日常の中の数学を利用した課題学習の研究

愛媛県立新居浜西高等学校　　越智　功真

1　はじめに

私は今年度より本校に赴任し，１年生の数学Ⅰと数学Ａを担当している。本校の生徒の中には数学が得意な生徒もいれば，そうでない生徒もいる。指導を続けていく中で，数か月のうちに習熟度の差が大きくなってきた。数学離れが懸念され，少しでも数学に興味を持ってもらおうと思い，「日常の中の数学を見つけよう」という課題を出してみた。すると，多くの生徒が日常の中から興味深い数学を見つけてきた。中には，現在の学習内容では理解しにくい内容もあり，生徒たちが学習している内容で，多くの生徒が興味を持つであろう「モンティ・ホール問題」を取り上げた。

2　モンティ・ホール問題とは

モンティ・ホール問題の名前は，アメリカのゲームショーに由来する。そのゲームの司会者がモンティ・ホールである。その問題は，教科書や参考書にも載っており，アメリカのゲームショーで出題された問題とは少し表現が変えられている。

３つあるドアの１つだけに賞品が隠されています（残りのドアははずれ）。 挑戦者であるあなたは，３つのドアのうち１つを開けて，賞品があればもらうことができます。 まず，あなたはドアを１つ選択します。そして，どのドアに賞品があるかを把握している司会者は残った２つのドアのうち，はずれのドアを１つ開けます。 ここで，はずれのドアを開けた司会者はあなたに尋ねます。 「賞品がもらえる確率を上げるために，開けるドアを変更しますか？変更しませんか？」

世界最高のＩＱの持ち主としてギネスに認定されたことのあるマリリン･ボス･サヴァントが「マリリンにおまかせ」で読者投稿による質問に「正解は『ドアを変更する』である。なぜなら，ドアを変更した場合には景品を当てる確率が２倍になるからだ」と回答した。そうすると，数学者を含む多くの人から間違っていると指摘された。

3　実践内容

担当している１年生３クラスで授業をした。まず最初に開けるドアを変更するかどうかの質問に対して，「変更しない」と答えた生徒が 57 %，「変更する」と答えた生徒が 43 % いた。「変更しない」と答えた生徒の多くが，変更しても当たる確率は変わらないと考えていた。「変更しない」と答える生徒がもう少し多いと予想していたが，「変更する」と答えた生徒の多くは，変更したときの賞品を獲得できる確率を $\frac{1}{2}$ としているなど，事象を的確に捉えることができていなかった。そのような生徒も含めて，この問題を理解できていない生徒は 85 % もいた。また，残りの 15 %の「変更する」と答えた生徒の中には，この問題を知っていた生徒もいた。

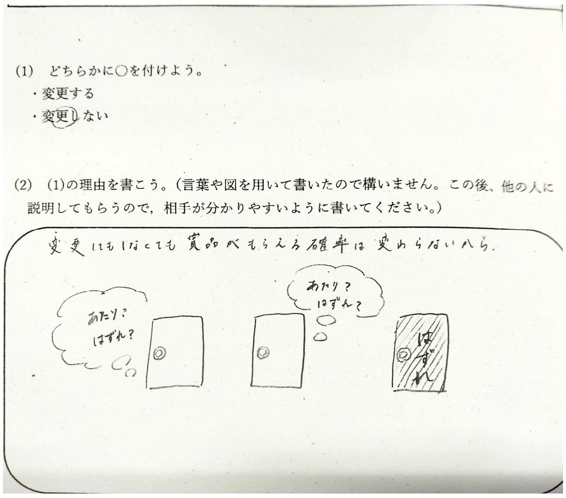

図１　生徒のワークシート

次に，班の中でそれぞれの考えを説明させた。そのときに考え方が合っている生徒の説明を聞いても，多くの生徒が納得できていない様子であった。そこで，数研出版の「数学Ａ」の教科書に付いているＩＣＴ教材で，ドアを「変更する」ときと「変更しない」ときに賞品が当たる回数をそれぞれ調べさせた。全ての班が「変更する」ときの確率が「変更しない」ときの確率より高くなった。また，いくつかの班で「変更する」ときの確率が「変更しない」ときの確率の約２倍になっていた。

