

大学入学共通テスト結果のデータ分析

愛媛県立新居浜西高等学校 松本 慎

1 はじめに

令和4年度大学入試共通テストの平均点は、数学Ⅰ・Aが37.96、数学Ⅱ・Bが43.06と、前年度からⅠ・Aが-19.72、Ⅱ・Bが-16.87と大きく下回る結果であった。問題の傾向に対応できなかった生徒が多かったと予想されるが、今後もこの出題傾向が続くと考えられる。そこで、正答率を分析することで、今後の指導の参考にできればと思い、結果のデータ分析を研究テーマとした。

2 問題分析

数学Ⅰ・A

第1問

[1] 実数 a, b, c が

$$a+b+c=1 \quad \dots\dots \text{アイ}$$

および

$$a^2+b^2+c^2=13 \quad \dots\dots \text{ウエ}$$

を満たしているとする。

(1) $(a+b+c)^2$ を展開した式において、**アイ** と **ウエ** を用いると

$$ab+bc+ca = \text{アイ}$$

であることがわかる。よって

$$(a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2 = \text{ウエ}$$

である。

(2) $a-b=2\sqrt{5}$ の場合に、 $(a-b)(b-c)(c-a)$ の値を求めてみよう。

$b-c=x, c-a=y$ とおくと

$$x+y = \text{オカ} \sqrt{5}$$

である。また、(1) の計算から

$$x^2+y^2 = \text{キク}$$

が成り立つ。

これらより

$$(a-b)(b-c)(c-a) = \text{ケ} \sqrt{5}$$

である。

正答率(%)	アイ	ウエ	オカ	キク	ケ
愛媛	89.1	79.3	89.8	49.0	52.3
全国	85.7	77.1	87.9	48.4	52.2
差	3.4	2.2	1.9	0.6	0.1

[考察]

全国平均より下回るところはなかったが、**キク** で大きく正答率が下がった。問題文の通り、(1)の $(a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2=38$ から $a-b=2\sqrt{5}$, $b-c=x, c-a=y$ を代入して、 $20+x^2+y^2=38$ と

するところだが、文字が変わるところに抵抗感があるのだろうか。

[2] 以下の問題を解答するにあたっては、必要に応じて三角比の表を用いてもよい。

太郎さんと花子さんは、キャンプ場のガイドブックにある地図を見ながら、後のように話している。



参考図

太郎：キャンプ場の地点Aから山頂Bを見上げる角度はどれくらいかな。

花子：地図アプリを使って、地点Aと山頂Bを含む断面図を調べたら、図1のようになったよ。点Cは、山頂Bから地点Aを通る水平面に下ろした垂線とその水平面との交点のことだよ。

太郎：図1の角度 θ は、AC, BCの長さを定規で測って、三角比の表を用いて調べたら、 16° だったよ。

花子：本当に 16° なの？ 図1の鉛直方向の縮尺と水平方向の縮尺は等しいのかな？



図1

図1の θ はちょうど 16° であったとする。しかし、図1の縮尺は、水平方向が $\frac{1}{100000}$ であるのに対して、

鉛直方向は $\frac{1}{25000}$ であった。

実際にキャンプ場の地点Aから山頂Bを見上げる角である $\angle BAC$ を考えると、 $\tan \angle BAC$ は

コ・**サシス** となる。したがって、 $\angle BAC$ の大きさは **セ**。

ただし、目の高さは無視して考えるものとする。

セ の解答群

- ⑩ 3°より大きく4°より小さい
- ⑪ ちょうど4°である
- ⑫ 4°より大きく5°より小さい
- ⑬ ちょうど16°である。
- ⑭ 48°より大きく49°より小さい
- ⑮ ちょうど49°である
- ⑯ 49°より大きく50°より小さい
- ⑰ 63°より大きく64°より小さい
- ⑱ ちょうど64°である
- ⑲ 64°より大きく65°より小さい

正答率(%)	コ.サンス	セ
愛媛	28.9	46.1
全国	24.2	39.5
差	4.8	6.6

【考察】

こちら全国平均よりは高かったが、正答率自体が低かった。水平方向が $\frac{1}{100000}$ に対して、鉛直方向は $\frac{1}{25000}$ なので、実際の $\tan \theta$ の値は $\frac{25000}{100000} = \frac{1}{4}$ 倍すればいいのだが、比の計算は苦手な生徒が多いと感じられる。

[3] 外接円の半径が3である $\triangle ABC$ を考える。点Aから直線BCに引いた垂線と直線BCとの交点をDとする。

(1) $AB=5, AC=4$ とする。このとき

$$\sin \angle ABC = \frac{\text{ソ}}{\text{タ}}, \quad AD = \frac{\text{チツ}}{\text{テ}}$$

である。

(2) 2辺AB, ACの長さの間に $2AB+AC=14$ の関係があるとする。

このとき、ABの長さのとり得る値の範囲は

$$\text{ト} \leq AB \leq \text{ナ}$$

$$AD = \frac{\text{ニヌ}}{\text{ネ}} AB^2 + \frac{\text{ノ}}{\text{ハ}} AB$$

と表せるので、ADの長さの最大値は ヒ である。

正答率(%)	ソタ	チツテ	トナ	ニ-ハ	ヒ
愛媛	86.8	63.2	10.5	12.2	18.8
全国	76.5	53.8	12.1	11.9	19.8
差	10.3	9.4	-1.5	0.3	-1.0

【考察】

(2)は全国平均より下回ったが、全体の正答率が低かった。AB, ACは円の内部の線分なので、 $0 < AB \leq 6$

かつ $0 < AC \leq 6$ となる条件が出てこなかった人が大半であると思われる。こういうところをどう指導すればいいかは、これからの課題であると思われる。

