中四国の国公立大学入試問題の研究
ー 総合型・学校推薦型選抜の問題から ー

愛媛県立今治南高等学校　登　誠治
愛媛県立宇和島南中等教育学校　黒田　利信

1　はじめに

中央教育審議会「高大接続教育の一体的改革」を指針とする制度によって，総合型選抜，学校推薦型選抜，一般選抜の三形態へ移行し，センター試験に代わる大学入学共通テストも3年目を迎える。2021年度の総合型選抜では，受験者数の減少により全般的に志願者減となっているものの，総合型の入学者比率は上昇しており，その重要性は増している。学校推薦型選抜では，完全指定校制の増加や自己推薦等が総合型へ移行したこともあり，推薦入試の現状はかなり様変わりしつつある。なお，推薦入学者の比率は国立大12.1%，公立大26.1%，私立大43.5%となっている。今年度入試での形態別の学校数は，総合型選抜，学校推薦型選抜の順に，国立大学82校中は64校(78.0%)，77校(93.9%)，公立大学94校中39校(41.5%)，93校中92校(98.9%)，公立短大12校中8校(66.7%)，11校(91.7%)となっている。※公立大学学校推薦型については，2023年度新設予定校を除く。

総合型選抜に関しては，国立大で新たに新規実施する大学はないが，公立大で山陽小野田市立山口東京理科大学が新規に実施する。公立短大は前年より1校増え8校となっている。ただし，学部による新規実施が相当数あるので注意が必要である。近年，後期日程廃止の傾向や，共テ併用型選抜の増加が目立っている。また，総合型選抜は，推薦型・一般選抜にない新しい人材発掘の理念と戦略を備えているため，岩手大の「先端理工学特別プログラム」、岡山大学の「ディスカバリー入試」など，独自のプログラムが組み込まれている。

学校推薦入試に関しては，総合型に比べて募集枠が大きく，そのほとんどが全学部的に学校推薦型を実施している。ただし，東京工業大，京都大，広島大，九州大は一部の学部でしか実施していない。全国立大で全く実施しないのは，北海道大，弘前大，東北大，東京芸術大，奈良教育大の5校，公立大では京都市芸大のみが実施しない。また，従来の推薦入試を総合型選抜へ組み変えるケースが本年度も学部・学科により若干見受けられるため，十分留意したい。選考方法でも共テ免除から共テ必須に移行するケースが増加傾向にある。数は少ないが，国公立大で新たに学校推薦型を実施するケースもあるので，新情報の収集には万全を期しておきたい。

以下，昨年度の中四国地方における総合型選抜問題，学校推薦型選抜問題の一部を取り上げてみる。

2　令和4年度　総合型選抜問題

●　広島大学　工学部　第二類（電気電子・システム情報系）
小論文問題　（抜粋）

問題2　以下の問いに答えよ。

(1)　数列とその極限に関する数学の問題を作成せよ。ただし，複数の小問から構成されていること。必要に応じて図を用いても良い。

(2)　(1)で作成した問題に対する模範解答を示せ。必要に応じて図を用いてもよい。

●　広島大学　情報科学部　情報科学科　小論文問題

［1］　以下の問いに答えよ。

(1)　$t=\sin x+\cos x$　$\left(0\leqq x\leqq\dfrac{\pi}{2}\right)$とおく。$t$のとりうる値の範囲を求めよ。

(2)　方程式 $\sin^3 x+\cos^3 x=1$　$\left(0\leqq x\leqq\dfrac{\pi}{2}\right)$を解け。

(3)　関数 $f(x)=\dfrac{(\sin x+\cos x)^2}{\sin x\cos x+2}$　$\left(0\leqq x\leqq\dfrac{\pi}{2}\right)$の最大値を2通りの方法によって求めよ。

［2］　以下の問いに答えよ。

$x,\ y,\ z,\ \alpha$を定数とする。漸化式

$$\begin{aligned} x_1&=x,\quad x_{n+1}=x_n+\alpha y_n+\alpha z_n\ ,\\ y_1&=y,\quad y_{n+1}=\alpha x_n+y_n+\alpha z_n\ ,\qquad (n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots\cdots)\\ z_1&=z,\quad z_{n+1}=\alpha x_n+\alpha y_n+z_n\ ,\end{aligned}$$

で表される数列$\{x_n\}$，$\{y_n\}$，$\{z_n\}$について考える。

(1)　数列$\{x_n+y_n+z_n\}$の一般項を求めよ。

(2)　数列$\{x_n-y_n\}$の一般項を求めよ。

(3)　数列$\{x_n\}$の一般項を求めよ。

(4)　すべての実数$x,\ y,\ z$とすべての自然数nに対し，$xx_n+yy_n+zz_n$が常に0以上となるためのαに関する必要十分条件を求めよ。

［3］　以下の問いに答えよ。

推論の1つに，幾つかの前提から規則に基づいて必然的に結論を導き出す演繹がある。例えば，

「$x=1$ ならば $x^2=1$ である。」，
「$x^2=1$ ならば $x^6=1$ である。」
ゆえに，「$x=1$ ならば $x^6=1$ である。」が相当する。

(1)　次の推論は演繹として正しくない。なぜ正しくないかを具体例をあげて説明せよ。

「a と b はいずれも5の倍数でない。」，
「5の倍数を2つ加えて得られる数は5の倍数である。」
ゆえに，「いずれも5の倍数ではない a と b を加えて得られる数は5の倍数ではない。」

(2)　次の推論が演繹として正しいか。理由を付けて答えよ。

あるクラスの児童に対して，給食のメニューを調査したところ，次の1～3が分かった。

1.　スパゲッティが好きな児童はハンバーグ，または，唐揚げが好きではなかった。
2.　唐揚げが好きではない児童はカレーライスが好きだった。
3.　スパゲッティが好きならカレーライスも好きとは限らなかった。