図２　生徒が使用したＩＣＴ教材

最後に計算を用いて調べてみた。誘導無しで計算

するのは難しい内容なので，解答の導入を提示した。

3つのドアをそれぞれA，B，Cとする。
挑戦者が最初にAを選んだとする。
ドアAに賞品が隠れているという事象を A とすると，$P(A)=\frac{1}{3}$
ドアBに賞品が隠れているという事象を B とすると，$P(B)=\frac{1}{3}$
ドアCに賞品が隠れているという事象を C とすると，$P(C)=\frac{1}{3}$
司会者がドアCを開ける事象を Z とする。
司会者がドアCを開けたという条件で
Aに賞品が隠れている確率 $P_Z(A)=\frac{P(Z\cap A)}{P(Z)}=\frac{P(A\cap Z)}{P(Z)}$
Bに賞品が隠れている確率 $P_Z(B)=\frac{P(Z\cap B)}{P(Z)}=\frac{P(B\cap Z)}{P(Z)}$
を考える。
$P(A\cap Z)$，$P(B\cap Z)$，$P(Z)$ を求めたらよい。

図３　解答の導入

ここまでのヒントを与えると，各班に１人程度解き始める生徒が出始め，班で教え合いながら進めることができた。少し時間を置き，$P_A(Z)$ や $P_B(Z)$ を考えさせ，$P_A(Z)$ や $P_B(Z)$ の計算から $P(A\cap Z)$ や $P(B\cap Z)$ が求められることに気付かせると，多くの生徒が解き始めることができた。班で話し合いながら解くことで，理解できていなかった生徒が理解できるようになるだけでなく，教える側の生徒の理解も深まるなど，お互いに良い影響を与え合っているようであった。

$P_Z(A)=\frac{1}{3}$，$P_Z(B)=\frac{2}{3}$ の結果から，ドアを「変更する」ときの確率は，「変更しない」ときの確率の２倍になることがわかった。多くの生徒が直観による予想と実際の計算結果が異なったことにより，驚いていた様子だった。

４　研究の成果と課題

生徒から次のような感想が出た。

・変更するのとしないのでは，確率が２倍も違うということに驚いた。
・様々な見方で問題を見ることが大切だと実感した。
・考え方を変えてみることで問題がわかりやすくなった。

モンティ・ホール問題を考えることで，問題を多面的に見ることが大切であると理解できたようである。

・コンピュータで出た確率と計算結果が一致していて，とても面白かった。
・結果がわかった瞬間とてもすっきりしたし楽しかった。
・班のみんなと話し合いながら解くことで，難しい問題も解くことができて楽しかった。
・日常生活の中に数学が潜んでいることを改めて実感した。

言語活動を通して問題を理解していく経験ができたので，今後のグループ活動などにも良い影響が出ると考えられる。また，数学が日常生活と結びつかない生徒が多いので，今回の授業を通して，日常生活には数学が潜んでおり，その多くに気付けていないだけであることがわかったと思う。

ゲーム感覚で楽しんで取り組んでいる生徒が多かったが，自力で解くことが難しい内容だったので，生徒たちだけで解決させることができなかった。内容の定着を図ることを目的とし，生徒たちだけで解決させるのであれば，入試問題を扱ってもよかったかもしれない。その中でも興味深い問題が，1976 年の早稲田大学の入試問題である。

５回に１回の割合で帽子を忘れるくせのあるＫ君が，正月にＡ，Ｂ，Ｃ３軒を順に年始回りをして家に帰ったとき，帽子を忘れてきたことに気がついた。２番目の家Ｂに忘れてきた確率を求めよ。

ベイズの定理が大学入試の題材に取り上げられることは当時はかなり珍しく，条件付き確率が入試で注目されるきっかけになったとも言われている。機会があれば授業で取り上げてみたい。

５　今後の取組

今回は担当している１年生に「日常の中の数学を見つけよう」という課題を出し，その中からテーマを選んだ。他の生徒が見つけた「日常の中の数学」ということもあり，興味を持って取り組んでくれた。出してくれた中には，今学習している内容では実施することができないものなどもあったので，今後学習が進み，実施していけそうな内容があれば取り組んでいきたい。また，自然界と数学の密接な関係を知ることで，日常の風景の中に数学を見出してくれるのではないかと思っている。例えば，ハチの巣の形とハニカム構造について知ると，なぜハチの巣の形が六角形なのか，自然界の不思議に触れることができる。そのような取組をしていくことで，数学に興味を持つ生徒が増えていくのではないかと考えられるので，様々な単元で実施していきたい。

《参考文献》

・「数学Ａ」（数研出版）
・「チャート式　基礎からの数学Ⅰ＋Ａ」（数研出版）
・冨島佑允（2019）「日常にひそむ　うつくしい数学」（朝日新聞出版）