第2問

[1] p, q を実数とする。

花子さんと太郎さんは、次の二つの2次方程式について考えている。

$$x^2 + px + q = 0 \quad \dots\dots \text{①}$$

$$x^2 + qx + p = 0 \quad \dots\dots \text{②}$$

①または②を満たす実数 x の個数を n とおく。

(1) $p=4, q=-4$ のとき、 $n = \text{ア}$ である。

また、 $p=1, q=-2$ のとき、 $n = \text{イ}$ である。

(2) $p=-6$ のとき、 $n=3$ になる場合を考える。

花子：例えば、①と②をともに満たす実数 x があるときは $n=3$ になりそうだね。

太郎：それを α としたら、 $\alpha^2 - 6\alpha + q = 0$ と $\alpha^2 + q\alpha - 6 = 0$ が成り立つよ。

花子：なるほど。それならば、 α^2 を消去すれば、 α の値が求められそうだね。

太郎：確かに α の値が求められるけど、実際に $n=3$ となっているかどうかの確認が必要だね。

花子：これ以外にも $n=3$ となる場合がありそうだね。

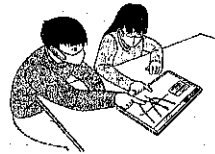
$n=3$ となる q の値は

$$q = \text{ウ}, \text{エ}$$

である。ただし、 $\text{ウ} < \text{エ}$ とする。

(3) 花子さんと太郎さんは、グラフ表示ソフトを用いて、①, ②の左辺を y とおいた

2次関数 $y = x^2 + px + q$ と $y = x^2 + qx + p$ のグラフの動きを考えている。



$p=-6$ に固定したまま、 q の値だけを変化させる。

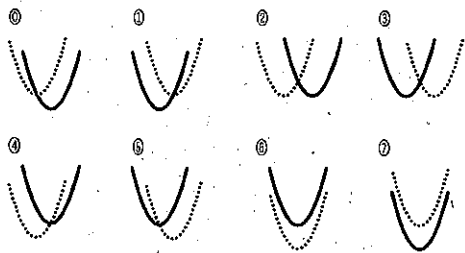
$$y = x^2 - 6x + q \quad \dots\dots \text{③}$$

$$y = x^2 + qx - 6 \quad \dots\dots \text{④}$$

の二つのグラフについて、 $q=1$ のときのグラフを点線で、 q の値を1から増加させたときのグラフを実線でそれぞれ表す。このとき、③のグラフの移動の様子を示すと オ となり、④のグラフの移動の様子を示すと カ となる。

オ , カ については、最も適当なものを、次の⑩～⑲のうちから一つずつ選べ。ただし、同じものを繰り返し選んでもよい。なお、 x 軸と y 軸は省略

しているが、 x 軸は右方向、 y 軸は上方向がそれぞれ正の方向である。



(4) $\boxed{\text{ウ}} < q < \boxed{\text{エ}}$ とする。全体集合 U を実数全体の集合とし、 U の部分集合 A, B を

$$A = \{x \mid x^2 - 6x + q < 0\}$$

$$B = \{x \mid x^2 + qx - 6 < 0\}$$

とする。 U の部分集合 X に対し、 X の補集合を \bar{X} と表す。このとき、次のことが成り立つ。

・ $x \in A$ は、 $x \in B$ であるための $\boxed{\text{キ}}$ 。

・ $x \in B$ は、 $x \in \bar{A}$ であるための $\boxed{\text{ク}}$ 。

$\boxed{\text{キ}}$ 、 $\boxed{\text{ク}}$ の解答群(同じものを繰り返し選んでもよい。)

- ① 必要条件であるが、十分条件ではない
- ② 十分条件であるが、必要条件ではない
- ③ 必要十分条件である
- ④ 必要条件でも十分条件でもない

正答率(%)	ア	イ	ウ	エ	オ	カ	キク
愛媛	51.0	48.4	39.5	32.6	75.0	49.7	9.5
全国	50.2	48.6	38.4	35.0	72.1	47.9	8.5
差	0.8	-0.2	1.1	-2.4	2.9	1.8	1.0

【考察】

$\boxed{\text{イ}}$ と $\boxed{\text{エ}}$ で全国平均を下回った。 $\boxed{\text{イ}}$ は、判別式 D を調べると、 $D > 0$ と $D = 0$ で3個と考えられるが、実際に解を求めてみると、共通解があり解の個数が減る。同じ形が続いた時には疑う心も大事である。 $\boxed{\text{エ}}$ は、誘導にない方法で q の値を求めるところで、発想が出てこなかったのは残念である。

[2] 日本国外における日本語教育の状況を調べるために、独立行政法人国際交流基金では「海外日本語教育機関調査」を実施しており、各国における教育機関数、教員数、学習者数が調べられている。2018年度において学習者数が5000人以上の国と地域(以下、国)は29か国であった。これら29か国について、2009年度と2018年度のデータが得られている。

(1) 各国において、学習者数を教員数で割ることにより、国ごとの「教員1人あたりの学習者数」を算出することができる。図1と図2は、2009年度および2018年度における「教員1人あたりの学習者数」のヒスト

グラムである。これら二つのヒストグラムから、9年間の変化に関して、後のことが読み取れる。なお、ヒストグラムの各階級の区間は、左側の数値を含み、右側の数値を含まない。

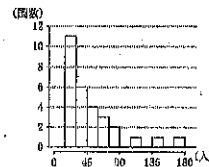


図1 2009年度における教員1人あたりの学習者数のヒストグラム

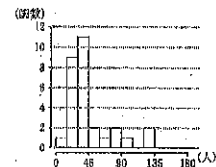


図2 2018年度における教員1人あたりの学習者数のヒストグラム

(出典：国際交流基金のWebページにより作成)