ゆえに，カレーライスもハンバーグもいずれも好きではないという児童がいる。

(3)　(2)で調査したクラスの児童数は40人で，唐揚げが好きな児童は20人，カレーライスが好きな児童も20人いたとする。

X: 唐揚げが好きなら1，好きでなければ0
Y: カレーライスが好きなら1，好きでなければ0としたときに，X と Y の相関係数を求めよ。

● 広島大学　教育学部　第二類（科学文化教育系）数理系コース　筆記試験問題

[I] 次の問いに答えよ。

(1) a を0以上の定数とする。x の方程式 $3^{2x}-a\cdot 3^{x}+a=0$ がただ一つの解をもつような定数 a の値を求めよ。

(2) n が自然数のとき，$\quad {}_{2n}C_n \geqq \dfrac{4^n}{2n}\quad$ を示せ。

(3) $0<\alpha<\beta<\dfrac{\pi}{2}$ のとき，次の不等式を証明せよ。

$$\frac{\tan\alpha+\tan\beta}{2}>\tan\frac{\alpha+\beta}{2}$$

(4) 正八角形の頂点のうち，4つを選んで作ることができる長方形について，縦と横の長さの比はどのような値を取りうるか決定せよ。

(5) 関数 $f(t)=\sin t-\dfrac{1}{2}\cos 2t$ に対して，媒介変数表示

$$x=f''(t)-f(t),\ \ y=f'(t)\ \ (0\leqq t\leqq \pi)$$

で表される曲線は，x 軸に関して対称であることを示せ。

[II] 0以上の整数 n に対して，

$$I_n=\int_0^1 x^{2n}\sin \pi x\,dx,\ \ J_n=\int_0^1 x^{2n+1}\cos \pi x\,dx$$

とする。次の問いに答えよ。

(1) I_0，J_0 を求めよ。

(2) 関係式 $I_n=\dfrac{1}{\pi}+\dfrac{2n}{\pi}J_{n-1}\ (n\geqq 1)$ が成り立つことを示せ。

(3) 関係式 $J_n=-\dfrac{2n+1}{\pi}I_n\ \ (n\geqq 0)$ が成り立つことを示せ。

(4) I_{n+1} を I_n を用いて表せ。

(5) 整数を係数とする n 次式 $P_n(x)$ を用いて

$$I_n=\frac{1}{\pi}P_n\left(\frac{1}{\pi^2}\right)\ (n\geqq 1)$$

と表せることを，数学的帰納法を用いて証明せよ。

[III] 次の問いに答えよ。

(1) 同一直線上にない3点A，B，Cは同一円周上にあるかどうかを調べよ。同一円周上にある場合はその証明を与え，そうでない場合は反例を挙げよ。

(2) どの3点も同一直線上にない4点A，B，C，Dについて，線分AB, CDの交点をPとする。PA・PB及びPC・PDの値は方べきとよばれる。方べきを用いて，この4点が同一円周上にあるための必要十分条件を述べよ。ただし，証明をする必要はない。

(3) 原点Oと異なる点Aがあり，半直線OA上に点Bがある。また，OA・OB=4とする。点Aが直線 $x=1$ 上を動くとき，点Bの軌跡を求め，図示せよ。

● 広島大学　理学部　数学科　筆記試験問題

[1] 以下の問いに答えよ。

(1) z を0でない複素数とし $\left|z-\dfrac{1}{z}\right|^2-\left||z|-\dfrac{1}{|z|}\right|^2=1$ が成り立つものとする。このとき，z の偏角 θ としてあり得る値をすべて求めよ。ただし，偏角 θ の範囲は $0\leqq\theta<2\pi$ とする。

(2) 袋に異なる10色のボールが一つずつ合計10個入っている。袋からボールを一つ取り出し，色を調べてから袋に戻す。これを5回繰り返すとき，取り出されたボールの色がちょうど3種類である確率を求めよ。

[2] 1辺の長さが1である正四面体OABCがある。
点X，Y，Zを $\overrightarrow{OX}=x\overrightarrow{OA}$，$\overrightarrow{OY}=y\overrightarrow{OB}$，$\overrightarrow{OZ}=z\overrightarrow{OC}$ となるように取る。ただし，x，y，z は0より大きく1未満の実数であるとする。以下の問いに答えよ。

(1) 三角形XYZが $\angle XYZ=90^\circ$ を満たす直角三角形であるとする。このとき，$z<y<x$ または $x<y<z$ が成り立つことを証明せよ。

(2) 三角形XYZが $\angle XYZ=90^\circ$ を満たす直角三角形であるとする。このとき，$y<\dfrac{1}{2}$ が成り立つことを証明せよ。

(3) 三角形XYZが直角二等辺三角形であることはあり得るか。あり得るならば x，y，z の値を一組求め，あり得ないならばそのことを証明せよ。

[3] 座標平面上の曲線 $C: y=e^x$ を考える。曲線 C に，点 $(1,\ 0)$ から引いた接線を ℓ_1 とする。以下の問いに答えよ。

(1) ℓ_1 の方程式を求めよ。

(2) h を $0<h<1$ を満たす実数とする。直線 ℓ_2 は曲線 C に接し，その傾きは ℓ_1 の傾きの h 倍であるとする。このとき，ℓ_2 の方程式を h を用いて表せ。

