高知工科大学入試問題（数学）の研究

愛媛県立新居浜東高等学校　　藤田　祥夫

１　はじめに

本年度、コンピュータ研究部の発展的解散により、大学入試研究部へ配属され、研究内容の選定に大変困惑した。本校では、推薦入試を利用した生徒が多く、年々数学を使っての進学がほとんどいないのが現状である。本校生徒の進学が多い大学の入試問題の研究を行い、今後の役に立てたらと考え、高知工科大学の入試問題の研究を行う。

２　出題の傾向

前期日程（Ａ方式・Ｂ方式）のシステム工学群・環境理工学群・情報学群の出題範囲は、数学Ⅰ・Ⅱ・Ⅲ・Ａ・Ｂ・Ｃとなっている。次の表に前期、システム工学群・環境工学群・情報学群の出題分野を示す。ただし、表のⅠ、Ⅱ、Ⅲ、Ⅳは、問題番号を表す。

	内　　容	2010	2011	2012	2013
数学Ⅰ・A	方程式と不等式			Ⅰ	Ⅱ
	２次関数		Ⅰ		
	図形と計量	Ⅰ			
	平面図形				
	集合と論理				
	順列と組合せ				
	確率				
数学Ⅱ・B	式と証明				Ⅰ
	複素数と方程式			Ⅰ	Ⅰ
	図形と式				Ⅰ
	三角関数	Ⅰ			
	指数関数と対数関数		Ⅲ		
	微分法と積分法	Ⅱ			
	数列	Ⅲ Ⅳ		Ⅱ	
	ベクトル		Ⅱ	Ⅰ	Ⅰ
数学Ⅲ	関数				
	極限	Ⅲ			
	微分法とその応用	Ⅲ	Ⅲ Ⅳ	Ⅰ Ⅲ Ⅳ	Ⅲ Ⅳ
	積分法とその応用	Ⅲ	Ⅲ Ⅳ		Ⅳ
数学C	行列とその応用				
	式と曲線				

2012年の入試から大問１が小問４題に変わり、幅広い分野から出題できるように考慮されている。数学Ⅲでは、「微分法とその応用」「積分法とその応用」の分野から出題される傾向が高い。前期日程の数学の試験では、数学Ｃの分野から過去４年間問題が出題されていない。

後期日程（Ａ方式・Ｂ方式）のシステム工学群・環境理工学群・情報学群の出題範囲は、数学Ⅰ・Ⅱ・Ⅲ・Ａ・Ｂ・Ｃとなっている。次の表に後期、システム工学群・環境工学群・情報学群の出題分野を示す。ただし、表のⅠ、Ⅱ、Ⅲ、Ⅳは、問題番号を表す。

	内　　容	2010	2011	2012	2013
数学Ⅰ・A	方程式と不等式				
	２次関数			Ⅰ	
	図形と計量	Ⅰ			
	平面図形			Ⅲ	
	集合と論理				
	順列と組合せ				Ⅰ
	確率				
数学Ⅱ・B	式と証明				
	複素数と方程式				
	図形と式	Ⅰ Ⅱ	Ⅰ		
	三角関数				
	指数関数と対数関数			Ⅰ	Ⅰ
	微分法と積分法		Ⅱ		Ⅲ
	数列		Ⅳ	Ⅲ	
	ベクトル			Ⅱ	
数学Ⅲ	関数				
	極限			Ⅲ	Ⅰ
	微分法とその応用		Ⅲ	Ⅰ Ⅳ	
	積分法とその応用	Ⅲ		Ⅰ Ⅳ	Ⅰ
数学C	行列とその応用	Ⅳ	Ⅳ	Ⅰ	Ⅳ
	式と曲線				

後期日程でも、2012年の入試から大問１が小問４題に変わり、幅広い分野から出題できるように考慮されている。後期試験では、数学Ｃからの問題が出題されており、「行列とその応用」の分野から４年間問題が出題されている。また、「式と曲線」の分野から過去４年間問題が出題されていない。

