大学入学共通テストに向けた問題の分析

愛媛県立大洲高等学校　入田　圭司
愛媛県立松山西中等教育学校　壷内　智士

1　はじめに

昨年度の大学入学共通テストは，大問構成については一昨年度と大きな変化はなかった。しかし，数学Ⅰ・数学Aでは「2次関数」と「図形と計量」など，単元をまたいだ融合問題が出題されるなど，必履修科目である「数学Ⅰ」の分野を中心に目新しい問題が目立った。また，数学Ⅱ・数学Bで「三角関数」が単独の大問で出題されていなかったことも，昨年度の特徴の1つであったといえる。

問題の内容についても，三角比の表から角の大きさを求める測量の問題，コンピュータによるグラフの動向を考える問題，1つの問題を複数の方法で考察する問題など，より「共通テストらしさ」が目立つ内容であった。加えて，出題分量も増えており，思考を要する問題も多かったため，時間が足りなかった受験生が多かったと容易に推測できる。平均点を見ても数学Ⅰ・数学Aが37.96点，数学Ⅱ・数学Bが43.06点と例年になく低い点数であったことからも分かるように，機械的に数学の問題を解く力があるだけでは高得点を取ることができず，思考力・表現力・判断力や計算力，文章読解力などの総合的な力が必要であると感じた。

2　問題分析

昨年度の問題を分析した結果を掲載する。

(1) 数学Ⅰ・数学A

○　第1問［1］数と式

基本対称式の問題。誘導に従って計算をすれば解くことができる基本的な計算問題であった。

○　第1問［2］図形と計量

地図アプリを題材にした測量の問題。問題作成の方針である「日常の事象や，数学のよさを実感できる題材」に沿った問題であった。水平方向と鉛直方向の縮尺が異なることを考慮しながら正接の値を導き出す必要があり，戸惑う受験生もいたと思われる。

○　第1問［3］図形と計量，2次関数

三角形とその外接円に関する問題。(2)は図形をよく分析し，各辺の長さの最大値は外接円の直径であることに気付くことができたのかがポイントになった。また，後半部分は2次関数との融合問題になっていることが目新しい。

○　第2問［1］2次関数，集合と命題

2次方程式の共通解，2次関数のグラフの変化，必要条件と十分条件など，様々な内容が盛り込まれており，思考力も要する難易度の高い問題であった。試行調査でも出題されていたコンピュータによるグラフ表示を扱った問題もあり，慣れておく必要がある。

○　第2問［2］データの分析

日本語の教育機関数，教員数，学習者数を題材にした問題。ヒストグラムや箱ひげ図から正しい選択肢や散布図を選ぶ問題，相関係数を求める計算問題など，センター試験の時とあまり変わらない問題であった。問題のページ数は6ページと相変わらず分量が多く，素早くかつ正確に読み取る力と処理する力が要求される。

○　第3問　場合の数と確率

プレゼント交換という日常の事象を題材にした完全順列の問題。完全順列は課題学習で取り上げられている教科書もあるため，類題を経験している受験生にとっては，取り組みやすい問題だったと思われる。

○　第4問　整数の性質

1次不定方程式の整数解を考える問題。方程式の係数が大きいため，非常に取り組みづらい。誘導があってもどのように利用すべきか分かりにくく，計算も煩雑であったため，ミスなく最後まで解くのは難しかったと思われる。

○　第5問　図形の性質

三角形や円を題材にした平面図形の問題。一昨年度の第1日程には出題されなかったメネラウスの定理を利用する問題が多かった。「三角形の形状に関係なく」，「点の位置に関係なく」といった特徴的な文言も多かった。コンピュータによる図形の移動など，共通テストにおける新傾向の出題形式はなかった。

(2) 数学Ⅱ・数学B

○　第1問［1］図形と方程式，三角関数

円と直線が共有点をもつ条件を考える問題。円外の点から引いた接線の方程式を2つの異なる解法（太郎さんが2次方程式の判別式，花子さんが正接の2倍角の公式を用いた解法）で考えさせるという，試行調査にあった複数の方法で考察する問題が出題された。

○　第1問［2］指数関数と対数関数

対数の大小関係に関する問題。試行調査の結果報告に示された「数学的な問題発見・解決の全過程を問う問題」になっている。

○　第2問［1］微分法と積分法

［1］は微分法からの出題であり，3次関数のグラフと直線の共有点の個数から，実数解の個数を考える問題。グラフの概形を選ぶ共通テストではおなじみの問題も出題された。

○　第2問［2］微分法と積分法，いろいろな式

［2］は積分法からの出題であり，文字係数の3次関数のグラフで囲まれた部分の面積について考える問題。面積を求めるのではなく，面積を求める式を選ぶ問題が中心に出題された。3次関数の問題であったが，学習指導要領において，積分の問題については「2次までの関数を中心に扱う」と記載されていることもあり，積分の計算は2次の関数が出題されていた。最後の$S=T$となるtの値を求める問題は，3次方程式を解く問題となっている。