(3) ℓ_1 と(2)の ℓ_2 との交点Pの x 座標 b を h を用いて表せ。

(4) (3)で求めた b は，h の関数として $0<h<1$ の範囲で増加することを示せ。

(5) 原点Oと(3)の点Pを結ぶ線分OPを $(1-h):h$ に内分する点をQとし，その x 座標を $q(h)$ とする。定積分 $\displaystyle\int_{\frac{1}{2}}^{1} q(h)\,dh$ の値を求めよ。ただし，$q(1)=0$ とする。

[4] m を2以上の自然数とし，$\left|\cos\dfrac{n\pi}{m}\right|<\left|\sin\dfrac{n\pi}{m}\right|$ を満たす自然数 n を小さい方から順に n_1，n_2，n_3，… とする。以下の問いに答えよ。

(1) $n_4<m<n_5$ となる最小の m を求めよ。

(2) m を(1)の自然数とし，数列 $\{a_k\}$ を

$$a_k=\frac{n_{4k-3}}{m}+\frac{n_{4k-2}}{m}+\frac{n_{4k-1}}{m}+\frac{n_{4k}}{m}\ \ (k=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$$

で定める。このとき，$\{a_k\}$ は等差数列であることを示せ。

(3) m を(1)の自然数とし，数列 $\{S_N\}$ を

$$S_N=\sum_{k=1}^{4N}\frac{n_k}{m}\ (N=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$$

で定める。このとき，$S_N\geqq 32^{10}$ を満たす最小の自然数 N の桁数を求めよ。必要ならば，$\log_{10}2=0.3010\cdots$ を用いてよい。

[5] $0<a<b<c$ および $\dfrac{1}{ab}+\dfrac{1}{bc}+\dfrac{1}{ca}=\dfrac{1}{3}$ を満たす整数の組 $(a,\ b,\ c)$ をすべて求めよ。

● 広島大学　理学部　物理学科　筆記試験問題　（抜粋）

問１　関数 $f(x)=-x^3(x-2)$ について，以下の問いに答えよ。

(1)　関数 $f(x)$ のグラフを解答用紙の xy 平面に描け。x 軸との交点の x 座標も明記せよ。

(2)　関数 $f(x)$ のグラフと x 軸で囲まれた部分の面積を求めよ。導き方も示せ。

(3)　関数 $f(x)$ に２点で接する直線がある。二つの接点の x 座標を求めよ。導き方も示せ。

問２　以下の問いに答えよ。

(1)　数列 $\{a_n\}$ が，$a_1=1$，漸化式 $a_{n+1}=\frac{1}{3}a_n+1$ を満たすとき，$\{a_n\}$ の一般項を求めよ。導き方も示せ。

(2)　複素数 $z=1-i$ について，z^n が実数になるための正の整数 n の条件を求めよ。導き方も示せ。

(3)　$\lim_{x\to 0}\frac{\log_2(1+x)}{x}$ を求めよ。

(4)　負でない整数 x，y について，$\left(\frac{2}{5}\right)^x\left(\frac{3}{5}\right)^y 5^7$ が整数になる x，y の組み合わせの数を求めよ。導き方も示せ。

● 岡山大学　グローバル・ディスカバリー・プログラム
記述問題（理系）　（抜粋）

問１　次の連立方程式を解き x，y，z の値を求めよ。

$$\begin{cases} xy=12 \\ yz=20 \\ zx=15 \end{cases}$$

問２　$\sin x+\cos^2 x$　$(0\leqq x\leqq 2\pi)$ の最大値と最小値を求めよ。

問３　xy 平面上で，点 $(2,\ 0)$ を通り y 軸に接する円の中心の軌跡を求めよ。

問４　次のデータの平均，分散，標準偏差を求めよ。
データ (16, 26, 16, 26, 31)

● 高知大学　医学部　医学科　総合問題Ⅰ（抜粋）

Ⅰ　$\triangle$ABC において，$\angle$A は直角で，$\angle$B$<\angle$C とし，BC$=2$ とする。$\angle$B$=\theta$ とおくとき，次の問いに答えよ。

設問１　辺 AB，AC の長さを θ を用いて表せ。

設問２　$\triangle$ABC の面積 S を θ を用いて表せ。

設問３　$\triangle$ABC の内接円 O の半径 r を θ を用いて表せ。

設問４　辺 BC の垂直二等分線が，内接円 O と接するとき，θ と r の値を求めよ。

Ⅱ　次の問いに答えよ。

設問１　２つの実数 a，b がともに２より大きいための必要十分条件は，$ab-2(a+b)+4>0$ かつ $a+b>4$ であることを示せ。

設問２　定数 k に対して，
方程式 $(\log_2 x)^2-(k+2)\log_2 x-k+17=0$ を考える。

(1)　方程式が実数解 α，β をもつとき，
$\log_2(\alpha\beta)$ と $(\log_2\alpha)(\log_2\beta)$ を k を用いて表せ。

(2)　方程式が４より大きい異なる２つの実数解をもつような k の値の範囲を求めよ。

Ⅲ　放物線 $C: y=ax^2+bx+c$ $(a>0)$ を考える。２本の直線 $l_1: y=\frac{5}{2}x$ および $l_2: y=-\frac{1}{2}x$ は C に接するものとする。C と l_1 の接点を P，C と l_2 の接点を Q とする。以下の問いに答えよ。

設問１　α，β，γ $(\alpha\neq 0)$ を定数とするとき，２次方程式 $\alpha x^2+\beta x+\gamma=0$ が重解を持つための条件を求めよ。

設問２　b の値を求めよ。また，c を a を用いて表せ。

設問３　P，Q の x 座標を a を用いて表せ。

設問４　a の値にかかわらず C の頂点は直線 m 上にある。m の方程式を求めよ。

設問５　C と l_1，l_2 で囲まれた部分の面積を a を用いて表せ。

● 高知工科大学　システム工学群　学群適性検査

問１　平面上に異なる４点 O，A，B，C があり，
$\overrightarrow{\mathrm{OA}}+3\overrightarrow{\mathrm{AB}}+7\overrightarrow{\mathrm{BC}}=2\overrightarrow{\mathrm{OC}}$ が成り立っている。また，３点 O，A，B は同一直線上にないとする。