3　問題分析

2013 年高知工科大学前期試験の問題を、数学Ⅲ・Ｃを受講した生徒（12 名）に解かせ分析を行った。問題ごとに（ア）出題のねらい(イ)本校生徒の自己評価（ウ）本校生徒の講評の順番で報告する。生徒の自己評価は、Ａ：簡単、Ｂ：普通、Ｃ：難しい、Ｄ：全く分からないである。自己評価は問題を解いた後に問題用紙に記入させた。

Ⅰ　次の各問に答えよ。

(1)　方程式 $x^2-mx+m+2=0$ の解の１つが他の解の２倍であり、２つの解の差の絶対値が１より小さいとき、定数 m の値を求めよ。

(2)　$x>0, y>0$ とする。$xy=3$ のとき、$x+12y$ の最小値とそのときの x, y の値を求めよ。

(3)　座標空間の３点 A(3, −1, 4), B(−2, 3, 5), C(1, 2, 3) に対し、∠ABC の大きさを求めよ。

(4)　座標平面上に点 P(−1, 2) と Pを通らない直線 $l : y=mx$ がある。直線 l に関しPと対称な点をQとするとき、Qの座標を m を用いて表せ。

（ア）出題のねらい

数学の広い範囲にわたる基本的な理解を確かめる問題である。

(1)　２次方程式の解と係数の関係
(2)　式の計算、相加平均と相乗平均の関係
(3)　余弦定理またはベクトルの大きさと角の関係
(4)　平面図形の性質、文字式の計算

（イ）本校生徒の自己評価

	A	B	C	D
(1)	3	0	8	1
(2)	0	2	7	3
(3)	1	2	4	5
(4)	1	1	4	6

（ウ）　(1)の問題で、自己評価がＣとなっている者は、判別式を使い問題を解こうとしていた。 (2)の問題では、相加相乗平均の考え方が出ずに、２次関数の問題としてとらえている生徒が多かった。(3)では、公式はかけているが、空間での内積の求め方が間違っている生徒が多かった。(4)では、Ｃの自己評価をしている生徒が多くいた。直線ｌと直線ＰＱが垂直であること、線分ＰＱの中点が直線ｌ上にあることの２つの条件までは分かっているが、正解まで至らなかった。

Ⅱ　次の各問に答えよ。

(1)　$a>b>0$ のとき、

$$\sqrt{a+b+2\sqrt{ab}}=\sqrt{a}+\sqrt{b},$$
$$\sqrt{a+b-2\sqrt{ab}}=\sqrt{a}-\sqrt{b}$$

が成り立つことを証明せよ。

(2)　不等式 $-x^2<\dfrac{\sqrt{3}}{8}-x<x^2$ を解け。

(3)　不等式 $\left|\dfrac{\sqrt{3}}{8}-\dfrac{1}{n}\right|<\dfrac{1}{n^2}$ を満たす自然数 n の最大値を求めよ。

２重根号のはずしかた、不等式、絶対値に関する理解力を確かめるための問題である。

(1)　目的に応じた式変形の能力
(2)　２次不等式の解法
(3)　絶対値のはずしかた、２次不等式の解法、無理数の近似計算

（イ）本校生徒の自己評価

	A	B	C	D
(1)	4	5	2	1
(2)	1	5	2	4
(3)	1	1	7	3

（ウ）　(1)の問題では、自己評価をＡとする生徒が多かった。しかし、下の誤答のように両辺を２乗する生徒が多く見られた。高知工科大学から頂いた入試ガイドに書かれていたが、本校生徒と同じように両辺を２乗して左辺と右辺が等しいとする生徒が多かったようである。 (2)では、(1)で証明した結果を利用できない生徒が多かった。問題は、(1) (2) (3)と順を追って解ける形式になっており、本校では、１名のみが全問正解であった。