○　第3問　確率分布と統計的な推測

収穫されたジャガイモの個数や重さについて，二項分布や正規分布，確率密度関数などについて問う問題。一昨年度の第1日程で出題された統計に関する実務的な問題は出題されなかった。

一昨年度に続き，昨年度も統計の問題は第3問に配置されており，この配置は今年度も変わらないと予想される。

○ 第4問 数列

歩行者と自転車の動きについて，漸化式を用いて考える問題。与えられた会話文やグラフをもとに漸化式を立式することができるかがポイントであった。センター試験の時は，複雑な漸化式を解く問題がよく出題されていたが，最近の問題は漸化式を自分で作ることに重点が置かれている傾向がある。

○ 第5問 ベクトル

今回は平面ベクトルからの出題であった。平面上の点に関する条件が与えられ，考察していく問題。(2)の点が存在する位置を判断する問題が目新しい問題であった。与えられた条件や得られたベクトルの式から図形の形状を読み取る演習をしておく必要がある。

3 問題例

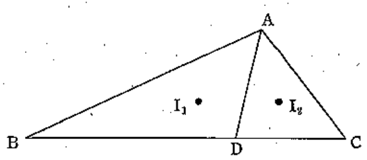
前回からの共通テストの分析や一昨年度から研究してきたことを基に作成した問題を紹介する。

[1] 図形と計量（数学Ⅰ）

問題

$\triangle$ABCにおいて，AB=5，BC=7，$\cos A=-\dfrac{1}{2}$ である。点Dは辺BC上の点で，$\triangle$ABDの外接円の半径 R_1 と $\triangle$ACDの外接円の半径 R_2 が $\dfrac{R_1}{R_2}=\dfrac{\text{BD}}{\text{DC}}$ を満たしている。

また，$\triangle$ABDの内接円の中心を I_1，$\triangle$ACDの内接円の中心を I_2 とする。



(1) 辺ACの長さは $\boxed{ア}$，$\triangle$ABCの面積は

$$\frac{\boxed{イウ}\sqrt{\boxed{エ}}}{\boxed{オ}}$$ である。

(2) $\text{BD}=\dfrac{\boxed{カキ}}{\boxed{ク}}$ であることを用いると

$$\text{AD}=\frac{\boxed{ケコ}}{\boxed{サ}}$$

が得られる。また，$\triangle$ABDの内接円の半径は

$$\frac{\boxed{シ}\sqrt{\boxed{エ}}}{\boxed{スセ}}$$

である。

(3) $\text{AI}_1:\text{AI}_2=\boxed{ソタ}:\boxed{チ}$ である。

直線AD上の点Eを，点Dに対して点Aと反対側にとり，$\triangle$ABCの外接円を K とする。

(4) BE= x，DE= y とする。次の ⓪～⑤ のうち，つねに正しいものは $\boxed{ツ}$ と $\boxed{テ}$ である。

$\boxed{ツ}$，$\boxed{テ}$ の解答群

⓪ AE=7のとき，点Eは円 K の周上にある。
① AE>7のとき，点Eは円 K の外部にある。
② $y=7$ のとき，点Eは円 K の周上にある。
③ $x^2+y^2-xy<49$ のとき，点Eは円 K の内部にある。
④ $x^2+y^2-xy<49$ のとき，点Eは円 K の外部にある。
⑤ $\triangle$BCEの面積が21より大きいとき，点Eは円 K の外部にある。

(5) 点Eが円 K の周上にあるとき，四角形ABECの面積は $\boxed{トナ}\sqrt{\boxed{ニ}}$ である。

[2] 指数関数と対数関数，いろいろな式（数学Ⅱ）

先生と太郎さんと花子さんは，次の不等式の証明方法について話している。3人の会話を読んで，次の問いに答えよ。

【相加平均と相乗平均の大小関係】

$a>0$，$b>0$ のとき　$\dfrac{a+b}{2}\geqq\sqrt{ab}$　…… ＊

等号は $a=b$ のときに成り立つ。

太郎：不等式の証明は差を取って符号を調べればいいんだよね。ということは ＊ の左辺から右辺を引いて0以上となることがわかればいいから，

【証明1】

$$(\text{＊の左辺})-(\text{＊の右辺})=\frac{a+b}{2}-\sqrt{ab}$$
$$=\frac{a+b-2\sqrt{ab}}{2}$$