(1)　$\overrightarrow{\mathrm{OC}}$ を $\overrightarrow{\mathrm{OA}}$，$\overrightarrow{\mathrm{OB}}$ を用いて表せ。

(2)　直線 AB と直線 OC の交点を P とする。線分の長さの比の値 $\frac{\mathrm{OP}}{\mathrm{OC}}$，$\frac{\mathrm{AP}}{\mathrm{AB}}$ を求めよ。

(3)　$|\overrightarrow{\mathrm{OA}}|=2\sqrt{3}$，$|\overrightarrow{\mathrm{OB}}|=3$ とする。$\overrightarrow{\mathrm{OC}}\perp\overrightarrow{\mathrm{AB}}$ のとき，内積 $\overrightarrow{\mathrm{OA}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OB}}$ を求めよ。またこのとき，四角形 OACB の面積を求めよ。

問２　$0\leqq\theta\leqq\pi$ で定義された関数 $f(\theta)$ を
$f(\theta)=2\sin\theta\cos^3\theta-2\sin\theta\cos\theta-\cos^2\theta+3$ とする。
また，$t=\sin 2\theta+\cos 2\theta$ とおく。なお必要に応じて三角関数の加法定理　$\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta$，
および $\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta$ を用いてよい。

(1)　$0\leqq\theta\leqq\pi$ のとき，t の値の範囲を求めよ。

(2)　$f(\theta)$ を t を用いて表せ。

(3)　$f(\theta)$ の最大値，最小値とそのときの θ の値を求めよ。

問３　関数 $f(x)$ を $f(x)=\begin{cases} 2x^2+2x & (x\leqq 0) \\ x^2-2x & (x\geqq 0) \end{cases}$ とする。a を実数の定数とし，直線 $y=ax$ と曲線 $y=f(x)$ が原点 O とは異なる２点 P，Q で交わるとする。ただし，P，Q の x 座標をそれぞれ x_1，x_2 とおくと，$x_1<0<x_2$ が成り立つとする。

(1)　x_1，x_2 の値をそれぞれ a を用いて表せ。また，a のとり得る値の範囲を求めよ。

(2)　曲線 $y=f(x)$ と線分 OP で囲まれた部分の面積を S_1，
曲線 $y=f(x)$ と線分 OQ で囲まれた部分の面積を S_2 とおく。
S_1，S_2 をそれぞれ a を用いて表せ。

(3)　(2) で求めた S_1，S_2 に対して，$S(a)=S_1+S_2$ とおく。a が (1) で求めた範囲を変化するとき，$S(a)$ の最小値とそのときの a の値を求めよ。

● 高知工科大学　情報学群Ａ区分　学群適性検査

【数学①】

問１　関数 $f(x)$ を $f(x)=x^3-9x^2+15x+25$ とする。以下の文章中の空欄 $\boxed{\text{ア}}$ ～ $\boxed{\text{キ}}$，$\boxed{\text{コ}}$ にあてはまる数をそれぞ

れ答えなさい。また，空欄 $\boxed{\text{ク}}$・$\boxed{\text{ケ}}$ に入れるのに最も適当なものを解答群のうちから一つずつ選びなさい。

(1) 関数 $f(x)$ は $x=\boxed{\text{ア}}$ で極大値 $\boxed{\text{イ}}$ をとり，$x=\boxed{\text{ウ}}$ で極小値 $\boxed{\text{エ}}$ をとる。

(2) a を実数の定数とする。$a \leqq x \leqq a+2$ における関数 $f(x)$ の最小値が $\boxed{\text{エ}}$ となるような a の条件は $a=\boxed{\text{オ}}$ または $\boxed{\text{カ}} \leqq a \leqq \boxed{\text{キ}}$ である。

(3) $y=f(x)$ のグラフを C とする。点 $(p,\ f(p))$ で C に接する直線を ℓ とする。直線 ℓ の式は $y=\boxed{\text{ク}}x+\boxed{\text{ケ}}$ である。また，直線 ℓ が C 上の点 $(0,\ 25)$ を通るのは，$p=0$ または $p=\boxed{\text{コ}}$ のときである。

$\boxed{\text{ク}}$ の解答群

① p^2+6p+5　② p^2-6p+5

③ $3p^2+18p+15$　④ $3p^2-18p+15$

$\boxed{\text{ケ}}$ の解答群

① $2p^3-9p^2-25$　② $-2p^3+9p^2+25$

③ $-4p^3+27p^2-30p-25$　④ $4p^3-27p^2+30p+25$

【数学②】

問1　1辺の長さが1の正方形で，色が赤か白か青の3種類のタイルがある。これらのタイルを，縦の長さが1，横の長さが5の長方形の壁に過不足なく貼り合わせる。このときのタイルの貼り方の場合の数を考える。ただし，色の並びが同じものは同じ貼り方であるとする。空欄 $\boxed{\text{ア}}$ ～ $\boxed{\text{コ}}$ にあてはまる数をそれぞれ答えなさい。

(1) 5枚のタイルの貼り方は全部で $\boxed{\text{ア}}$ 通りある。

赤のタイルを3枚と白のタイルを2枚使った貼り方は全部で $\boxed{\text{イ}}$ 通りある。また，赤のタイルを2枚、白のタイルを2枚、青のタイルを1枚使った貼り方は全部で $\boxed{\text{ウ}}$ 通りある。

