク}}$$

と表すことができる。また，プロ選手の「**シュートの高さ**」は

$$-\boxed{ケ}\,a+\boxed{コ}$$

である。

放物線 C_2 の方程式における x^2 の係数を p とする。放物線 C_2 の方程式は

$$y=p\left\{x-\left(2-\frac{1}{8p}\right)\right\}^2-\frac{(16p-1)^2}{64p}+2$$

と表すことができる。

プロ選手と花子さんの「**ボールが最も高くなるときの地上の位置**」の比較の記述として，次の ⓪～③ のうち，正しいものは $\boxed{サ}$ である。

$\boxed{サ}$ の解答群

⓪　プロ選手と花子さんの「**ボールが最も高くなるときの地上の位置**」は，つねに一致する。
①　プロ選手の「**ボールが最も高くなるときの地上の位置**」の方が，つねに M の x 座標に近い。
②　花子さんの「**ボールが最も高くなるときの地上の位置**」の方が，つねに M の x 座標に近い。
③　プロ選手の「**ボールが最も高くなるときの地上の位置**」の方が M の x 座標に近いときもあれば，花子さんの「**ボールが最も高くなるときの地上の位置**」の方が M の x 座標に近いときもある。

(2)　二人は，ボールがリングすれすれを通る場合のプロ選手と花子さんの「**シュートの高さ**」について次のように話している。

太郎：例えば，プロ選手のボールがリングに当たらないようにするには，P がリングの左端 A のどのくらい上を通れば良いのかな。
花子：A の真上の点で P が通る点 D を，線分 DM が A を中心とする半径 0.1 の円と接するようにとって考えてみたらどうかな。
太郎：なるほど。P の軌道は上に凸の放物線で山なりだから，その場合，図 2 のように，P は D を通った後で線分 DM より上側を通るのでボールはリングに当たらないね。花子さんの場合も，H がこの D を通れば，ボールはリングに当たらないね。
花子：放物線 C_1 と C_2 が D を通る場合でプロ選手と私の「**シュートの高さ**」を比べてみようよ。

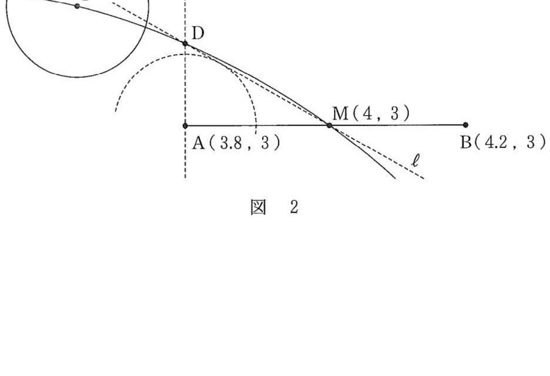


図　2

図 2 のように，M を通る直線 ℓ が，A を中心とする半径 0.1 の円に直線 AB の上側で接しているとする。また，A を通り直線 AB に垂直な直線を引き，ℓ との交点を D とする。このとき，$\mathrm{AD}=\dfrac{\sqrt{3}}{15}$ である。

よって，放物線 C_1 が D を通るとき，C_1 の方程式は

$$y=-\frac{\boxed{シ}\sqrt{\boxed{ス}}}{\boxed{セソ}}\left(x^2-\boxed{キ}\,x\right)+\boxed{ク}$$

となる。

また，放物線 C_2 が D を通るとき，(1) で与えられた C_2 の方程式を用いると，花子さんの「**シュートの高さ**」は約 3.4 と求められる。

以上のことから，放物線 C_1 と C_2 が D を通るとき，プロ選手と花子さんの「**シュートの高さ**」を比べると，$\boxed{タ}$ の「**シュートの高さ**」の方が大きく，その差はボール $\boxed{チ}$ である。なお，$\sqrt{3}=1.7320508\cdots$ である。

$\boxed{タ}$ の解答群

⓪　プロ選手　　①　花子さん

$\boxed{チ}$ の解答群

⓪　約 1 個分　　①　約 2 個分
②　約 3 個分　　③　約 4 個分

正答率(%)	キク	ケコ	サ	シ～ソ	タチ
愛媛県	72.7	68.5	55.8	21.5	15.8
全国	70.8	65.8	50.5	23.6	15.5
差	1.9	2.7	5.3	−2.1	0.3

【考察】

全体的に正答率が高くなく，「シ～ソ」については，全国平均を下回った。問題文や「仮定」の文章が長く，数式も複雑に見えるので，問題の読み取りや設定の理解に苦労したと思われる。模試や教材等で演習をしっかり行い，実社会の現象を数学で考察する共通テストらしい問題に少しでも慣れておく必要がある。

第 3 問（選択者 231 人／抽出人数 285 人）

番号によって区別された複数の球が，何本かのひもでつながれている。ただし，各ひもはその両端で二つの球をつなぐものとする。次の**条件**を満たす球の塗り分け方（以下，球の塗り方）を考える。

条件

- それぞれの球を，用意した 5 色（赤，青，黄，緑，紫）のうちのいずれか 1 色で塗る。
- 1 本のひもでつながれた二つの球は異なる色になるようにする。
- 同じ色を何回使ってもよく，また使わない色があってもよい。

例えば図Aでは，三つの球が2本のひもでつながれている。この三つの球を塗るとき，球1の塗り方が5通りあり，球1を塗った後，球2の塗り方は4通りあり，さらに球3の塗り方は4通りある。したがって，球の塗り方の総数は80である。

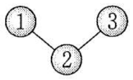


図　A

(1)　図Bにおいて，球の塗り方は **アイウ** 通りある。

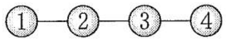


図　B

(2)　図Cにおいて，球の塗り方は **エオ** 通りある。

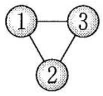


図　C

(3)　図Dにおける球の塗り方のうち，赤をちょうど2回使う塗り方は **カキ** 通りある。

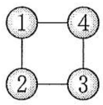


図　D

(4)　図Eにおける球の塗り方のうち，赤をちょうど3回使い，かつ青をちょうど2回使う塗り方は **クケ** 通りある。

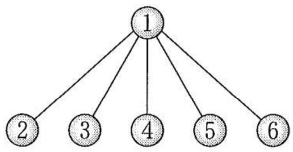


図　E

(5)　図Dにおいて，球の塗り方の総数を求める。

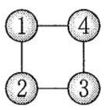


図　D(再掲)

そのために，次の構想を立てる。

構想

図Dと図Fを比較する。

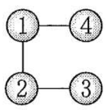
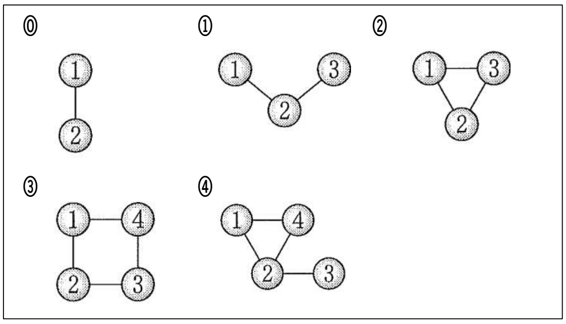


図　F

図Fでは球3と球4が同色になる球の塗り方が可能であるため，図Dよりも図Fの球の塗り方の総数の方が大きい。

図Fにおける球の塗り方は，図Bにおける球の塗り方と同じであるため，全部で アイウ 通りある。そのうち球3と球4が同色になる球の塗り方の総数と一致する図として，後の⓪～④のうち，正しいものは **コ** である。したがって，図Dにおける球の塗り方は **サシス** 通りある。

コ の解答群



(6)　図Gにおいて，球の塗り方は **セソタチ** 通りある。

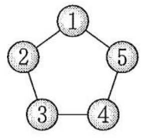


図　G

正答率(%)	アイウ	エオ	カキ	クケ	コ
愛媛県	94.0	93.6	58.5	57.6	51.6
全国	88.1	88.9	56.3	56.2	48.7
差	5.9	4.7	2.2	1.4	2.9