- ・ 2009年度と2018年度の中央値が含まれる階級の階級値を比較すると、 $\boxed{\text{ケ}}$ 。
- ・ 2009年度と2018年度の第1四分位数が含まれる階級の階級値を比較すると、 $\boxed{\text{コ}}$ 。
- ・ 2009年度と2018年度の第3四分位数が含まれる階級の階級値を比較すると、 $\boxed{\text{サ}}$ 。
- ・ 2009年度と2018年度の範囲を比較すると、 $\boxed{\text{シ}}$ 。
- ・ 2009年度と2018年度の四分位範囲を比較すると、 $\boxed{\text{ス}}$ 。

$\boxed{\text{ケ}} \sim \boxed{\text{ス}}$ の解答群(同じものを繰り返し選んでもよい。)

- ① 2018年度の方が小さい
- ② 2018年度の方が大きい
- ③ 両者は等しい
- ④ これら二つのヒストグラムからだけでは両者の大小を判断できない

(2) 各国において、学習者数を教育機関数で割ることにより、「教育機関1機関あたりの学習者数」も算出した。図3は、2009年度における「教育機関1機関あたりの学習者数」の箱ひげ図である。

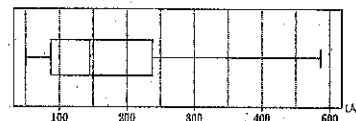


図3 2009年度における教育機関1機関あたりの学習者数の箱ひげ図

(出典：国際交流基金のWebページにより作成)

2009年度について、「教育機関1機関あたりの学習者数」(横軸)と「教員1人あたりの学習者数」(縦軸)の散布図は $\boxed{\text{カ}}$ である。ここで、2009年度における「教員1人あたりの学習者数」のヒストグラムである(1)の図1を、図4として再掲しておく。

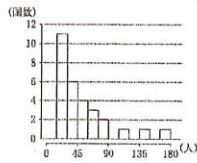
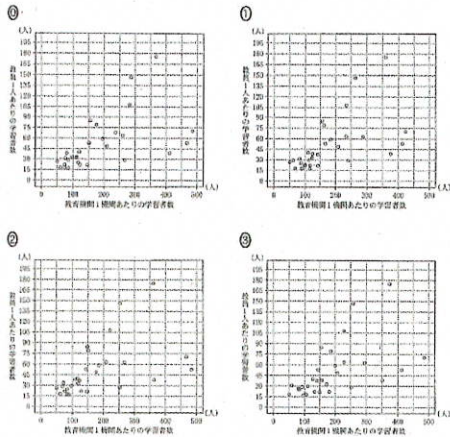


図4 2009年度における教員1人あたりの学習者数のヒストグラム
(出典：国際交流基金のWebページにより作成)

セについては、最も適当なものを、次の①～④のうちから一つ選べ。なお、これらの散布図には、完全に重なっている点はない。



(3) 各国における2018年度の学習者数を100としたときの2009年度の学習者数 S 、および、各国における2018年度の教員数を100としたときの2009年度の教員数 T を算出した。

例えば、学習者数について説明すると、ある国において、2009年度が44272人、2018年度が174521人であった場合、2009年度の学習者数 S は $\frac{44272}{174521} \times 100$ より25.4と算出される。

表1は S と T について、平均値、標準偏差および共分散を計算したものである。ただし、 S と T の共分散は、 S の偏差と T の偏差の積の平均値である。

表1の数値が四捨五入していない正確な値であるとして、 S と T の相関係数を求めるとソ. タチである。

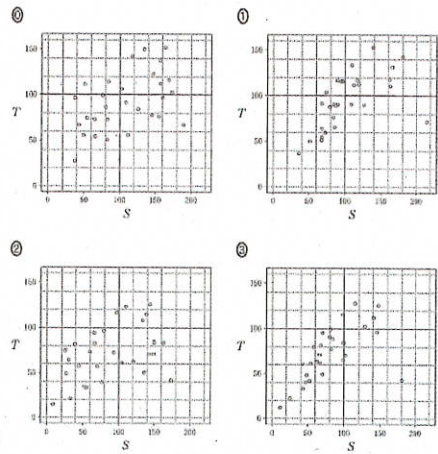
表1 平均値、標準偏差および共分散

S の平均値	T の平均値	S の標準偏差	T の標準偏差	S と T の共分散
81.8	72.9	39.3	29.9	735.3

(4) 表1と(3)で求めた相関係数を参考にすると、(3)で算出した2009年度の S (横軸) と

T (縦軸) の散布図はツである。

ツについては、最も適当なものを、次の①～④のうちから一つ選べ。なお、これらの散布図には、完全に重なっている点はない。



正答率(%)	ケコサ	シス	セ	ソタチ	ツ
愛媛	62.2	25.0	60.2	35.5	27.6
全国	55.5	26.3	55.3	29.6	29.9
差	6.6	-1.3	4.9	5.9	-2.2

【考察】

シ ス と ツ で全国平均を下回った。

シ と ス はヒストグラムから範囲や四分位範囲を比較するもので、きちんと値が定まらない。範囲は2009年度は135~165、2018年度は105~135となり、2018年度の方が小さい。四分位範囲は2009年度は30~60、2018年度は15~45となり、大小は判断できないとなる。はっきり値が出ないので難しく感じた生徒が多かったと思われる。ツはその手前で求めた相関係数や表の値から散布図を選ぶ問題で、正の相関があるので①と②に絞り、 T の平均点から②と考える。相関係数の0.63で相関関係の強さから②と③で迷ったのかもしれない。

第3問 (選択者 274人/304人)

複数人がそれぞれプレゼントを一つずつ持ち寄り、交換会を開く。ただし、プレゼントはすべて異なるとする。プレゼントの交換は次の手順で行う。

手順

外見が同じ袋を人数分用意し、各袋にプレゼントを一つずつ入れたうえで、各参加者に袋を一つずつでたために配る。各参加者は配られた袋の中のプレゼントを受け取る。

交換の結果、1人でも自分の持参したプレゼントを受け取った場合は、交換をやり直す。そして、全員が自分以外の人持参したプレゼントを受け取ったところで交換会を終了する。