貼り合わせた5枚のタイルの色が赤と白の2種類（ただし，どちらかの色のみとなるものは考えない）になる貼り方は全部で $\boxed{\text{エ}}$ 通りある。貼り合わせた5枚のタイルの色がちょうど2種類になるような貼り方は全部で $\boxed{\text{オ}}$ 通りある。

貼り合わせた5枚のタイルの色が3種類になるような貼り方は全部で $\boxed{\text{カ}}$ 通りある。

(2) 同じ色のタイルが連続しないような貼り方を考える。

貼り合わせた5枚のタイルのうち，赤のタイルが左端の1枚だけになるような貼り方は全部で $\boxed{\text{キ}}$ 通りある。また，赤のタイルがちょうど1枚だけになるような貼り方は全部で $\boxed{\text{ク}}$ 通りある。左端が赤のタイルになるような貼り方は全部で $\boxed{\text{ケ}}$ 通りある。同じ色のタイルが連続しないような貼り方は全部で $\boxed{\text{コ}}$ 通りある。

● 高知工科大学　情報学群B区分　学群適性検査

【数学①】

問1　※A区分【数学①】問1と同じ

問2　次の各問に答えなさい。解答にあたっては，解答の過程も記述しなさい。

(1) 任意の実数 x に対して，$\sin^4 x=\sin^2 x-\dfrac{1}{4}\sin^2 2x$ ……① が成り立つことを証明しなさい。

(2) ①を利用して，$\displaystyle\sum_{k=1}^{n} 4^k \sin^4\frac{\pi}{2^k}=4^n\sin^2\frac{\pi}{2^n}$ であることを示しなさい。

(3) 無限級数 $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} 4^n \sin^4\frac{\pi}{2^n}$ が収束することを示し，その和を求めなさい。

問3　a は実数の定数とする。$x>0$ で定義された関数 $f(x)$ を $f(x)=\log x+\log(x+1)-\dfrac{3}{2}x+a$ とする。ただし，対数は自然対数である。次の各問に答えなさい。解答にあたっては，解答の過程も記述しなさい。

(1) 導関数 $f'(x)$ を求めなさい。

(2) 関数 $f(x)$ の増減を調べ，極値を求めなさい。

(3) 方程式 $f(x)=0$ が，$0<x<1$，$1<x<2$ の範囲でそれぞれ1つの解をもつような a の値の範囲を求めなさい。

【数学②】

問1　※A区分【数学②】問1と同じ

問2　n は自然数とする。次のような3種類のタイルがある。

タイル A：2辺の長さがともに1の正方形で赤色。

タイル B：2辺の長さがともに1の正方形で白色。

タイル C：2辺の長さが1と2の長方形で青色。

これら3種類のタイルを，縦の長さが1，横の長さが n の長方形の壁に過不足なく貼り合わせる。そのときのタイルの貼り方の総数を a_n とする。ただし，色の並びが同じものは同じ貼り方であるとする。

(1) a_1 と a_2 をそれぞれ求めなさい。

(2) $n \geqq 3$ のとき，a_n を a_{n-1} と a_{n-2} を用いた式で表しなさい。また，なぜその式が成り立つのかを説明しなさい。

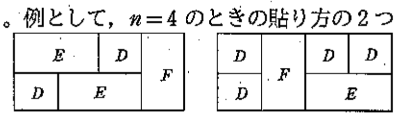
問3　n は自然数とする。次のような3種類のタイルがある。

タイル D：2辺の長さがともに1の正方形で赤色。

タイル E：2辺の長さが1と2の長方形で白色。

タイル F：2辺の長さが2と1の長方形で青色。

これら3種類のタイルを，縦の長さが2，横の長さが n の長方形の壁に過不足なく貼り合わせる。ただし，タイル E は横の長さが2となる向きで貼り、タイル F は縦の長さが2となる向きで貼る。例として，$n=4$ のときの貼り方の2つを以下に示す。



縦の長さが2，横の長さが n の長方形の壁に過不足なく貼り合わせるタイルの貼り方の総数を b_n とする。ただし，色の並びが同じものは同じ貼り方であるとする。

(1) b_1 と b_2 をそれぞれ求めなさい。

(2) b_5 を求めなさい。解答の過程も記述しなさい。

● 高知工科大学　経済・マネジメント学群　学群適性検査

Ⅰ　次の各問に答えよ。なお，解答用紙の所定欄に答のみを記入すること。

(1) 不等式 $|x-1|<\frac{1}{2}x+3$ を解け。

(2) 2次関数 $y=x^2-2ax+5$ のグラフが x 軸と接するとき，定数 a の値を求めよ。

(3) 次のデータについて，平均値と中央値の差の絶対値を求めよ。

2，3，3，5，7，13

(4) 10個の数字0，1，2，3，4，5，6，7，8，9を使って3けたの整数を作る。3けたの整数のうち，各けたの数字が異なるような奇数の個数を求めよ。

(5) 赤玉5個と白玉4個が入った袋から同時に3個の玉を取り出すとき，少なくとも1個は白玉を取り出す確率を求めよ。

(6) $x^3-3x^2-4x+12$ を因数分解せよ。

(7) $0\leqq\theta<\frac{\pi}{2}$，$\sin\theta\cos\theta=\frac{1}{8}$ のとき，$\sin\theta+\cos\theta$ の値を求めよ。

(8) 方程式 $\log_2(x+4)+\log_2(5-x)=\log_2(8-3x)$ を解け。

(9) 関数 $y=x^3-3x^2-9x+1$ $(-2\leqq x\leqq 2)$ の最大値を求めよ。

(10) 放物線 $y=x^2-2x$ と x 軸で囲まれた部分の面積と，放物線 $y=x^2-2x$ と x 軸，および直線 $x=3$ で囲まれた部分の面積の和を求めよ。