正答率(%)	サシス	セ～チ
愛媛県	27.3	11.3
全国	26.2	11.2
差	1.1	0.1

【考察】

全ての設問で全国平均を上回った。(5)は誘導にのることができたかで差がつく。(6)は誘導はないが，(5)の考えを応用すれば良いことに気付けるかがポイントであった。正答率が低いことから，誘導の意図を読み取る力が不足していたことが分かる。

共通テストに変わってから，このような出題形式が続いているため今後も十分に注意したい。

第4問（選択者211人／抽出人数285人）

色のついた長方形を並べて正方形や長方形を作ることを考える。色のついた長方形は，向きを変えずにすき間なく並べることとし，色のついた長方形は十分あるものとする。

(1)　横の長さが 462 で縦の長さが 110 である赤い長方形を，図 1 のように並べて正方形や長方形を作ることを考える。

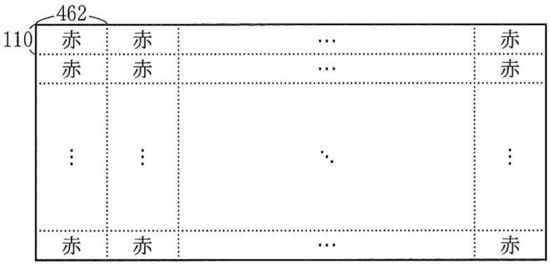


図　1

462 と 110 の両方を割り切る素数のうち最大のものは アイ である。

赤い長方形を並べて作ることができる正方形のうち，辺の長さが最小であるものは，一辺の長さが ウエオカ のものである。

また，赤い長方形を並べて正方形ではない長方形を作るとき，横の長さと縦の長さの差の絶対値が最小になるのは，462 の約数と 110 の約数を考えると，差の絶対値が キク になるときであることがわかる。

縦の長さが横の長さより キク 長い長方形のうち，横の長さが最小であるものは，横の長さが ケコサシ のものである。

(2)　花子さんと太郎さんは，(1)で用いた赤い長方形を 1 枚以上並べて長方形を作り，その右側に横の長さが 363 で縦の長さが 154 である青い長方形を 1 枚以上並べて，図 2 のような正方形や長方形を作ることを考えている。

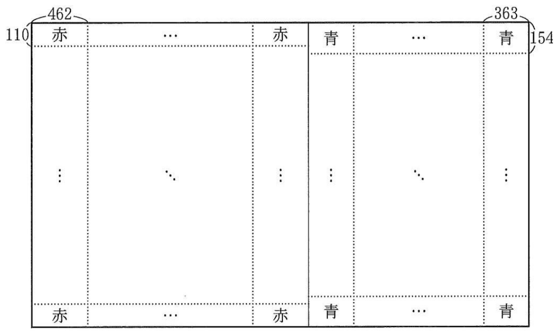


図　2

このとき，赤い長方形を並べてできる長方形の縦の長さと，青い長方形を並べてできる長方形の縦の長さは等しい。よって，図 2 のような長方形のうち，縦の長さが最小のものは，縦の長さが スセソ のものであり，図 2 のような長方形は縦の長さが スセソ の倍数である。

二人は，次のように話している。

花子：赤い長方形と青い長方形を図 2 のように並べて正方形を作ってみようよ。
太郎：赤い長方形の横の長さが 462 で青い長方形の横の長さが 363 だから，図 2 のような正方形の横の長さは 462 と 363 を組み合わせて作ることができる長さでないといけないね。
花子：正方形だから，横の長さは スセソ の倍数でもないといけないね。

462 と 363 の最大公約数は タチ であり，タチ の倍数のうちで スセソ の倍数でもある最小の正の整数は ツテトナ である。

これらのことと，使う長方形の枚数が赤い長方形も青い長方形も 1 枚以上であることから，図 2 のような正方形のうち，辺の長さが最小であるものは，一辺の長さが ニヌネノ のものであることがわかる。

正答率(%)	アイ	ウ～カ	キク	ケ～シ	スセソ
愛媛県	76.8	85.8	56.4	21.9	74.5
全国	71.3	82.3	55.9	24.3	72.7
差	5.5	3.5	0.5	−2.4	1.8

正答率(%)	タチ	ツ～ナ	ニ～ノ
愛媛県	76.4	54.1	6.2
全国	75.4	57.1	7.6
差	1.0	−3.0	−1.4

【考察】

「ケ～シ」，「ツ」以降で全国平均を下回った。正答率の高い問題は，求めるものが分かりやすく，約数と倍数に関する基本的な知識があれば解きやすい問題であったからと思われる。正答率が極めて低い(2)の最後の問題は，数式による誘導もないため，解答の方針すら立てることができなかった受験生が多かったと思う。

第 5 問（選択者 122 人／抽出人数 285 人）

(1)　円 O に対して，次の手順 1 で作図を行う。

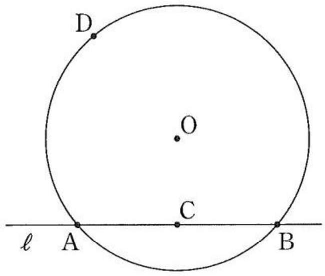
手順 1

(Step 1)　円 O と異なる 2 点で交わり，中心 O を通らない直線 ℓ を引く。円 O と直線 ℓ との交点を A，B とし，線分 AB の中点 C をとる。

(Step 2)　円 O の周上に，点 D を ∠COD が鈍角となるようにとる。直線 CD を引き，円 O との交点で点 D とは異なる点を E とする。

(Step 3)　点 D を通り直線 OC に垂直な直線を引き，直線 OC との交点を F とし，円 O との交点で D とは異なる点を G とする。

(Step 4)　点 G における円 O の接線を引き，直線 ℓ との交点を H とする。



参考図

このとき，直線 ℓ と点 D の位置によらず，直線 EH は円 O の接線である。このことは，次の**構想**に基づいて，後のように説明できる。

構想

直線 EH が円 O の接線であることを証明するためには，∠OEH＝ アイ °であることを示せばよい。

手順 1 の（Step 1）と（Step 4）により，4 点 C，G，H， ウ は同一円周上にあることがわかる。よって，∠CHG＝ エ である。一方，点 E は円 O の周上にあることから， エ ＝ オ がわかる。よって，∠CHG＝ オ であるので，4 点 C，G，H， カ は同一円周上にある。この円が ウ を通ることにより，∠OEH＝ アイ °を示すことができる。

ウ の解答群

⓪ B　① D　② F　③ O

エ の解答群

⓪ ∠AFC　① ∠CDF　② ∠CGH
③ ∠CBO　④ ∠FOG

オ の解答群

⓪ ∠AED　① ∠ADE　② ∠BOE
③ ∠DEG　④ ∠EOH

カ の解答群

⓪ A　① D　② E　③ F

(2)　円 O に対して，(1)の**手順 1** とは直線 ℓ の引き方を変え，次の**手順 2** で作図を行う。

手順 2

(Step 1)　円 O と共有点をもたない直線 ℓ を引く。中心 O から直線 ℓ に垂直な直線を引き，直線 ℓ との交点を P とする。
(Step 2)　円 O の周上に，点 Q を ∠POQ が鈍角となるようにとる。直線 PQ を引き，円 O との交点で点 Q とは異なる点を R とする。
(Step 3)　点 Q を通り直線 OP に垂直な直線を引き，円 O との交点で Q とは異なる点を S とする。
(Step 4)　点 S における円 O の接線を引き，直線 ℓ との交点を T とする。

このとき，∠PTS＝ キ である。

円 O の半径が $\sqrt{5}$ で，$\mathrm{OT}=3\sqrt{6}$ であったとすると，3 点 O，P，R を通る円の半径は $\dfrac{\boxed{ク}\sqrt{\boxed{ケ}}}{\boxed{コ}}$ であり，RT＝ サ である。