(1) 2人または3人で交換会を開く場合を考える。

(i) 2人で交換会を開く場合、1回目の交換で交換会が終了するプレゼントの受け取り方はア通り

ある。したがって、1回目の交換で交換会が終了

する確率は $\frac{\text{イ}}{\text{ウ}}$ である。

(ii) 3人で交換会を開く場合、1回目の交換で交換会が終了するプレゼントの受け取り方は エ 通りある。したがって、1回目の交換で交換会が終了

する確率は $\frac{\text{オ}}{\text{カ}}$ である。

(iii) 3人で交換会を開く場合、4回以下の交換で交

換会が終了する確率は $\frac{\text{キク}}{\text{ケコ}}$ である。

(2) 4人で交換会を開く場合、1回目の交換で交換会が終了する確率を次の構想に基づいて求めてみよう。

構想

1回目の交換で交換会が終了しないプレゼントの受け取り方の総数を求める。そのために、自分の持参したプレゼントを受け取る人数によって場合分けをする。

1回目の交換で、4人のうち、ちょうど1人が自分の持参したプレゼントを受け取る場合は サ 通りあり、ちょうど2人が自分のプレゼントを受け取る場合は シ 通りある。このように考えていくと、1回目のプレゼントの受け取り方のうち、1回目の交換で交換会が終了しない受け取り方の総数は スセ である。

したがって、1回目の交換で交換会が終了する確率は $\frac{\text{ソ}}{\text{タ}}$ である。

(3) 5人で交換会を開く場合、1回目の交換で交換会が終了する確率は $\frac{\text{チツ}}{\text{テト}}$ である。

(4) A, B, C, D, Eの5人が交換会を開く。1回目の交換でA, B, C, Dがそれぞれ自分以外の人の持参したプレゼントを受け取ったとき、その回で交換会が終

了する条件付き確率は $\frac{\text{ナニ}}{\text{ヌネ}}$ である。

正答率(%)	ア	イウ	エ	オカ	キーコ
愛媛	89.1	97.1	74.5	78.8	44.2
全国	86.9	95.2	72.0	68.9	37.3
差	2.1	1.9	2.5	9.9	6.9

サ	シ	スセ	ソタ	チート	ナーネ
48.5	59.1	40.5	31.4	6.2	0.4
50.1	58.4	38.0	30.9	9.5	2.3
-1.5	0.7	2.5	0.5	-3.2	-1.9

【考察】

サ で全国平均を下回った。(1)では1回目で交換会が終了する場合を人数別で求めたのに対し、(2)では1回目で終了しない場合から考えるように誘導している。その方が(1)で求めた値が使いやすいのだが、うまく誘導に乗れなかったのではないと思われる。ちょうど1人が持参したプレゼントを受け取る場合は、他の3人が自分のプレゼントを受け取らないので、(1)の エ の場合になる。自分のを受け取る1人の決め方が ${}_4C_1$ 通りだから、 ${}_4C_1 \cdot \text{エ}$ で求まる。以下同様にしていけば、ほぼ完答できるので、誘導の意図を読み取る力が不足していた。その結果が(3)、(4)の正答率に表れていると考えられる。

第4問 (選択者 160人/304人)

(1) $5^4=625$ を 2^4 で割ったときの余りは1に等しい。このことを用いると、不定方程式

$$5^4x - 2^4y = 1 \quad \dots\dots \text{①}$$

の整数解のうち、 x が正の整数で最小になるのは

$$x = \text{ア}, y = \text{イウ}$$

であることがわかる。

また、①の整数解のうち、 x が2桁の正の整数で最小になるのは、

$$x = \text{エオ}, y = \text{カキク}$$

である。

(2) 次に、 625^2 を 5^5 で割ったときの余りと、 2^5 で割ったときの余りについて考えてみよう。

まず

$$625^2 = 5^{\text{ク}}$$

であり、また、 $m = \text{イウ}$ とすると

$$625^2 = 2^{\text{ク}}m^2 + 2^{\text{コ}}m + 1$$

である。これらより、 625^2 を 5^5 で割ったときの余りと、 2^5 で割ったときの余りがわかる。

(3) (2)の考察は、不定方程式

$$5^5x - 2^5y = 1 \quad \dots\dots \text{②}$$

の整数解を調べるために利用できる。

x, y を②の整数解とする。 5^5x は 5^5 の倍数であり、 2^5 で割ったときの余りは1となる。よって、(2)により、 $5^5x - 625^2$ は 5^5 でも 2^5 でも割り切れる。 5^5 と 2^5 は互いに素なので、 $5^5x - 625^2$ は $5^5 \cdot 2^5$ の倍数である。

このことから、②の整数解のうち、 x が3桁の正の整数で最小になるのは

$$x = \text{サシス}, y = \text{セソタチツ}$$

であることがわかる。

(4) 11^4 を 2^4 で割ったときの余りは1に等しい。不定方程式

$$11^5x - 2^5y = 1$$

の整数解のうち、 x が正の整数で最小になるのは

$$x = \boxed{\text{テト}}, y = \boxed{\text{ナニヌネノ}}$$

である。

正答率(%)	アイウ	エオ	カキク	ケコ
愛媛	87.5	43.1	41.3	33.8
全国	77.6	46.5	41.1	34.1
差	9.9	-3.3	0.2	-0.4

サシス	ゼーツ	テト	ナーノ
11.9	3.8	0.6	0.0
11.6	5.3	1.6	0.7
0.3	-1.5	-0.9	-0.7

【考察】

$\boxed{\text{エオ}}$ で全国平均を下回っている。問題文で

「 $5^4=625$ を 2^4 で割ったときの余りは1に等しい。」とあるので、 625 を 16 で割ると商が 39 なので、 $625 = 16 \cdot 39 + 1$ となる。そこから、 $5^4 \cdot 1 - 2^4 \cdot 39 = 1$ と変形し、 $y=39$ となる。ここで間違えたため、それ以降の y の値も誤答になったと思われる。 $\boxed{\text{サシス}}$ 以降は誘導に乗ればできそうであるが、計算量が多く時間が足りなかった可能性もある。