(11) ベクトル $\vec{a}=(3,\ -4)$ に垂直な単位ベクトルで，x 成分が正のものを求めよ。

(12) $\frac{1}{1\cdot 2}+\frac{1}{2\cdot 3}+\frac{1}{3\cdot 4}+\cdots+\frac{1}{2021\cdot 2022}$ を求めよ。

$\boxed{\text{Ⅲ}}$ 次の先生と生徒との会話を読み，後の問に答えよ。

先生　今日は面白い問題を用意してきたので，一緒に考えてみよう。図1を見てごらん。1辺の長さが1の小さな正方形（これを小正方形と呼ぶことにする）を縦に3個，横に4個並べて，長方形を作るよ。そして，対角線を1本引く。このとき，対角線と交わる小正方形の個数を求めたいんだ。

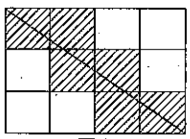


図1

生徒　へー。そんなこと，考えたこともなかったです。やってみます。図1で，斜線を引いてある小正方形の個数を数えればいいんですね。全部で $\boxed{（ア）}$ 個です！

先生　正解。ただし，そのやり方だと，長方形が大きくなったときに，個数を数えるのが大変だと思わない？そこで，もう少し上手な方法を考えてみようよ。

生徒　何だか難しそうで，心配です…。

先生　まあ，そう言わずにやってみようよ。図1の対角線は，小正方形を縦に3個，横に4個並べてできる長方形の内部にある縦の線と，何回交わるかな？

生徒　それは，$\boxed{（イ）}$ 回ですね？

先生　その通り。じゃ，図1の対角線は，小正方形を縦に3個，横に4個並べてできる長方形の内部にある横の線と，何回交わるかな？

生徒　それは，$\boxed{（ウ）}$ 回です。

先生　その通り。ということは，この対角線は，小正方形の辺（ただし頂点は除く）と，全部で $\boxed{（エ）}$ 回，交わるということだ。こう考えると，わざわざ斜線を引いてある小正方形の個数を一つ一つ数えなくても，その個数を求められるよね？

生徒　えーっと…。（10秒の沈黙。）あ，そうか！分かった分かった！

先生　さすがだね。それじゃ，少し数字を変えた問題を出そう。小正方形を縦に4個，横に5個並べて，長方形を作る。そして，1本の対角線を引く。このとき，対角線と交わる小正方形の個数を求めてごらん。

生徒　私はもう，いちいち図をかいて数えたりしません！答えは $\boxed{（オ）}$ 個です！

先生　正解。じゃあ，小正方形を縦に100個，横に101個並べて，長方形を作った場合，1本の対角線と交わる小正方形の個数は？

生徒　$\boxed{（カ）}$ 個です！

先生　大正解。もう完全にこの問題をマスターしたね。

生徒　ありがとうございます。ただ，この問題を考えていて，少し気になったんですが，もし1本の対角線が小正方形の頂点を通過することがあると，この考え方は使えないのではないですか？

先生　良いところに気が付いたね。じゃあ，試しに小正方形を縦に6個，横に8個並べてできる長方形を考えてみようか。ただしこれからは，対角線との共有点が頂点のみであるような小正方形は数えないものとするよ。

生徒　えーっと，小正方形を縦に6個，横に8個並べてできる長方形ということは，さっき考えた，小正方形を縦に3個，横に4個並べてできる長方形を縦に $\boxed{（キ）}$ 個，横に $\boxed{（キ）}$ 個，張り合わせているということですよね。（10秒の沈黙。）そうか，分かった分かった！ということは，1本の対角線と交わる小正方形の個数は $\boxed{（ク）}$ 個になります！

先生　大正解。じゃあ，小正方形を縦に9個，横に12個並べてできる長方形の場合，1本の対角線と交わる小さな正方形の個数は？

生徒　はい，$\boxed{（ケ）}$ 個です！

先生　OK。それじゃあ，最後に，ちょっと高度な問題を出すよ。来年度は2022年度になることに因んで，小正方形を縦に2022個，横に600個並べてできる長方形を考えてみよう。1本の対角線と交わる小正方形の個数は？

生徒　えー，先生，それはさすがに私には難しすぎます…。

先生　そんなに心配することはないよ。まず，2022と600の最大公約数はいくつかな。

生徒　（30秒，計算する。）分かりました。$\boxed{（コ）}$ ですね。（10秒の沈黙。）あ，分かった！この大きな長方形は，小正方形を縦に $\boxed{（サ）}$ 個，横に $\boxed{（シ）}$ 個並べてできる長方形を縦に $\boxed{（コ）}$ 個，横に $\boxed{（コ）}$ 個，張り合わせているということですよね！ということは，1本の対角線と交わる小正方形の個数は $\boxed{（ス）}$ 個になります！

先生　その通り。そろそろ，君自身が公式を作る準備が整ったみたいだ。k，a，b を自然数として，a，b は互いに素であるとしよう。分かっていると思うけど，互いに素とは，a，b の最大公約数が1ということだ。このとき，小正方形を縦に ka 個，横に kb 個並べてできる長方形の1本の対角線と交わる小正方形の個数は，いくつになるかな？

生徒　出来そうな気がします。ちょっと時間をください。

（数分間，計算する。）求まりました！ $\boxed{（セ）}$ 個です！

先生　大正解！

生徒　ありがとうございます！最初に先生がおっしゃった通り，本当に面白い問題でした！

[設問]