キ の解答群

⓪ ∠PQS　① ∠PST　② ∠QPS
③ ∠QRS　④ ∠SRT

正答率(%)	アイ	ウ	エ	オ	カ	キ
愛媛県	89.4	64.8	24.6	41.0	74.6	32.0
全国	83.8	60.8	28.5	37.9	67.3	32.2
差	5.6	4.0	−3.9	3.1	7.3	−0.2

正答率(%)	クケコ	サ
愛媛県	19.7	18.9
全国	12.1	14.5
差	7.6	4.4

【考察】

「エ」と「キ」で全国平均を下回った。「ウ」から連続して４つの選択肢を選ぶ部分は問題の意図を読み取るのが大変であったことが予想される。「エ」と「オ」の正答率が低いのに，「カ」の正答率が７割以上なのは，文章の中に「点Eが円Oの周上にある」という記述があるので，途中過程が分からなくても，Eが正答であると予想ができたのではないだろうか。「ク」以降は，図をある程度正確に描かなければ，正しい情報が見えにくいため，正答率が低くなったと思われる。

個人的には，平面幾何の問題なのに，図をかくスペースが少なく，解きにくいという印象も受けた。限られたスペースの中に図を正確にかく練習も必要かもしれない。

作図方法を Step に分けて手順を示す出題方法は2021年度の第２日程でも出題されており，過去問演習をしっかりしていた受験生は落ち着いて解けたと思う。

３　問題分析（数学Ⅱ・数学Ｂ）

第１問

〔1〕三角関数の値の大小関係について考えよう。

(1)　$x=\dfrac{\pi}{6}$ のとき $\sin x$ $\boxed{\text{ア}}$ $\sin 2x$ であり，$x=\dfrac{2}{3}\pi$ のとき $\sin x$ $\boxed{\text{イ}}$ $\sin 2x$ である。

$\boxed{\text{ア}}$，$\boxed{\text{イ}}$ の解答群（同じものを繰り返し選んでもよい。）

⓪　＜	①　＝	②　＞

(2)　$\sin x$ と $\sin 2x$ の値の大小関係を詳しく調べよう。

$$\sin 2x-\sin x=\sin x\left(\boxed{\text{ウ}}\cos x-\boxed{\text{エ}}\right)$$

であるから，$\sin 2x-\sin x>0$ が成り立つことは

「$\sin x>0$　かつ　$\boxed{\text{ウ}}\cos x-\boxed{\text{エ}}>0$」… ①

または

「$\sin x<0$　かつ　$\boxed{\text{ウ}}\cos x-\boxed{\text{エ}}<0$」… ②

が成り立つことと同値である。$0\leqq x\leqq 2\pi$ のとき，①が成り立つような x の値の範囲は

$$0<x<\frac{\pi}{\boxed{\text{オ}}}$$

であり，②が成り立つような x の値の範囲は

$$\pi<x<\frac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キ}}}\pi$$

である。よって，$0\leqq x\leqq 2\pi$ のとき，$\sin 2x-\sin x>0$ が成り立つような x の値の範囲は

$$0<x<\frac{\pi}{\boxed{\text{オ}}},\ \pi<x<\frac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キ}}}\pi$$

である。

(3)　$\sin 3x$ と $\sin 4x$ の値の大小関係を調べよう。

三角関数の加法定理を用いると，等式

$$\sin(\alpha+\beta)-\sin(\alpha-\beta)=2\cos\alpha\sin\beta \quad \cdots ③$$

が得られる。$\alpha+\beta=4x$，$\alpha-\beta=3x$ を満たす α，β に対して③を用いることにより，$\sin 4x-\sin 3x>0$ が成り立つことは

「$\cos\boxed{\text{ク}}>0$ かつ $\sin\boxed{\text{ケ}}>0$」… ④

または

「$\cos\boxed{\text{ク}}<0$ かつ $\sin\boxed{\text{ケ}}<0$」… ⑤

が成り立つことと同値であることがわかる。

$0\leqq x\leqq\pi$ のとき，④，⑤により，$\sin 4x>\sin 3x$ が成り立つような x の値の範囲は

$$0<x<\frac{\pi}{\boxed{\text{コ}}},\ \frac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}}\pi<x<\frac{\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セ}}}\pi$$

である。

$\boxed{\text{ク}}$，$\boxed{\text{ケ}}$ の解答群（同じものを繰り返し選んでもよい。）

⓪　0	①　x	②　$2x$	③　$3x$
④　$4x$	⑤　$5x$	⑥　$6x$	⑦　$\dfrac{x}{2}$
⑧　$\dfrac{3}{2}x$	⑨　$\dfrac{5}{2}x$	ⓐ　$\dfrac{7}{2}x$	ⓑ　$\dfrac{9}{2}x$

(4)　(2)，(3) の考察から，$0\leqq x\leqq\pi$ のとき，$\sin 3x>\sin 4x>\sin 2x$ が成り立つような x の値の範囲は

$$\frac{\pi}{\boxed{\text{コ}}}<x<\frac{\pi}{\boxed{\text{ソ}}},\ \frac{\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セ}}}\pi<x<\frac{\boxed{\text{タ}}}{\boxed{\text{チ}}}\pi$$

であることがわかる。

正答率(%)	ア	イ	ウエ	オ	カキ	クケ
愛媛県	95.5	77.7	96.9	76.6	63.7	45.9
全国	92.8	76.3	96.3	77.0	64.1	55.1
差	2.7	1.4	0.3	−0.4	−0.4	−9.2

正答率(%)	コ	サ～セ	ソ	タチ
愛媛県	30.1	8.4	14.7	14.4
全国	37.2	9.9	16.8	16.7
差	−7.1	−1.5	−2.1	−2.3

【考察】

「オ」以降の問題は全て全国平均を下回った。「キ」までは２倍角の公式で答を導き出せるので，教科書レベルを理解していれば，容易にたどり着けると思う。それに対して，「ク」以降は３倍角，４倍角になり，慣れていない和積の公式を使わなくてはいけないため，公式や誘導があっても正答を導くことができなかったと思われる。「ソ」以降の方が「サ～セ」より正答率が高いのは，「コ～セ」の誤答が影響しなかったからと思う。穴埋めなので，諦めずに解ける部分は解いておくべきであると改めて認識させられた。この部分の得点が入試の合否を分ける可能性もあるので，解けそうな部分は諦めることなく，最後まで粘り強く取り組むことが大切である。

〔2〕(1)　$a>0$，$a\neq 1$，$b>0$ のとき，$\log_a b=x$ とおくと，$\boxed{\text{ツ}}$ が成り立つ。

$\boxed{\text{ツ}}$ の解答群

⓪　$x^a=b$	①　$x^b=a$	②　$a^x=b$
③　$b^x=a$	④　$a^b=x$	⑤　$b^a=x$

(2)　様々な対数の値が有理数か無理数かについて考えよう。

（i） $\log_5 25 = \boxed{\text{テ}}$，$\log_9 27 = \dfrac{\boxed{\text{ト}}}{\boxed{\text{ナ}}}$ であり，どちらも有理数である。

（ii） $\log_2 3$ が有理数と無理数のどちらであるかを考えよう。

$\log_2 3$ が有理数であると仮定すると，$\log_2 3 > 0$ であるので，二つの自然数 p，q を用いて $\log_2 3 = \dfrac{p}{q}$ と表すことができる。このとき，(1) により

$\log_2 3 = \dfrac{p}{q}$ は $\boxed{\text{ニ}}$ と変形できる。いま，2は偶数であり 3 は奇数であるので，$\boxed{\text{ニ}}$ を満たす自然数 p，q は存在しない。

したがって，$\log_2 3$ は無理数であることがわかる。

（iii） a，b を 2 以上の自然数とするとき，(ii)と同様に考えると，「$\boxed{\text{ヌ}}$ ならば $\log_a b$ はつねに無理数である」ことがわかる。