第5問 (選択者 174 人/304 人)

$\triangle ABC$ の重心を G とし、線分 AG 上で点 A とは異なる位置に点 D をとる。直線 AG と辺 BC の交点を E とする。また、直線 BC 上で辺 BC 上にはない位置に点 F をとる。直線 DF と辺 AB の交点を P 、直線 DF と辺 AC の交点を Q とする。

(1) 点 D は線分 AG の中点であるとする。このとき、 $\triangle ABC$ の形状に関係なく

$$\frac{AD}{DE} = \frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$$

である。また、点 F の位置に関係なく

$$\frac{BP}{AP} = \boxed{\text{ウ}} \times \frac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オ}}}, \frac{CQ}{AQ} = \boxed{\text{カ}} \times \frac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}}$$

であるので、つねに

$$\frac{BP}{AP} + \frac{CQ}{AQ} = \boxed{\text{ケ}}$$

となる。

$\boxed{\text{エ}}$ 、 $\boxed{\text{オ}}$ 、 $\boxed{\text{キ}}$ 、 $\boxed{\text{ク}}$ の解答群 (同じものを繰り返し選んでもよい。)

① BC	② BF	③ CF	④ EF
⑤ FP	⑥ FQ	⑦ PQ	

(2) $AB=9$ 、 $BC=8$ 、 $AC=6$ とし、(1) と同様に、点 D は線分 AG の中点であるとする。ここで、4 点 B 、 C 、 Q 、 P が同一円周上にあるように点 F をとる。

このとき、 $AQ = \frac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}} AP$ であるから

$$AP = \frac{\boxed{\text{シス}}}{\boxed{\text{セ}}}, \quad AQ = \frac{\boxed{\text{ソタ}}}{\boxed{\text{チ}}}$$

であり

$$CF = \frac{\boxed{\text{ツテ}}}{\boxed{\text{トナ}}}$$

である。

(3) $\triangle ABC$ の形状や点 F の位置に関係なく、つねに

$$\frac{BP}{AP} + \frac{CQ}{AQ} = 10 \text{ となるのは、} \frac{AD}{DG} = \frac{\boxed{\text{ニ}}}{\boxed{\text{ヌ}}}$$

である。

正答率(%)	アイ	ウエオ	カキク	ケ
愛媛	66.1	27.6	23.0	13.2
全国	68.7	30.3	26.3	15.8
差	-2.6	-2.7	-3.3	-2.6

コサ	シスセ	ソタチ	ツーナ	ニヌ
19.0	1.1	1.7	0.0	6.9
19.3	2.1	2.7	0.9	6.5
-0.3	-0.9	-0.9	-0.9	0.4

【考察】

ほぼ全問で全国平均を下回った。問題文から図形を作ることができなかったのではないかと考えられる。「直線 BC 上で辺 BC 上にはない位置に点 F 」で BC の右側か左側で戸惑ったのかもしれない。きちんと図が作れると典型的なメネラウスの定理の図形なので、条件から図を作る練習が必要だと考えられる。

数学 II・B

第1問

[1] 座標平面上に点 $A(-8, 0)$ をとる。また、不等式 $x^2 + y^2 - 4x - 10y + 4 \leq 0$ の表す領域を D とする。

(1) 領域 D は、中心が点 $(\boxed{\text{ア}}, \boxed{\text{イ}})$ 、半径が $\boxed{\text{ウ}}$ の円の $\boxed{\text{エ}}$ である。

$\boxed{\text{エ}}$ の解答群

① 周	② 内部	③ 外部
④ 周および内部	⑤ 周および外部	

以下、点 $(\boxed{\text{ア}}, \boxed{\text{イ}})$ を Q とし、方程式

$$x^2 + y^2 - 4x - 10y + 4 = 0$$

の表す図形を C とする。

(2) 点 A を通る直線と領域 D が共有点をもつのはどのようなときかを考えよう。

(i) (1)により、直線 $y = \boxed{\text{オ}}$ は点 A を通る C の接線の一つとなることがわかる。

太郎さんと花子さんは点 A を通る C のもう一つの接線について話している。

点 A を通り、傾きが k の直線を l とする。

太郎：直線 l の方程式は $y = k(x+8)$ と表すことができるから、これを

$$x^2 + y^2 - 4x - 10y + 4 = 0$$

に代入することで接線を求められそうだね。

花子： x 軸と直線 AQ のなす角のタンジェントに着目することでも求められそうだよ。

(ii) 太郎さんの求め方について考えてみよう。

$y = k(x+8)$ を $x^2 + y^2 - 4x - 10y + 4 = 0$ に代入すると、 x についての 2 次方程式

$$(k^2 + 1)x^2 + (16k^2 - 10k - 4)x + 64k^2 - 80k + 4 = 0$$

が得られる。この方程式が $\boxed{\text{カ}}$ ときの k の値が接線の傾きとなる。

$\boxed{\text{カ}}$ の解答群

- ① 重解をもつ
- ② 異なる二つの実数解をもち、一つは 0 である
- ③ 異なる二つの正の実数解をもつ
- ④ 正の実数解と負の実数解をもつ
- ⑤ 異なる二つの負の実数解をもつ
- ⑥ 異なる二つの虚数解をもつ