(1) 空欄 $\boxed{（ア）}$ ～ $\boxed{（セ）}$ に入る数や式を解答用紙に書け。答えのみでよい。

(2) 座標平面上の放物線 C を以下で定義する。

$C: y=\dfrac{1}{15}x(30-x)\quad(0\leqq x\leqq 30)$

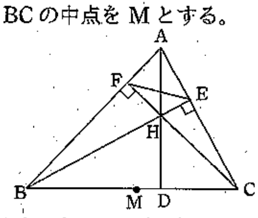
C によって二つの領域に分割されるような小正方形はいくつあるか。ただし小正方形とは，x，y 座標がともに整数であるような頂点と，長さが1の辺とで構成される正方形の，周および内部であるとする。

Ⅲ 次の定理とその証明を読み，後の問に答えよ。

△ABC の各頂点から対辺またはその延長上に垂線を下ろすと，3本の垂線は1点で交わる。

[証明]　(ア) △ABC が直角三角形のとき，3本の垂線は1点で交わる。したがって，以下では △ABC は鋭角三角形または鈍角三角形であるとしてよい。頂点 B から直線 AC に下ろした垂線と直線 AC の交点を E，頂点 C から直線 AB の下ろした垂線と直線 AB の交点を F とし，直線 BE と直線 CF の交点を H とおく。このとき，直線 AH と直線 BC が垂直に交わることを示せばよい。直線 AH と直線 BC の交点を D とし，辺 BC の中点を M とする。

(i)　△ABC が鋭角三角形のとき



上の図より ∠AEH＝∠AFH＝90° である。したがって，四角形 AFHE は円に内接する。なぜなら，一般に $\boxed{（イ）}$ からである。よって，∠EAH＝∠EFC である。なぜなら，一般に円上に弧 PQ があるとき，$\boxed{（ウ）}$ からである。

次に，∠BFC＝∠BEC＝90° であるから，△BFC と △BEC はともに M を中心とする半径 BM の円に内接する。よって四角形 BCEF もこの円に内接するので，∠EFC＝∠CBE である。以上より，△ACD と △BCE において

$\begin{cases} \angle C\ \text{は共通} \\ \angle CAD=\angle EAH=\angle EFC=\angle CBE \end{cases}$

が成り立つ。したがって，$\boxed{（エ）}$。よって，△ACD と △BCE は相似である。

とくに，∠ADC＝∠BEC＝90° である。つまり，直線 AH と直線 BC は垂直に交わる。

(ii)　△ABC が鈍角三角形のとき

(i)と同様にして，(オ) 直線 AH と直線 BC は垂直に交わることがわかる。

[設問]

(1) 下線部（ア）について。このことを証明せよ。

(2) 空欄 $\boxed{（イ）}$ に入る性質を述べよ。ただし，円周角という言葉を用いてはならない。

(3) 空欄 $\boxed{（ウ）}$ に入る適切な性質をかけ。ただし，円周角という言葉を用いてはならない。

(4) 空欄 $\boxed{（エ）}$ に入る相似条件をかけ。

(5) 下線部（オ）について。このことを証明せよ。

3　令和4年度　学校推薦型選抜問題

● 山口大学　教育学部　学校教育教員養成課程
教科教育コース数学教育選修　小論文

1．すべての実数 x に対して，次の不等式が成り立つことを説明しなさい。ただし，e は自然対数の底とする。

$$e^x\geqq 1+x$$

2．以下は2次不等式に関する問題と，それに対する生徒 A と生徒 B の解答である。ただし，どちらの解答も誤りを含んでいる。以下に続く問いに答えなさい。

問題

$0\leqq x\leqq 5$ を満たす実数 x に対して，つねに $x^2-2ax+a+2>0$ が成り立つような定数 a の値の範囲を求めよ。

生徒 A の解答

解の公式より2次方程式 $x^2-2ax+a+2=0$ の解は $x=a\pm\sqrt{a^2-a-2}$ である。$\alpha=a-\sqrt{a^2-a-2}$， $\beta=a+\sqrt{a^2-a-2}$ とおく。 2次関数 $y=x^2-2ax+a+2$ のグラフは x 軸と $x=\alpha$，β で交わるから，$(\alpha\leqq)\beta<0$ または $5<\alpha(\leqq\beta)$ が成り立てばよい。つまり $a+\sqrt{a^2-a-2}<0$ または $5<a-\sqrt{a^2-a-2}$ これを変形すると $\sqrt{a^2-a-2}<-a$ または $\sqrt{a^2-a-2}<a-5$ それぞれの両辺を2乗すると $a^2-a-2<a^2$ または $a^2-a-2<a^2-10a+25$ これを解くと $-2<a$ または $a<3$ よって，求める a の値の範囲は $-2<a<3$

生徒 B の解答

$f(x)=x^2-2ax+a+2$ とおく。$f(x)=(x-a)^2-a^2+a+2$ と変形できる。$f(x)$ の $0\leqq x\leqq 5$ における最小値は，$f(0)$，$f(a)$，$f(5)$ のどれかである。これらがすべて正であればよい。 $\begin{cases} f(0)=a+2>0 \\ f(a)=-(a-2)(a+1)>0 \\ f(5)=-9a+27>0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -2<a \\ -1<a<2 \\ a<3 \end{cases}$ よって，求める a の値の範囲は $-1<a<2$