$\boxed{\text{ニ}}$ の解答群

⓪ $p^2 = 3q^2$	① $q^2 = p^3$	② $2^q = 3^p$
③ $p^3 = 2q^3$	④ $p^2 = q^3$	⑤ $2^p = 3^q$

$\boxed{\text{ヌ}}$ の解答群

⓪ a が偶数
① b が偶数
② a が奇数
③ b が奇数
④ a と b がともに偶数，または a と b がともに奇数
⑤ a と b のいずれか一方が偶数で，もう一方が奇数

正答率(%)	ツ	テ	トナ	ニ	ヌ
愛媛県	86.1	78.7	84.7	63.7	77.3
全国	87.7	80.7	85.0	72.0	80.4
差	−1.6	−2.0	−0.3	−8.3	−3.1

【考察】

全ての問題で全国平均を下回った。「テ」については，対数の基本であるが，正答率が8割を下回っている。5^2の2ではなく， 5×5 の 5 と答えてしまったのだろうか。これぐらいのレベルの問題は取りこぼしがないようにしたいころである。「ニ」は「ツ」と同じことを聞かれているにもかかわらず，正答率がかなり下がっている。対数の定義を正しく理解できていないと思われる。

第２問

〔1〕(1) k を正の定数とし，次の 3 次関数を考える。

$$f(x) = x^2(k - x)$$

$y = f(x)$ のグラフと x 軸との共有点の座標は $(0,0)$ と $\left(\boxed{\text{ア}}, 0\right)$ である。

$f(x)$ の導関数 $f'(x)$ は

$$f'(x) = \boxed{\text{イウ}}\,x + \boxed{\text{エ}}\,kx$$

である。

$x = \boxed{\text{オ}}$ のとき，$f(x)$ は極小値 $\boxed{\text{カ}}$ をとる。

$x = \boxed{\text{キ}}$ のとき，$f(x)$ は極大値 $\boxed{\text{ク}}$ をとる。

また，$0 < x < k$ の範囲において $x = \boxed{\text{キ}}$ のとき $f(x)$ は最大となることがわかる。

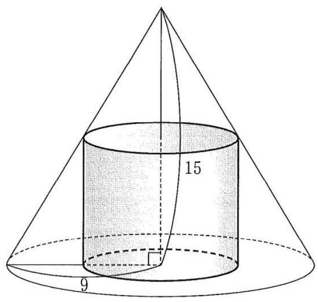
$\boxed{\text{ア}}$，$\boxed{\text{オ}}$ ～ $\boxed{\text{ク}}$ の解答群（同じものを繰り返し選んでもよい。）

⓪ 0	① $\dfrac{1}{3}k$	② $\dfrac{1}{2}k$	③ $\dfrac{2}{3}k$
④ k	⑤ $\dfrac{3}{2}k$	⑥ $-4k^2$	⑦ $\dfrac{1}{8}k^2$
⑧ $\dfrac{2}{27}k^3$	⑨ $\dfrac{4}{27}k^3$	ⓐ $\dfrac{4}{9}k^3$	ⓑ $4k^3$

(2) 後の図のように底面が半径 9 の円で高さが 15 の円錐に内接する円柱を考える。円柱の底面の半径と体積をそれぞれ x，V とする。V を x の式で表すと

$$V = \frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}}\pi x^2\left(\boxed{\text{サ}} - x\right) \quad (0 < x < 9)$$

である。(1) の考察より，$x = \boxed{\text{シ}}$ のとき V は最大となることがわかる。V の最大値は $\boxed{\text{スセソ}}\pi$ である。



正答率(%)	ア	イウエ	オ	カ	キ
愛媛県	90.6	92.0	80.8	78.7	76.6
全国	89.5	92.8	83.6	82.3	77.0
差	1.1	−0.8	−2.8	−3.6	−0.4

正答率(%)	ク	ケコサ	シ	スセソ
愛媛県	75.2	30.8	47.3	27.0
全国	76.2	42.5	51.4	38.1
差	−1.0	−11.7	−4.1	−11.1

【考察】

ほとんどの問題で全国平均を下回った。基本的な問題で構成されている(1)は正答率が高く，全国平均との差はあまりないことから，微分の基本事項については理解できているといえる。逆に，(2)については全国平均とかなりの差がある。「ケ」は円柱の高さを x を用いて表すことが問題を解くポイントになるが，そこまでたどり着けなかった受験生が多かったと考えられる。与えられた条件から立式ができるように練習をしておく必要がある。

〔2〕(1)　定積分 $\int_0^{30}\left(\frac{1}{5}x+3\right)dx$ の値は $\boxed{\text{タチツ}}$ である。

また，関数 $\frac{1}{100}x^2-\frac{1}{6}x+5$ の不定積分は

$$\int\left(\frac{1}{100}x^2-\frac{1}{6}x+5\right)dx$$

$$=\frac{1}{\boxed{\text{テトナ}}}x^3-\frac{1}{\boxed{\text{ニヌ}}}x^2+\boxed{\text{ネ}}\,x+C$$

である。ただし，C は積分定数とする。

(2)　ある地域では，毎年３月頃「ソメイヨシノ (桜の種類) の開花予定日」が話題になる。太郎さんと花子さんは，開花日時を予想する方法の一つに，２月に入ってからの気温を時間の関数とみて，その関数を積分した値をもとにする方法があることを知った。ソメイヨシノの開花日時を予想するために，二人は図１の６時間ごとの気温の折れ線グラフを見ながら，次のように考えることにした。

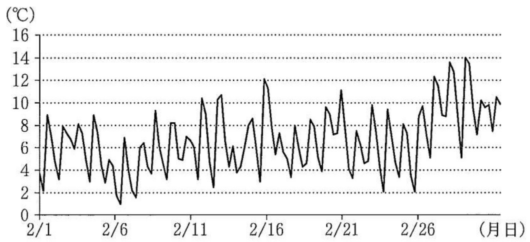


図１　６時間ごとの気温の折れ線グラフ

x の値の範囲を 0 以上の実数全体として，２月１日午前０時から $24x$ 時間経った時点を x 日後とする。（例えば，10.3日後は２月11日午前７時12分を表す。）また，x 日後の気温を y℃とする。このとき，y は x の関数であり，これを $y=f(x)$ とおく。ただし，y は負にならないものとする。

気温を表す関数 $f(x)$ を用いて二人はソメイヨシノの開花日時を次の**設定**で考えることにした。

設定

正の実数 t に対して，$f(x)$ を 0 から t まで積分した値を $S(t)$ とする。すなわち，$S(t)=\int_0^t f(x)\,dx$ とする。この $S(t)$ が 400 に到達したとき，ソメイヨシノが開花する。