証明

$$\sqrt{a+b+2\sqrt{ab}}=\sqrt{a}+\sqrt{b}\ \cdots①$$

両辺を２乗して

$$a+b+2\sqrt{ab}=a+b+2\sqrt{ab}$$

よって、①が成り立つ。

証明終

誤答例

Ⅲ　自然対数の底 e を、$e=\lim_{h\to 0}(1+h)^{\frac{1}{h}}$ により定義する。

次の各問に答えよ。

(1)　$\lim_{h\to 0}\dfrac{\log_e(1+h)}{h}=1$ を示せ。

(2)　関数 $f(x)=\log_e x$ の導関数の定義に従って求めよ。

(3)　関数 $y=e^x$ の導関数を逆関数の導関数の公式と(2)を用いて求めよ。

（ア）　出題のねらい

微分法の基礎に関する理解度を確かめるための問題である。

(1)　導関数の性質、極限の計算
(2)　導関数の定義、対数関数の性質、極限の計算
(3)　逆関数の導関数の公式に関する基本的な理解

（イ）本校生徒の自己評価

	A	B	C	D
(1)	1	4	3	4
(2)	0	2	5	4
(3)	0	1	6	5

（ウ）　全体的に正答率が低かった。(2)の問題では、微分はできるが、定義に従っての微分ができない生徒が見られた。(3)の問題では、逆関数の定義を覚えていない生徒がほとんどであった。解説をしたら、ほとんどの生徒が理解をしていた。

Ⅳ　$0\leqq\theta<\dfrac{\pi}{2}$ とする。Oを原点とする座標平面上に点N$(0,1)$と点P$(\cos\theta,\sin\theta)$をとる。2点N、Pを通る直線と x 軸との交点をQ、2点O、Pを通る直線と直線 $x=1$ との交点をRとする。線分OQの長さを $f(\theta)$、線分ORの長さを $g(\theta)$ とするとき、次の各問に答えよ。

(1)　$f(\theta)$、$g(\theta)$ を θ で表せ。

(2)　$h(\theta)=\log_e f(\theta)$ とする。導関数 $h'(\theta)$ を求めよ。

(3)　次の定積分の値を求めよ。

(i)　$\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{3}} g(\theta)\,d\theta$

(ii)　$\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{3}} h(\theta)\,g(\theta)\,d\theta$

(iii)　$\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{3}} f(\theta)\,g(\theta)\,d\theta$

（ア）　出題のねらい

三角関数を用いて定義された関数の微分積分に関する理解度を確かめるための問題である。

(1)　平面図形、特に直線と円に関する基本的な性質
(2)　対数関数、三角関数の微分法に関する基本的な理解
(3)　三角関数の積分法に関する基本的な理解

（イ）本校生徒の自己評価

	A	B	C	D
(1)	1	1	7	3
(2)	1	1	5	5
(3)	0	1	2	9

（ウ）　全体的に正答率が低かった。(3)まで到達できた生徒は１人であった。

4　まとめ

高知工科大学の前期日程では、「微分法とその応用「積分法とその応用」を中心として、幅広い分野から出題されている。ただし、数学Ｃの分野は過去４年間出題されていなかった。後期日程では、数学Ｃの「行列とその応用」、数学Ⅲと数学Ⅱの微分・積分の分野から毎年出題されている。また、証明問題の出題率も高いので、証明問題を繰り返し練習しておく必要がある。基礎・基本を中心とした問題が出題されており、しっかりと対策を立てて挑めば十分な得点が得られると考えられる。

高知工科大学が発行している入試ガイドでは、「○○の値を求めよ。」という問題も証明問題の一種であると考えなければならないと書かれている。本校生徒の答案は、数式だけが並んでいる答案であり、筆記試験での指導が必要であることが分かった。

5　最後に

当初は、問題の採点基準などを調べようと、高知工科大学の入試担当の方に、入試の採点基準等を聞きたいと電話をしたが、入試問題の機密性から説明することができないと返事をいただいた。高知工科の入試担当の方には、無理なお願いをし、平成 26 年度入試ガイドを本校に送っていただきました。お気づかいに大変感謝しています。

参考文献

・2014 年度版　大学入試シリーズ　No. 140
　高知工科大学　　数学社
・平成 26 年度　入試ガイド　高知工科大学
　公立大学法人高知工科大学入試・広報部