ここで，$a>0$，$b>0$ であるから，

$$\frac{a+b-2\sqrt{ab}}{2}=\frac{(\sqrt{a})^2-2\sqrt{a}\sqrt{b}+(\sqrt{b})^2}{2}$$
$$=\boxed{ア}\geqq0$$

よって，(＊の左辺)−(＊の右辺) $\geqq0$

ゆえに，＊は成り立つ。

等号成立は $a=b$ のとき。

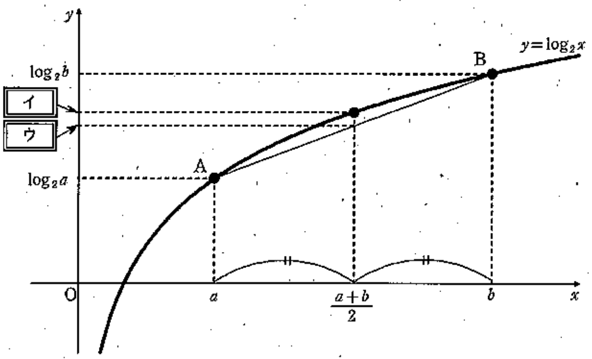
これで証明できたぞ。

$\boxed{\text{ア}}$ に当てはまるものを，次の ⓪～③ のうちから一つ選べ。

⓪ $\dfrac{(\sqrt{a}+\sqrt{b})^2}{2}$　　① $\dfrac{(a-b)^2}{2}$

② $\dfrac{a+b}{2}+\sqrt{ab}$　　③ $\dfrac{(\sqrt{a}-\sqrt{b})^2}{2}$

先生：その通りですね。他にも証明法があります。下図のように対数関数 $y=\log_2 x$ のグラフ上に 2 点 $\mathrm{A}(a, \log_2 a)$，$\mathrm{B}(b, \log_2 b)$ $(0<a\leqq b)$ を定めて考えてみましょう。



$\boxed{\text{イ}}$，$\boxed{\text{ウ}}$ に当てはまるものを，次の ⓪～⑤ のうちからそれぞれ一つずつ選べ。

⓪ $\log_2 b-\log_2 a$　　① $\log_2\sqrt{\dfrac{ab}{2}}$

② $\log_2\dfrac{a+b}{2}$　　③ $\log_2\sqrt{\dfrac{a+b}{2}}$

④ $\dfrac{\log_2 a+\log_2 b}{2}$　　⑤ $\sqrt{\dfrac{\log_2 a+\log_2 b}{2}}$

花子：わかったわ！

【証明２】

$y=\log_2 x$ のグラフより

$$\boxed{\text{イ}}\geqq\boxed{\text{ウ}}\quad\cdots①$$

が成り立つ。

$$\boxed{\text{ウ}}=\frac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オ}}}\log_2\boxed{\text{カキ}}$$
$$=\boxed{\text{ク}}$$

であるから，① は

$$\boxed{\text{イ}}\geqq\boxed{\text{ク}}$$

底 $2>1$ だから，＊は成り立つ。

等号成立は $a=b$ のとき。

これでどうでしょうか？

空欄 $\boxed{\text{エ}}$，$\boxed{\text{オ}}$，$\boxed{\text{カキ}}$ をうめよ。

また，$\boxed{\text{ク}}$ に当てはまるものを，次の ⓪～⑤ のうちから一つ選べ。

⓪ $\dfrac{(\log_2 a)(\log_2 b)}{2}$　　① $\log_2\sqrt{a+b}$

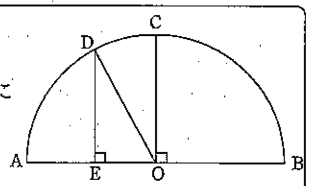
② $\log_2\sqrt{\dfrac{b}{a}}$　　③ $\log_2\sqrt{ab}$

④ $\dfrac{\log_2(a+b)}{2}$　　⑤ $\sqrt{\dfrac{\log_2 ab}{2}}$

先生：よくできました。他にも次のような証明方法がありますよ。

【証明３】

右図のように中心を O，直径を AB とする半円周上に 2 点 C，D をとる。ただし，C は $\mathrm{CO}\perp\mathrm{AB}$ となる点，D は半円の弧 AB 上の A，B 以外の点とする。