設定のもと，太郎さんは気温を表す関数 $y=f(x)$ のグラフを図２のように直線とみなしてソメイヨシノの開花日時を考えることにした。

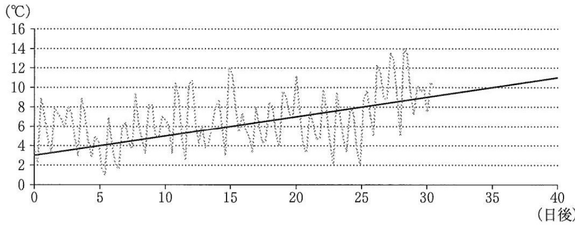


図２　図１のグラフと，太郎さんが直線とみなした $y=f(x)$ のグラフ

(i)　太郎さんは

$$f(x)=\frac{1}{5}x+3 \quad (x\geqq 0)$$

として考えた。このとき，ソメイヨシノの開花日時は２月に入ってから $\boxed{\text{ノ}}$ となる。

$\boxed{\text{ノ}}$ の解答群

⓪ 30 日後	① 35 日後	② 40 日後
③ 45 日後	④ 50 日後	⑤ 55 日後
⑥ 60 日後	⑦ 65 日後	

(ii)　太郎さんと花子さんは，２月に入ってから 30 日後以降の気温について話をしている。

太郎：１次関数を用いてソメイヨシノの開花日時を求めてみたよ。

花子：気温の上がり方から考えて，２月に入ってから 30 日後以降の気温を表す関数が２次関数の場合も考えてみようか。

花子さんは気温を表す関数 $f(x)$ を，$0\leqq x\leqq 30$ のときは太郎さんと同じように

$$f(x)=\frac{1}{5}x+3 \qquad \cdots\cdots ①$$

とし，$x\geqq 30$ のときは

$$f(x)=\frac{1}{100}x^2-\frac{1}{6}x+5 \qquad \cdots\cdots ②$$

として考えた。なお，$x=30$ のとき ① の右辺の値と ② の右辺の値は一致する。花子さんの考えた式を用いて，ソメイヨシノの開花日時を考えよう。(1)より

$$\int_0^{30}\left(\frac{1}{5}x+3\right)dx=\boxed{\text{タチツ}}$$

であり

$$\int_{30}^{40}\left(\frac{1}{100}x^2-\frac{1}{6}x+5\right)dx=115$$

となることがわかる。

また，$x\geqq 30$ の範囲において $f(x)$ は増加する。よって

$$\int_0^{30}f(x)\,dx \quad \boxed{\text{ハ}} \quad \int_{40}^{50}f(x)\,dx$$

であることがわかる。以上より，ソメイヨシノの開花日時は２月に入ってから $\boxed{\text{ヒ}}$ となる。

$\boxed{\text{ハ}}$ の解答群

⓪ ＜	① ＝	② ＞

$\boxed{ヒ}$ の解答群

⓪ 30 日後より前
① 30 日後
② 30 日後より後，かつ 40 日後より前
③ 40 日後
④ 40 日後より後，かつ 50 日後より前
⑤ 50 日後
⑥ 50 日後より後，かつ 60 日後より前
⑦ 60 日後
⑧ 60 日後より後

正答率(%)	タチツ	テ～ネ	ノ	ハ	ヒ
愛媛県	79.8	87.5	57.4	77.0	46.9
全国	83.3	87.2	60.2	72.4	48.3
差	−3.5	0.3	−2.8	4.6	−1.4

【考察】

この設問は全国平均とほぼ同等であった。ソメイヨシノの開花日を予測するという予想外のテーマであったが，典型的な計算問題が多く，正答率も思っていたよりは高い。

基本的な定積分の計算や性質を理解していれば，最後まで完答できる内容であるが，問題文が長いため，設定を正しく理解するまで時間がかかった受験生もいたと思う。また，全国平均との差が一番大きいのは，最初の基本的な積分計算であり，このような基本問題の取りこぼしが全体の得点に影響してくると思う。読解力や計算力の育成が必要となることを実感させられる。

第３問（選択者 25 人／抽出人数 286 人）

以下の問題を解答するにあたっては，必要に応じて正規分布表を用いてもよい。

(1) ある生産地で生産されるピーマン全体を母集団とし，この母集団におけるピーマン１個の重さ（単位は g）を表す確率変数を X とする。m と σ を正の実数とし，X は正規分布 $N(m\,,\sigma^2)$ に従うとする。

(i) この母集団から１個のピーマンを無作為に抽出したとき，重さが m g 以上である確率 $P(X \geqq m)$ は

$$P(X \geqq m) = P\left(\frac{X-m}{\sigma} \geqq \boxed{ア}\right) = \frac{\boxed{イ}}{\boxed{ウ}}$$

である。

(ii) 母集団から無作為に抽出された大きさ n の標本 X_1，X_2，…，X_n の標本平均を $\overline{X}$ とする。$\overline{X}$ の平均（期待値）と標準偏差はそれぞれ

$$E(\overline{X}) = \boxed{エ}，\quad \sigma(\overline{X}) = \boxed{オ}$$

となる。

$n=400$，標本平均が 30.0g，標本の標準偏差が 3.6g のとき，m の信頼度 90 %の信頼区間を次の**方針**で求めよう。

方針

Z を標準正規分布 $N(0\,,1)$ に従う確率変数として，$P(-z_0 \leqq Z \leqq z_0) = 0.901$ となる z_0 を正規分布表から求める。この z_0 を用いると m の信頼度 90.1 %の信頼区間が求められるが，これを信頼度 90 %の信頼区間とみなして考える。

方針において，$z_0 = \boxed{カ}.\boxed{キク}$ である。

一般に，標本の大きさ n が大きいときには，母標準偏差の代わりに，標本の標準偏差を用いてよいことが知られている。$n=400$ は十分に大きいので，方針に基づくと，m の信頼度 90 %の信頼区間は $\boxed{ケ}$ となる。

$\boxed{エ}$，$\boxed{オ}$ の解答群（同じものを繰り返し選んでもよい。）

⓪ σ	① σ^2	② $\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}$	③ $\dfrac{\sigma^2}{n}$
④ m	⑤ $2m$	⑥ m^2	⑦ $\sqrt{m}$
⑧ $\dfrac{\sigma}{n}$	⑨ $n\sigma$	ⓐ nm	ⓑ $\dfrac{m}{n}$

$\boxed{ケ}$ については，最も適当なものを，次の⓪～⑤のうちから一つ選べ。

⓪ $28.6 \leqq m \leqq 31.4$	① $28.7 \leqq m \leqq 31.3$
② $28.9 \leqq m \leqq 31.1$	③ $29.6 \leqq m \leqq 30.4$
④ $29.7 \leqq m \leqq 30.3$	⑤ $29.9 \leqq m \leqq 30.1$

(2) (1)の確率変数 X において，$m=30.0$，$\sigma=3.6$ とした母集団から無作為にピーマンを１個ずつ抽出し，ピーマン２個を１組にしたものを袋に入れていく。このようにしてピーマン２個を１組にしたものを 25 袋作る。その際，１袋ずつの重さの分散を小さくするために，次の**ピーマン分類法**を考える。

ピーマン分類法

無作為に抽出したいくつかのピーマンについて，重さが 30.0g 以下のときを S サイズ，30.0g を超えるときは L サイズと分類する。そして，分類されたピーマンから S サイズと L サイズのピーマンを一つずつ選び，ピーマン２個を１組とした袋を作る。

(i) ピーマンを無作為に 50 個抽出したとき，**ピーマン分類法**で 25 袋作ることができる確率 p_0 を考えよう。無作為に１個抽出したピーマンが S サイズである確率は $\dfrac{\boxed{コ}}{\boxed{サ}}$ である。ピーマンを無作為に 50 個抽出したときの S サイズのピーマンの個数を表す確率変数を U_0 と

すると，U_0 は二項分布 $B\left(50,\dfrac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}}\right)$ に従うので

$$p_0={}_{50}\mathrm{C}_{\boxed{\text{シス}}}\times\left(\frac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}}\right)^{\boxed{\text{シス}}}\times\left(1-\frac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}}\right)^{50-\boxed{\text{シス}}}$$

となる。

p_0 を計算すると，$p_0=0.1122\cdots$ となることから，ピーマンを無作為に50個抽出したとき，25袋作ることができる確率は0.11程度とわかる。

(ii) **ピーマン分類法**で25袋作ることができる確率が0.95以上となるようなピーマンの個数を考えよう。

k を自然数とし，ピーマンを無作為に $(50+k)$ 個抽出したとき，Sサイズのピーマンの個数を表す確率変数を U_k とすると，U_k は二項分布 $B\left(50+k,\dfrac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}}\right)$ に従う。

$(50+k)$ は十分に大きいので，U_k は近似的に正規分布 $N\left(\boxed{\text{セ}},\boxed{\text{ソ}}\right)$ に従い，$Y=\dfrac{U_k-\boxed{\text{セ}}}{\sqrt{\boxed{\text{ソ}}}}$ とすると，Y は近似的に標準正規分布 $N(0,1)$ に従う。

よって，**ピーマン分類法**で，25袋作ることができる確率を p_k とすると

$$p_k=P(25\leqq U_k\leqq 25+k)=P\left(-\frac{\boxed{\text{タ}}}{\sqrt{50+k}}\leqq Y\leqq\frac{\boxed{\text{タ}}}{\sqrt{50+k}}\right)$$