問1　生徒 A の解答の誤りを指摘しなさい。

問2　生徒 B の解答の誤りを指摘しなさい。

問3　問1，2で指摘したような間違いをしないために，生徒A，Bにそれぞれどのような助言をしたらよいか。あなたの考えを述べなさい。

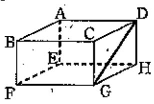
● 広島市立大学　情報科学部　総合問題　（抜粋）

第3問　次の $\boxed{}$ にあてはまる数，式を求めよ。

また，問10，問15，問16，問17については問題文の指示にしたがって解答せよ。

問1　2次不等式 $3x^2+4x+k \geqq 0$ の解がすべての実数であるような定数 k の値の範囲は $\boxed{\text{ア}}$ である。

問2　右図の直方体 ABCD-EFGH において，線分 DG とねじれの位置にある辺は $\boxed{\text{イ}}$ 本ある。



問3　10進法で表された小数 3.75 を 2進法の小数で表すと $\boxed{\text{ウ}}$ である。

問4　整式 $P(x)$ を $x+1$ で割った余りが7，$x-3$ で割った余りが3である。$P(x)$ を $(x+1)(x-3)$ で割った余りは $\boxed{\text{エ}}$ である。

問5　$\displaystyle\int_{-1}^{2} x|x-1|\,dx = \boxed{\text{オ}}$ である。

問6　初項1，公差 d の等差数列 $\{a_n\}$ $(n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$ について，この数列の初項から第52項までの和が -2600 であるとき，$d=\boxed{\text{カ}}$ である。

問7　$|\vec{a}|=3$，$|\vec{b}|=1$ で，$\vec{a}$ と $\vec{b}$ のなす角が $\dfrac{2}{3}\pi$ であるとき，

$|\vec{a}+2\vec{b}|=\boxed{\text{キ}}$ である。

問8　方程式 $z^6=1$ の解は，$z=\boxed{\text{ク}}$ である。

問9　$\displaystyle\lim_{x\to1}\frac{x-1}{\sqrt{2x}-\sqrt{x+1}}=\boxed{\text{ケ}}$ である。

問10　数列 $\{a_n\}$ が0に収束することは，無限級数 $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ が収束するための $\boxed{\text{コ}}$。

$\boxed{\text{コ}}$ に入る語句として最も適切なものを以下の(a)，(b)，(c)，(d)から選べ。

(a)　必要十分条件である

(b)　必要条件であるが，十分条件ではない

(c)　十分条件であるが，必要条件ではない

(d)　必要条件でも十分条件でもない

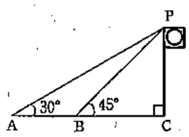
問11　$y=\dfrac{x^2}{x+2}$ の導関数 y' は，$y'=\boxed{\text{サ}}$ である。

問12　$y=\dfrac{1}{\tan x}$ の導関数 y' は，$y'=\boxed{\text{シ}}$ である。

問13　$y=\sqrt{\log x}$ の導関数 y' は，$y'=\boxed{\text{ス}}$ である。

問14　曲線 $y=xe^{x^2}$ 上の点 $(1,\ e)$ における接線の方程式は，$y=\boxed{\text{セ}}$ である。

問15　地点Aから旗の掲揚ポールの最頂部Pを見上げた角度は30°であった。次に地点Aから掲揚ポールへ向かって水平に4m近づいた地点BからPを見上げた角度は45°であった。右の図のようにPの真下の地点をCとする。目の高さを無視するとき，掲揚ポールの高さ PC は何mか。途中経過も記述すること。



問16　Aさんは，ある問題の解答の中で，次の主張をした。

「関数 $f(x)=x$ と関数 $g(x)=e^x$ は，いずれも増加関数であるので，それらをかけあわせた関数 $h(x)=xe^x$ も増加関数である。」

Aさんの主張には誤りがある。誤りである点を指摘し，誤りである理由を説明せよ。

問17　あるウイルスに対するワクチンについて，ワクチンを接種している人は20人に1人の割合でウイルスに感染し，ワクチンを接種していない人は4人に1人の割合でウイルスに感染していたというデータがある。このデータにおいて，60％の人がワクチンを接種しており，40％の人がワクチンを接種していなかった。このデータについて，次の問いに答えよ。途中経過も記述すること。

(1)　ワクチンを接種していなくて，かつウイルスに感染していない人の割合を求めよ。

(2)　ワクチンを接種しているかいないかにかかわらず，ウイルスに感染していない人の割合を求めよ。

(3)　ある1人がウイルスに感染している。この人がワクチンを接種している確率を求めよ。

4　おわりに

出題方法が大きく変わった大学はない。計算力を問う基本的な問題もあるが，受験生がどう手を付ければよいか試行錯誤するであろう難関大学二次試験レベルの問題も見られる。採点基準は不明だが，最後まで解けていなくても部分点があったり，数学的な思考力が評価されたりする可能性もあるかもしれない。

また，数列とその極限に関する問題作成と模範解答の提示を要求する問題（広島大学工学部第二類）や2通りの解答を要求する問題（広島大学情報科学部）、解答の誤りを指摘する問題（山口大学教育学部，広島市立大学情報科学部）など，表現力が問われる問題もあり，正しい数学的な用語や記号を使って説明する力や論理的な答案を作成する力が必要であると感じた。広島大学教育学部の方べきに関する問題や高知工科大学経済・マネジメント学群の垂心に関する問題も出題されているため，教科書に載っている表現や平面図形の性質の証明などもしっかりとおさえておきたい。

高知工科大学経済・マネジメント学群の$\boxed{\text{II}}$では，昨年とは異なり，共通テストでも見られるような会話形式の出題が見られた。そのため，読解力があり，しっかりと流れに乗れる受験生であれば，ある程度対応できたのではないかと思われる。

全体としては，幅広い分野からの出題となっているものの，大学ごとの傾向はある程度あるように思われる。とは言え，数学力が必要な問題が多いため，受験寸前の対策だけで対応することは困難である。さらに，発想力や表現力，読解力なども必要になるため，日々の授業を通して，数学に興味を持ち，主体的に数学に取り組む生徒の育成を目指したい。