(iii) 花子さんの求め方について考えてみよう。

x 軸と直線 AQ のなす角を θ ($0 < \theta \leq \frac{\pi}{2}$) とすると

$$\tan \theta = \frac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}}$$

であり、直線 $y = \boxed{\text{オ}}$ と異なる接線の傾きは

$\tan \boxed{\text{ケ}}$ と表すことができる。

$\boxed{\text{ケ}}$ の解答群

- ① θ
- ② 2θ
- ③ $\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right)$
- ④ $(\theta + \pi)$
- ⑤ $(\theta - \pi)$
- ⑥ $\left(2\theta + \frac{\pi}{2}\right)$
- ⑦ $\left(2\theta - \frac{\pi}{2}\right)$

(iv) 点 A を通る C の接線のうち、直線 $y = \boxed{\text{オ}}$

と異なる接線の傾きを k_0 とする。このとき、(ii)

または (iii) の考え方をを用いることにより

$$k_0 = \frac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}}$$

であることがわかる。

直線 l と領域 D が共有点をもつような k の値の範囲は $\boxed{\text{シ}}$ である。

$\boxed{\text{シ}}$ の解答群

- ① $k > k_0$
- ② $k < k_0$
- ③ $k \geq k_0$
- ④ $0 < k < k_0$
- ⑤ $k \leq k_0$
- ⑥ $0 \leq k \leq k_0$

正答率(%)	アイ	ウ	エ	オ
愛媛	97.0	95.7	76.6	81.8
全国	94.3	92.2	77.2	81.8
差	2.7	3.5	-0.6	0.1

カ	キク	ケ	コサ	シ
57.8	74.9	47.2	25.4	43.9
60.5	77.4	50.6	34.2	51.4
-2.7	-2.5	-3.4	-8.7	-7.5

【考察】

$\boxed{\text{エ}}$ と $\boxed{\text{カ}}$ 以降で全国平均を下回った。 $\boxed{\text{エ}}$ は領域の場所を選択する問題だが、選択肢を見落として内部を選んだのかもしれない。 $\boxed{\text{カ}}$ は円と直線が接するとき、2 次方程式が重解をもつときとつながらなかったのは残念である。(iii) の花子さんの考え方も図をかいてみると解答は見えてくるのだが、図がかけていなかったのかもしれない。

[2] a, b は正の実数であり、 $a \neq 1, b \neq 1$ を満たすとする。太郎さんは $\log_a b$ と $\log_b a$ の大小関係を調べることにした。

(1) 太郎さんは次のような考察をした。

まず、 $\log_3 9 = \boxed{\text{ス}}$ 、 $\log_9 3 = \frac{1}{\boxed{\text{ス}}}$ である。こ

の場合

$$\log_3 9 > \log_9 3$$

が成り立つ。

一方、 $\log_{\frac{1}{4}} \boxed{\text{セ}} = -\frac{3}{2}$ 、 $\log_{\frac{1}{4}} \frac{1}{\boxed{\text{セ}}} = -\frac{2}{3}$ である。

この場合

$$\log_{\frac{1}{4}} \boxed{\text{セ}} < \log_{\frac{1}{4}} \frac{1}{\boxed{\text{セ}}}$$

が成り立つ。

(2) ここで

$$\log_a b = t \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

とおく。

(1) の考察をもとにして、太郎さんは次の式が成り立つと推測し、それが正しいことを確かめることにした。

$$\log_b a = \frac{1}{t} \dots\dots ②$$

①により、である。このことによりが得られ、②が成り立つことが確かめられる。

の解答群

- | | | |
|-------------|-------------|-------------|
| ① $a^b = t$ | ② $a^t = b$ | ③ $b^a = t$ |
| ④ $b^t = a$ | ⑤ $t^a = b$ | ⑥ $t^b = a$ |

の解答群

- | | | |
|-------------------------|-------------------------|-------------------------|
| ① $a = t^{\frac{1}{b}}$ | ② $a = b^{\frac{1}{t}}$ | ③ $b = t^{\frac{1}{a}}$ |
| ④ $b = a^{\frac{1}{t}}$ | ⑤ $t = b^{\frac{1}{a}}$ | ⑥ $t = a^{\frac{1}{b}}$ |

(3) 次に、太郎さんは(2)の考察をもとにして

$$t > \frac{1}{t} \dots\dots ③$$

を満たす実数 $t (t \neq 0)$ の値の範囲を求めた。

太郎さんの考察

$t > 0$ ならば、③の両辺に t を掛けることにより、 $t^2 > 1$ を得る。このような $t (t > 0)$ の値の範囲は $1 < t$ である。

$t < 0$ ならば、③の両辺に t を掛けることにより、 $t^2 < 1$ を得る。このような $t (t < 0)$ の値の範囲は $-1 < t < 0$ である。

この考察により、③を満たす $t (t \neq 0)$ の値の範囲は $-1 < t < 0, 1 < t$

であることがわかる。

ここで、 a の値を一つ定めたとき、不等式

$$\log_a b > \log_b a \dots\dots ④$$

を満たす実数 $b (b > 0, b \neq 1)$ の値の範囲について考える。

④を満たす b の値の範囲は、 $a > 1$ のときは

であり、 $0 < a < 1$ のときはである。

の解答群

- | | |
|------------------------------------|--------------------------------|
| ① $0 < b < \frac{1}{a}, 1 < b < a$ | ② $0 < b < \frac{1}{a}, a < b$ |
| ③ $\frac{1}{a} < b < 1, 1 < b < a$ | ④ $\frac{1}{a} < b < 1, a < b$ |

の解答群

- | | |
|------------------------------------|--------------------------------|
| ① $0 < b < a, 1 < b < \frac{1}{a}$ | ② $0 < b < a, \frac{1}{a} < b$ |
| ③ $a < b < 1, 1 < b < \frac{1}{a}$ | ④ $a < b < 1, \frac{1}{a} < b$ |