となる。

$\boxed{\text{タ}}=\alpha$，$\sqrt{50+k}=\beta$ とおく。

$p_k\geqq 0.95$ になるような $\dfrac{\alpha}{\beta}$ について，正規分布表から $\dfrac{\alpha}{\beta}\geqq 1.96$ を満たせばよいことがわかる。ここでは

$$\frac{\alpha}{\beta}\geqq 2\ \cdots\cdots\ ①$$

を満たす自然数 k を考えることとする。①の両辺は正であるから，$\alpha^2\geqq 4\beta^2$ を満たす最小の k を k_0 とすると，$k_0=\boxed{\text{チツ}}$ であることがわかる。ただし，$\boxed{\text{チツ}}$ の計算においては，$\sqrt{51}=7.14$ を用いてもよい。

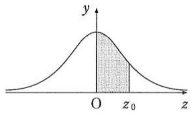
したがって，少なくとも $\left(50+\boxed{\text{チツ}}\right)$ 個のピーマンを抽出しておけば，**ピーマン分類法**で25袋作ることができる確率は0.95以上となる。

$\boxed{\text{サ}}$ ～ $\boxed{\text{ス}}$ の解答群（同じものを繰り返し選んでもよい。）

⓪ k	① $2k$	② $3k$	③ $\dfrac{50+k}{2}$
④ $\dfrac{25+k}{2}$	⑤ $25+k$	⑥ $\dfrac{\sqrt{50+k}}{2}$	⑦ $\dfrac{50+k}{4}$

正 規 分 布 表

次の表は，標準正規分布の分布曲線における右図の灰色部分の面積の値をまとめたものである。



z_0	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.0000	0.0040	0.0080	0.0120	0.0160	0.0199	0.0239	0.0279	0.0319	0.0359
0.1	0.0398	0.0438	0.0478	0.0517	0.0557	0.0596	0.0636	0.0675	0.0714	0.0753
0.2	0.0793	0.0832	0.0871	0.0910	0.0948	0.0987	0.1026	0.1064	0.1103	0.1141
0.3	0.1179	0.1217	0.1255	0.1293	0.1331	0.1368	0.1406	0.1443	0.1480	0.1517
0.4	0.1554	0.1591	0.1628	0.1664	0.1700	0.1736	0.1772	0.1808	0.1844	0.1879
0.5	0.1915	0.1950	0.1985	0.2019	0.2054	0.2088	0.2123	0.2157	0.2190	0.2224
0.6	0.2257	0.2291	0.2324	0.2357	0.2389	0.2422	0.2454	0.2486	0.2517	0.2549
0.7	0.2580	0.2611	0.2642	0.2673	0.2704	0.2734	0.2764	0.2794	0.2823	0.2852
0.8	0.2881	0.2910	0.2939	0.2967	0.2995	0.3023	0.3051	0.3078	0.3106	0.3133
0.9	0.3159	0.3186	0.3212	0.3238	0.3264	0.3289	0.3315	0.3340	0.3365	0.3389
1.0	0.3413	0.3438	0.3461	0.3485	0.3508	0.3531	0.3554	0.3577	0.3599	0.3621
1.1	0.3643	0.3665	0.3686	0.3708	0.3729	0.3749	0.3770	0.3790	0.3810	0.3830
1.2	0.3849	0.3869	0.3888	0.3907	0.3925	0.3944	0.3962	0.3980	0.3997	0.4015
1.3	0.4032	0.4049	0.4066	0.4082	0.4099	0.4115	0.4131	0.4147	0.4162	0.4177
1.4	0.4192	0.4207	0.4222	0.4236	0.4251	0.4265	0.4279	0.4292	0.4306	0.4319
1.5	0.4332	0.4345	0.4357	0.4370	0.4382	0.4394	0.4406	0.4418	0.4429	0.4441
1.6	0.4452	0.4463	0.4474	0.4484	0.4495	0.4505	0.4515	0.4525	0.4535	0.4545
1.7	0.4554	0.4564	0.4573	0.4582	0.4591	0.4599	0.4608	0.4616	0.4625	0.4633
1.8	0.4641	0.4649	0.4656	0.4664	0.4671	0.4678	0.4686	0.4693	0.4699	0.4706
1.9	0.4713	0.4719	0.4726	0.4732	0.4738	0.4744	0.4750	0.4756	0.4761	0.4767
2.0	0.4772	0.4778	0.4783	0.4788	0.4793	0.4798	0.4803	0.4808	0.4812	0.4817
2.1	0.4821	0.4826	0.4830	0.4834	0.4838	0.4842	0.4846	0.4850	0.4854	0.4857
2.2	0.4861	0.4864	0.4868	0.4871	0.4875	0.4878	0.4881	0.4884	0.4887	0.4890
2.3	0.4893	0.4896	0.4898	0.4901	0.4904	0.4906	0.4909	0.4911	0.4913	0.4916
2.4	0.4918	0.4920	0.4922	0.4925	0.4927	0.4929	0.4931	0.4932	0.4934	0.4936
2.5	0.4938	0.4940	0.4941	0.4943	0.4945	0.4946	0.4948	0.4949	0.4951	0.4952
2.6	0.4953	0.4955	0.4956	0.4957	0.4959	0.4960	0.4961	0.4962	0.4963	0.4964
2.7	0.4965	0.4966	0.4967	0.4968	0.4969	0.4970	0.4971	0.4972	0.4973	0.4974
2.8	0.4974	0.4975	0.4976	0.4977	0.4977	0.4978	0.4979	0.4979	0.4980	0.4981
2.9	0.4981	0.4982	0.4982	0.4983	0.4984	0.4984	0.4985	0.4985	0.4986	0.4986
3.0	0.4987	0.4987	0.4987	0.4988	0.4988	0.4989	0.4989	0.4989	0.4990	0.4990

正答率(%)	ア	イウ	エ	オ	カキク	ケ
愛媛県	52.0	68.0	48.0	56.0	16.0	40.0
全国	33.8	46.3	36.2	36.0	25.0	30.5
差	18.2	21.7	11.8	20.0	−9.0	9.5

正答率(%)	コサ	シス	セ	ソ	タ	チツ
愛媛県	60.0	72.0	24.0	24.0	12.0	16.0
全国	47.2	48.7	34.2	23.7	18.7	7.8
差	12.8	23.3	−10.2	0.3	−6.7	8.2

【考察】

基本的な問題では全国平均を上回っているが，後半の発展的な部分での正答率が低く，全国平均より下回っている問題が多い。確率分布の基本事項が身に付いている受験生にとっては得点しやすい問題となっており，教科書の基本事項や正規分布表の読み取りを練習しておく必要がある。

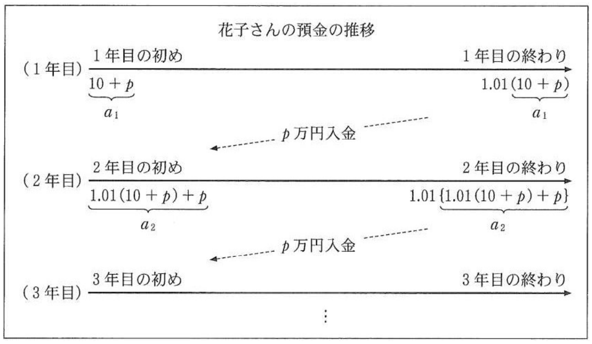
この問題は令和６年度入試までは選択者が少ないと思われるが，令和７年度入試からの数学②（数学Ⅱ・数学Ｂ・数学Ｃ）では「数列」，「ベクトル」，「平面上の曲線と複素数平面」，そして「統計的な推測」の４題から３題の選択になるため，「統計的な推測」選択者がかなり増えると予想される。特に文系の生徒は「平面上の曲線と複素数平面」よりは「統計的な推測」を選択する受験生が多いと思われる。教科書の問題を中心に基礎をしっかり押さえた上で，共通テストの過去問等を使って対策をしておくことが大切になると思う。