D から直線 AB に垂線 DE を下ろし，$\mathrm{EA}=a$，$\mathrm{EB}=b$ $(a>0,\ b>0)$ とすると

$$\mathrm{CO}=\mathrm{DO}=\boxed{\text{ケ}}$$

であり

$$\mathrm{OE}=\mathrm{OA}-\mathrm{EA}=\boxed{\text{コ}}$$

であるから，△ODE において三平方の定理より

$$\mathrm{DE}^2=\boxed{\text{サ}}$$

$\mathrm{DE}>0$ より　$\mathrm{DE}=\sqrt{\boxed{\text{サ}}}$

である。

$\mathrm{CO}\geqq\mathrm{DE}$ であるから，＊は成り立つ。

等号成立は C，D が一致する，すなわち $a=b$ のとき。

先生：DE の長さは，方べきの定理からも求めることができます。

太郎：一つの不等式を証明するのにも，いろいろな方法があるんですね。

$\boxed{\text{ケ}}$，$\boxed{\text{コ}}$，$\boxed{\text{サ}}$ に当てはまるものを，次の ⓪～⑦ のうちからそれぞれ一つずつ選べ。

⓪ $\dfrac{a+b}{2}$　　① $\dfrac{a-b}{2}$　　② $\dfrac{b-a}{2}$

③ ab　　④ $\sqrt{a+b}$　　⑤ $\sqrt{b-a}$

⑥ $\sqrt{ab}$　　⑦ $\dfrac{\sqrt{ab}}{2}$

4　おわりに

共通テストの問題を分析した結果，次のような力が必要であると感じた。

(1)　読解力

大学入試センターは毎年，高校教員らによる外部評価を実施しており，難易度や出題のねらい，範囲など，各項目ごとに「適切かどうか」を『4（あてはまる）～1（あてはまらない）』の4段階で評価している。今回「数学Ⅰ・数学A」において，難易度の項目で2（あまりあてはまらない）という評価であった。外部評価は「設問は時間に比して多く，計算量の多い設問も散見された」と受験生の解答時間に余裕がなかったことを指摘している。外部評価に対して，問題を作成した入試センターも「時間配分と計算量の多さで課題が見られた」と認め，問題量の削減などを検討するとした。入試センター幹部も「重く受け止めたい」と，今年度以降の共通テストを改善する考えを示している。このことから，今後の共通テストの分量は今回に比べると減ることが予想される。しかし，それでも問題の分量がセンター試験の時と比べると多いことには変わりない。加えて，題材も多様化しているため，色々なテーマに対応できる読解力が必要不可欠になる。読解力は数学の授業だけではなく，全教科で養うものであるため，他教科の先生とも連携しながら，どの教科を学習する時も生徒に意識させるように指導をしていく必要がある。

(2)　運用力

今までは公式を覚え，それを用いてパターンに当てはめて解くだけでもある程度の得点を取ることができていた。しかし，今回の地図の縮尺に関する問題のように，題材の多様化や融合問題の出題などにより，初見の問題に出会う可能性が極めて高くなった。そのため，パターンに当てはめて解くという方法は通用しなくなっている。これからは，基本事項を覚えているだけではなく，その内容を運用する力が必要となる。運用力を養うためには，解法の暗記に頼るのではなく，公式や解法の原理を理解してから先に進むような勉強を繰り返す必要がある。

(3)　計算力

センター試験に比べて計算量そのものはあまり変わらないが，今回の1次不定方程式の問題のように，煩雑な計算をしなければいけない問題が多くなっている。限られた時間の中で処理していくためにも，普段からの計算演習はより欠かせなくなっている。

また，昨年度の問題では，日常の事象を題材にした問題がかなり出題されていたことが印象的であった。今後も問題作成の方針である「日常の事象や，数学のよさを実感できる題材，教科書等では扱われていない数学の定理等を既知の知識等を活用しながら導くことのできるような題材」がより多く出題されることが予想される。そのような問題に対応していくために「課題学習」をより積極的に活用するのも1つの方法であると考えている。身近な事象と関連付けた教材を取り上げ，数学的活動の充実を通して，数学を運用する力を育成していくことができれば，日常の事象を題材にした初見の問題であっても対応できるのではないかと感じている。

今後も変化していく共通テストの問題に対応できるようにするためにも，研究をしっかりしていきたい。

5　参考文献

- 大学入学共通テスト　平成29年度試行調査
（独立行政法人大学入試センター）
- 大学入学共通テスト　平成30年度試行調査
（独立行政法人大学入試センター）
- 令和3年度大学入学共通テスト
（独立行政法人大学入試センター）
- 令和4年度大学入学共通テスト
（独立行政法人大学入試センター）
- 大学入学共通テスト問題評価・分析委員会　外部評価分科会の外部評価（高等学校教科担当教員の評価）
（独立行政法人大学入試センター）