(4) $p = \frac{12}{13}, q = \frac{12}{11}, r = \frac{14}{13}$ とする。

次の①～③のうち、正しいものはである。

の解答群

- | |
|--|
| ① $\log_p q > \log_q p$ かつ $\log_p r > \log_r p$ |
| ② $\log_p q > \log_q p$ かつ $\log_p r < \log_r p$ |
| ③ $\log_p q < \log_q p$ かつ $\log_p r > \log_r p$ |
| ④ $\log_p q < \log_q p$ かつ $\log_p r < \log_r p$ |

正答率(%)	ス	セ	ソ	タ	チ	ツ	テ
愛媛	92.1	67.7	83.8	77.6	32.7	24.1	34.3
全国	91.4	75.5	87.6	80.3	35.4	24.7	33.0
差	0.7	-7.8	-3.8	-2.8	-2.7	-0.6	1.4

【考察】

以降で全国平均を下回った。特には、

$$\log_{\frac{1}{4}} \text{セ} = -\frac{3}{2} \text{を } \text{セ} = \left(\frac{1}{4}\right)^{-\frac{3}{2}} = 2^3 \text{とすれば出}$$

てくるのだが、ここで大きく下がっているのは、演習不足と感じられる。以降も $t > \frac{1}{t}$ の解が

$-1 < t < 0, 1 < t$ と与えてくれており、 $\log_a b = t$ とおくと $\log_b a = \frac{1}{t}$ となることも前述されているので、

$\log_a b > \log_b a$ を $-1 < \log_a b < 0, 1 < \log_a b$ とし、底 a で場合分けして考えていくのだが、文字式ばかりでパニックになったと思われる。

第2問

[1] a を実数とし、 $f(x) = x^3 - 6ax + 16$ とおく。

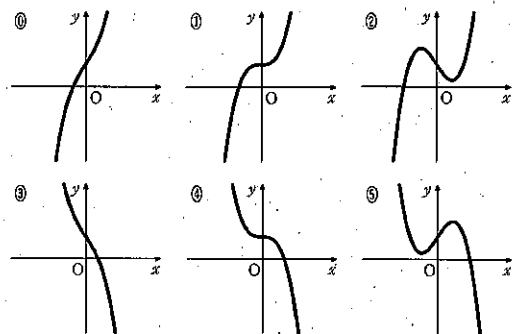
(1) $y = f(x)$ のグラフの概形は

$a = 0$ のとき、

$a < 0$ のとき、

である。

, については、最も適当なものを、次の①～⑥のうちから一つずつ選べ。ただし、同じものを繰り返し選んでもよい。



(2) $a > 0$ とし、 p を実数とする。座標平面上の曲線

$y=f(x)$ と直線 $y=p$ が3個の共有点をもつような p の値の範囲は $\boxed{\text{ウ}} < p < \boxed{\text{エ}}$ である。

$p=\boxed{\text{ウ}}$ のとき、曲線 $y=f(x)$ と直線 $y=p$ は2個の共有点をもつ。それらの x 座標を q, r ($q < r$) とする。曲線 $y=f(x)$ と直線 $y=p$ が点 (r, p) で接することに注意すると

$$q = \boxed{\text{オカ}} \sqrt{\boxed{\text{キ}}} a^{\frac{1}{2}}, r = \sqrt{\boxed{\text{ク}}} a^{\frac{1}{2}}$$

と表せる。

$\boxed{\text{ウ}}, \boxed{\text{エ}}$ の解答群 (同じものを繰り返し選んでもよい。)

- | | |
|---------------------------------|----------------------------------|
| ① $2\sqrt{2}a^{\frac{3}{2}}+16$ | ① $-2\sqrt{2}a^{\frac{3}{2}}+16$ |
| ② $4\sqrt{2}a^{\frac{3}{2}}+16$ | ② $-4\sqrt{2}a^{\frac{3}{2}}+16$ |
| ④ $8\sqrt{2}a^{\frac{3}{2}}+16$ | ④ $-8\sqrt{2}a^{\frac{3}{2}}+16$ |

(3) 方程式 $f(x)=0$ の異なる実数解の個数を n とする。次の ① ~ ⑤ のうち、正しいものは $\boxed{\text{ケ}}$ と $\boxed{\text{コ}}$ である。

$\boxed{\text{ケ}}, \boxed{\text{コ}}$ の解答群 (解答の順序は問わない。)

- | | |
|---------------------|---------------------|
| ① $n=1$ ならば $a < 0$ | ① $a < 0$ ならば $n=1$ |
| ② $n=2$ ならば $a < 0$ | ② $a < 0$ ならば $n=2$ |
| ④ $n=3$ ならば $a > 0$ | ④ $a > 0$ ならば $n=3$ |

正答率(%)	ア	イ	ウ	エ	オーキ	ク	ケコ
愛媛	58.4	32.7	53.8	57.4	32.7	63.0	22.3
全国	63.0	36.8	56.5	55.7	36.4	66.1	25.2
差	-4.6	-4.1	-2.7	1.7	-3.7	-3.1	-2.9

【考察】

この問題も全体的に全国平均を下回った。根号の中に a が入るので、計算力不足もあるかもしれないが、最初のグラフを選ぶ問題はできてほしいところである。

[2] $b > 0$ とし、 $g(x) = x^3 - 3bx + 3b^2$,

$h(x) = x^3 - x^2 + b^2$ とおく。座標平面上の曲線 $y=g(x)$ を C_1 , 曲線 $y=h(x)$ を C_2 とする。

C_1 と C_2 は2点で交わる。これらの交点の x 座標をそれぞれ α, β ($\alpha < \beta$) とすると、 $\alpha = \boxed{\text{サ}}$,

$\beta = \boxed{\text{シス}}$ である。

$\alpha \leq x \leq \beta$ の範囲で C_1 と C_2 で囲まれた図形の面積を S とする。また、 $t > \beta$ とし、 $\beta \leq x \leq t$ の範囲で C_1 と C_2 および直線 $x=t$ で囲まれた図形の面積を T とする。