第４問（選択者 269 人／抽出人数 286 人）

花子さんは，毎年の初めに預金口座に一定額の入金をすることにした。この入金を始める前における花子さんの預金は10万円である。ここで，預金とは預金口座にあるお金の額のことである。預金には年利１％で利息がつき，ある年の初めの預金が x 万円であれば，その年の終わりには預金は $1.01x$ 万円となる。次の年の初めには $1.01x$ 万円に入金額を加えたものが預金となる。

毎年の初めの入金額を p 万円とし，n 年目の初めの預金を a_n 万円とおく。ただし，$p>0$ とし，n は自然数とする。

例えば，$a_1=10+p$，$a_2=1.01(10+p)+p$ である。



(1)　a_n を求めるために二つの方針で考える。

方針１

n 年目の初めの預金と $(n+1)$ 年目の初めの預金との関係に着目して考える。

３年目の初めの預金 a_3 万円について，$a_3=\boxed{\text{ア}}$ である。すべての自然数 n について

$$a_{n+1}=\boxed{\text{イ}}\,a_n+\boxed{\text{ウ}}$$

が成り立つ。これは

$$a_{n+1}+\boxed{\text{エ}}=\boxed{\text{オ}}\left(a_n+\boxed{\text{エ}}\right)$$

と変形でき，a_n を求めることができる。

$\boxed{\text{ア}}$ の解答群

⓪ $1.01\{1.01(10+p)+p\}$
① $1.01\{1.01(10+p)+1.01p\}$
② $1.01\{1.01(10+p)+p\}+p$
③ $1.01\{1.01(10+p)+p\}+1.01p$
④ $1.01(10+p)+1.01p$
⑤ $1.01(10+1.01p)+1.01p$

$\boxed{\text{イ}}$ ～ $\boxed{\text{オ}}$ の解答群（同じものを繰り返し選んでもよい。）

⓪ 1.01	① 1.01^{n-1}	② 1.01^n
③ p	④ $100p$	⑤ np
⑥ $100np$	⑦ $1.01^{n-1}\times 100p$	⑧ $1.01^n\times 100p$

方針２

もともと預金口座にあった10万円と毎年の初めに入金した p 万円について，n 年目の初めにそれぞれがいくらになるかに着目して考える。

もともと預金口座にあった10万円は，２年目の初めには 10×1.01 万円になり，３年目の初めには 10×1.01^2 万円になる。同様に考えると n 年目の初めには $10\times 1.01^{n-1}$ 万円になる。

・１年目の初めに入金した p 万円は，n 年目の初めには $p\times 1.01^{\boxed{\text{カ}}}$ 万円になる。
・２年目の初めに入金した p 万円は，n 年目の初めには $p\times 1.01^{\boxed{\text{キ}}}$ 万円になる。

⋮

・n 年目の初めに入金した p 万円は，n 年目の初めには p 万円のままである。

これより

$$\begin{aligned}a_n&=10\times 1.01^{n-1}+p\times 1.01^{\boxed{\text{カ}}}+p\times 1.01^{\boxed{\text{キ}}}+\cdots+p\\&=10\times 1.01^{n-1}+p\sum_{k=1}^{n}1.01^{\boxed{\text{ク}}}\end{aligned}$$

となることがわかる。ここで，$\displaystyle\sum_{k=1}^{n}1.01^{\boxed{\text{ク}}}=\boxed{\text{ケ}}$ となるので，a_n を求めることができる。

$\boxed{\text{カ}}$，$\boxed{\text{キ}}$ の解答群

⓪ $n+1$	① n	② $n-1$	③ $n-2$

$\boxed{\text{ク}}$ の解答群

⓪ $k+1$	① k	② $k-1$	③ $k-2$

$\boxed{\text{ケ}}$ の解答群

⓪ 100×1.01^n	① $100(1.01^n-1)$
② $100(1.01^{n-1}-1)$	③ p
④ $0.01(101n-1)$	⑤ np

(2)　花子さんは，10年目の終わりの預金が30万円以上になるための入金額について考えた。

10年目の終わりの預金が30万円以上であることを不等式を用いて表すと $\boxed{\text{コ}}\geqq 30$ となる。この不等式を p について解くと

$$p\geqq\frac{\boxed{\text{サシ}}-\boxed{\text{スセ}}\times 1.01^{10}}{101(1.01^{10}-1)}$$

となる。したがって，毎年の初めの入金額が例えば18000

円であれば，10 年目の終わりの預金が 30 万円以上になることがわかる。

コ の解答群

⓪ a_{10}	① $a_{10}+p$	② $a_{10}-p$
③ $1.01a_{10}$	④ $1.01a_{10}+p$	⑤ $1.01a_{10}-p$

(3) 1 年目の入金を始める前における花子さんの預金が 10 万円ではなく，13 万円の場合を考える。すべての自然数 n に対して，この場合の n 年目の初めの預金は a_n 万円よりも ソ 万円多い。なお，年利は 1 %であり，毎年の初めの入金額は p 万円のままである。

ソ の解答群

⓪ 3	① 13	② $3(n-1)$
③ $3n$	④ $13(n-1)$	⑤ $13n$
⑥ 3^n	⑦ $3+1.01(n-1)$	⑧ $3\times1.01^{n-1}$
⑨ 3×1.01^n	ⓐ $13\times1.01^{n-1}$	ⓑ 13×1.01^n

正答率(%)	ア	イウ	エオ	カキ	ク
愛媛県	86.3	74.8	55.8	49.5	66.6
全国	88.2	76.9	54.8	57.1	67.4
差	−1.9	−2.1	1.0	−7.6	−0.8

正答率(%)	ケ	コ	サ～セ	ソ
愛媛県	38.0	36.5	41.3	32.4
全国	45.8	40.3	42.1	34.2
差	−7.8	−3.8	−0.8	−1.8

【考察】

ほとんどの問題で全国平均を下回った。内容そのものは難しくなく，具体例も多く与えられているので，昨年度の数列の問題に比べると取り組みやすいと思う。しかし，文章が複雑であり，設定理解に時間がかかるため，その点で差が付いたのではないかと思われる。

「ケ」については，計算式の形から等比数列の和であることは明白なので，①か②の 2 択であると思うが，愛媛県の正答率が 50 %どころか 40 %を切っていることから，Σ計算の理解が定着していないように感じた。

第 5 問（選択者 279 人／抽出人数 286 人）

三角錐 PABC において辺 BC の中点を M とおく。また，$\angle PAB=\angle PAC$ とし，この角度を θ とおく。ただし，$0°<\theta<90°$ とする。

(1) $\overrightarrow{AM}$ は

$$\overrightarrow{AM}=\frac{\boxed{ア}}{\boxed{イ}}\overrightarrow{AB}+\frac{\boxed{ウ}}{\boxed{エ}}\overrightarrow{AC}$$

と表せる。また

$$\frac{\overrightarrow{AP}\cdot\overrightarrow{AB}}{|\overrightarrow{AP}||\overrightarrow{AB}|}=\frac{\overrightarrow{AP}\cdot\overrightarrow{AC}}{|\overrightarrow{AP}||\overrightarrow{AC}|}=\boxed{オ}\ \cdots\cdots\ ①$$

である。

オ の解答群

⓪ $\sin\theta$	① $\cos\theta$	② $\tan\theta$
③ $\dfrac{1}{\sin\theta}$	④ $\dfrac{1}{\cos\theta}$	⑤ $\dfrac{1}{\tan\theta}$
⑥ $\sin\angle BPC$	⑦ $\cos\angle BPC$	⑧ $\tan\angle BPC$

(2) $\theta=45°$ とし，さらに

$|\overrightarrow{AP}|=3\sqrt{2}$，$|\overrightarrow{AB}|=|\overrightarrow{PB}|=3$，$|\overrightarrow{AC}|=|\overrightarrow{PC}|=3$

が成り立つ場合を考える。このとき

$\overrightarrow{AP}\cdot\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{AP}\cdot\overrightarrow{AC}=\boxed{カ}$

である。さらに，直線 AM 上の点 D が $\angle APD=90°$ を満たしているとする。このとき，$\overrightarrow{AD}=\boxed{キ}\overrightarrow{AM}$ である。

(3) $\overrightarrow{AQ}=\boxed{キ}\overrightarrow{AM}$

で定まる点を Q とおく。$\overrightarrow{PA}$ と $\overrightarrow{PQ}$ が垂直である三角錐 PABC はどのようなものかについて考えよう。例えば(2)の場合では，点 Q と点 D が一致し，$\overrightarrow{PA}$ と $\overrightarrow{PQ}$ は垂直である。

(i) $\overrightarrow{PA}$ と $\overrightarrow{PQ}$ が垂直であるとき，$\overrightarrow{PQ}$ を $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{AP}$ を用いて表して考えると， ク が成り立つ。さらに①に注意すると， ク から ケ が成り立つことがわかる。

したがって，$\overrightarrow{PA}$ と $\overrightarrow{PQ}$ が垂直であれば， ケ が成り立つ。逆に， ケ が成り立てば，$\overrightarrow{PA}$ と $\overrightarrow{PQ}$ は垂直である。

ク の解答群

⓪ $\overrightarrow{AP}\cdot\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AP}\cdot\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AP}\cdot\overrightarrow{AP}$
① $\overrightarrow{AP}\cdot\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AP}\cdot\overrightarrow{AC}=-\overrightarrow{AP}\cdot\overrightarrow{AP}$
② $\overrightarrow{AP}\cdot\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AP}\cdot\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$
③ $\overrightarrow{AP}\cdot\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AP}\cdot\overrightarrow{AC}=-\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$
④ $\overrightarrow{AP}\cdot\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AP}\cdot\overrightarrow{AC}=0$
⑤ $\overrightarrow{AP}\cdot\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AP}\cdot\overrightarrow{AC}=0$

ケ の解答群

⓪ $|\overrightarrow{AB}|+|\overrightarrow{AC}|=\sqrt{2}|\overrightarrow{BC}|$
① $|\overrightarrow{AB}|+|\overrightarrow{AC}|=2|\overrightarrow{BC}|$
② $|\overrightarrow{AB}|\sin\theta+|\overrightarrow{AC}|\sin\theta=|\overrightarrow{AP}|$
③ $|\overrightarrow{AB}|\cos\theta+|\overrightarrow{AC}|\cos\theta=|\overrightarrow{AP}|$
④ $|\overrightarrow{AB}|\sin\theta+|\overrightarrow{AC}|\sin\theta=2|\overrightarrow{AP}|$
⑤ $|\overrightarrow{AB}|\cos\theta+|\overrightarrow{AC}|\cos\theta=2|\overrightarrow{AP}|$

(ii)　k を正の実数とし

$$k\overrightarrow{AP}\cdot\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{AP}\cdot\overrightarrow{AC}$$

が成り立つとする。このとき，$\boxed{コ}$ が成り立つ。

また，点 B から直線 AP に下ろした推薦と直線 AP との交点を B′ とし，同様に点Cから直線APに下ろした垂線と直線 AP との交点を C′ とする。

このとき，$\overrightarrow{PA}$ と $\overrightarrow{PQ}$ が垂直であることは，$\boxed{サ}$ であることと同値である。特に $k=1$ のとき，$\overrightarrow{PA}$ と $\overrightarrow{PQ}$ が垂直であることは $\boxed{シ}$ であることと同値である。

$\boxed{コ}$ の解答群

⓪ $k\lvert\overrightarrow{AB}\rvert=\lvert\overrightarrow{AC}\rvert$	① $\lvert\overrightarrow{AB}\rvert=k\lvert\overrightarrow{AC}\rvert$
② $k\lvert\overrightarrow{AP}\rvert=\sqrt{2}\lvert\overrightarrow{AB}\rvert$	③ $k\lvert\overrightarrow{AP}\rvert=\sqrt{2}\lvert\overrightarrow{AC}\rvert$

$\boxed{ケ}$ の解答群

⓪ B′ と C′ がともに線分 AP の中点
① B′ と C′ が線分 AP をそれぞれ $(k+1):1$ と $1:(k+1)$ に内分する点
② B′ と C′ が線分 AP をそれぞれ $1:(k+1)$ と $(k+1):1$ に内分する点
③ B′ と C′ が線分 AP をそれぞれ $k:1$ と $1:k$ に内分する点
④ B′ と C′ が線分 AP をそれぞれ $1:k$ と $k:1$ に内分する点
⑤ B′ と C′ がともに線分 AP を $k:1$ に内分する点
⑥ B′ と C′ がともに線分 AP を $k:1$ に内分する点

$\boxed{シ}$ の解答群

⓪ △PAB と △PAC がともに正三角形
① △PAB と △PAC がそれぞれ ∠PBA＝90°，∠PCA＝90° を満たす直角二等辺三角形
② △PAB と △PAC がそれぞれ BP＝BA，CP＝CA を満たす二等辺三角形
③ △PAB と △PAC が 合同
④ AP＝BC

正答率(%)	ア～エ	オ	カ	キ	ク
愛媛県	93.6	82.1	87.1	76.4	25.1
全国	94.0	82.0	83.7	74.1	27.2
差	−0.4	0.1	3.4	2.3	−2.1

正答率(%)	ケ	コ	サ	シ
愛媛県	43.8	51.3	15.8	35.2
全国	44.6	51.1	16.4	33.8
差	−0.8	0.2	−0.6	1.4

【考察】

この設問は全国平均とほぼ同等であった。前半の基本的な問題は正答率が高く，ベクトルに関しても基本を理解できている受験生が多いと言える。

内積計算が主体であるが，成立するベクトル方程式を選択する問題が多く，文章を読むのが大変であったため，最後の「サ」，「シ」までたどり着けなかった受験生が多かったと思われる。文章を読む力や情報を読み取る力が必要であり，過去問等で長文の問題に慣れておく必要がある。

4　おわりに

令和５年度の共通テストの問題を分析した結果，次のものが必要であると感じた。

(1)　基礎・基本

やはり，基礎・基本が定着していないと厳しいと感じた。令和５年度の問題は難しい問題もあるが，基礎・基本ができている受験生はある程度の点数が取れるように配慮されていたと思う。当たり前の事かもしれないが，安定した点数を取るために，教科書レベルの問題・公式は確実にできるように演習しておく必要がある。また，「計算をしっかり行う（最後まで計算をやり切る）」，「図やグラフを正確にかいて考える」などの地道な練習を積んでおくことが得点につながると思う。

(2)　読解力

センター試験の時と比べると，圧倒的に文章量が多い。加えてベクトルの問題のように，選択する問題がかなり増えており，正しい答を選ぶのにも時間がかかる。実際，今回の分析結果でも問題文が長く，問題の読み取りや設定の理解に苦労した問題の正答率の低さが目立った。過去問等で練習をしっかりしておくことが必要である。

(3)　思考力

バスケットボールや複利計算の問題からも分かるように，題材が多様化しており，初見の問題に出会う可能性がかなり高い。定義や定理の意味を深く理解しているかを問う問題，日常生活の事象に数学を応用する問題，他者の複数の考えを理解して問題解決の方法を考える問題，会話形式問題など，「共通テストらしい問題」に対応できる思考力を身に付ける必要がある。そのためには，解法の暗記に頼るのではなく，公式や解法の原理を理解するように心掛けて学習していくことや「なぜそうなるのか」という意識を持って学習することが思考力の育成につながると思う。

全体的に思考力や読解力が必要となる問題で正答率が低かったように感じた。共通テストで求められる力を育成していくためにも，まずは私自身がしっかり研究を行い，授業に生かせるようにしていきたい。

5　参考文献

・　令和５年度大学入学共通テスト
（独立行政法人大学入試センター）