このとき

$$S = \int_{\alpha}^{\beta} \boxed{\text{セ}} dx$$

$$T = \int_{\beta}^t \boxed{\text{ソ}} dx$$

$$S - T = \int_{\alpha}^t \boxed{\text{タ}} dx$$

であるので

$$S - T = \frac{\boxed{\text{チツ}}}{\boxed{\text{テ}}} (2t^3 - \boxed{\text{ト}} bt^2 + \boxed{\text{ナニ}} b^2 t - \boxed{\text{ヌ}} b^3)$$

が得られる。

したがって、 $S=T$ となるのは $t = \frac{\boxed{\text{ネ}}}{\boxed{\text{ノ}}} b$ のときである。

$\boxed{\text{セ}} \sim \boxed{\text{タ}}$ の解答群 (同じものを繰り返し選んでもよい。)

- | | |
|---------------------|---------------------|
| ① $\{g(x)+h(x)\}$ | ① $\{g(x)-h(x)\}$ |
| ② $\{h(x)-g(x)\}$ | ② $\{2g(x)+2h(x)\}$ |
| ④ $\{2g(x)-2h(x)\}$ | ④ $\{2h(x)-2g(x)\}$ |
| ⑥ $2g(x)$ | ⑥ $2h(x)$ |

正答率(%)	サシス	セソ	タ	チーヌ	ネノ
愛媛	71.3	33.0	22.8	9.9	6.3
全国	70.0	31.9	20.3	9.7	6.9
差	1.2	1.1	2.5	0.2	-0.6

【考察】

この問題は、全国平均より上回るところが多かった。微分法・積分法でよくある形なので、しっかり練習できていたのではないと思われる。ただ、求める面積を積分の形で表すところで正答率自体が大きく下がっているため、グラフの上下関係がしっかり捉えられる指導をしていく必要があると感じられた。

第3問 (選択者 37人/303人)

以下の問題を解答するにあたっては、必要に応じて正規分布表を用いてもよい。

ジャガイモを栽培し販売している会社に勤務する花子さんは、A地区とB地区で収穫されるジャガイモについて調べることになった。

(1) A地区で収穫されるジャガイモには1個の重さが200gを超えるものが25%含まれることが経験的にわかっている。花子さんはA地区で収穫されたジャガイモから400個を無作為に抽出し、重さを計測した。そのうち、重さが200gを超えるジャガイモの個数を表す確率変数を Z とする。このとき Z は二項分布

$B(400, 0. \boxed{\text{アイ}})$ に従うから、 Z の平均(期待値)は $\boxed{\text{ウエオ}}$ である。

(2) Z を(1)の確率変数とし、A地区で収穫されたジャガイモ400個からなる標本において、重さが200gを超えていたジャガイモの標本における比率を $R = \frac{Z}{400}$

とする。このとき、 R の標準偏差は $\sigma(R) = \boxed{\text{カ}}$ である。

標本の大きさ 400 は十分に大きいので、 R は近似的に正規分布 $N(0, \text{アイ}, (\text{カ})^2)$ に従う。

したがって、 $P(R \geq x) = 0.0465$ となるような x の値は キ となる。ただし、 キ の計算においては $\sqrt{3} = 1.73$ とする。

カ の解答群

㉑ $\frac{3}{6400}$	㉒ $\frac{\sqrt{3}}{4}$	㉓ $\frac{\sqrt{3}}{80}$	㉔ $\frac{3}{40}$
--------------------	------------------------	-------------------------	------------------

キ については、最も適当なものを、次の ㉑ ~ ㉔ のうちから一つ選べ。

㉑ 0.209	㉒ 0.251	㉓ 0.286	㉔ 0.395
---------	---------	---------	---------

(3) B地区で収穫され、出荷される予定のジャガイモ 1 個の重さは 100 g から 300 g の間に分布している。B地区で収穫され、出荷される予定のジャガイモ 1 個の重さを表す確率変数を X とするとき、 X は連続型確率変数であり、 X のとり得る値 x の範囲は $100 \leq x \leq 300$ である。

花子さんは、B地区で収穫され、出荷される予定のすべてのジャガイモのうち、重さが 200 g 以上のものの割合を見積もりたいと考えた。そのために花子さんは、 X の確率密度関数 $f(x)$ として適当な関数を定め、それを用いて割合を見積もるという方針を立てた。

B地区で収穫され、出荷される予定のジャガイモから 206 個を無作為に抽出したところ、重さの標本平均は 180 g であった。図 1 はこの標本のヒストグラムである。

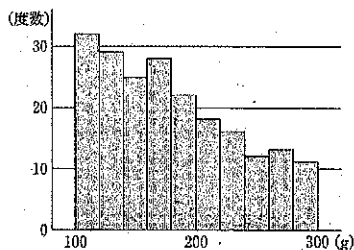


図 1 ジャガイモの重さのヒストグラム

花子さんは図 1 のヒストグラムにおいて、重さ x の増加とともに度数がほぼ一定の割合で減少している傾向に着目し、 X の確率密度関数 $f(x)$ として、1 次関数

$$f(x) = ax + b \quad (100 \leq x \leq 300)$$

を考えることにした。ただし、 $100 \leq x \leq 300$ の範囲で $f(x) \geq 0$ とする。

このとき、 $P(100 \leq X \leq 300) = \text{ク}$ であることから

$$\text{ケ} \cdot 10^4 a + \text{コ} \cdot 10^2 b = \text{ク} \quad \dots\dots \text{①}$$

である。

花子さんは、 X の平均(期待値)が重さの標本平均

180 g と等しくなるように確率密度関数を定める方法を用いることにした。

連続型確率変数 X のとり得る値 x の範囲が $100 \leq x \leq 300$ で、その確率密度関数が $f(x)$ のとき、 X の平均(期待値) m は

$$m = \int_{100}^{300} x f(x) dx$$

で定義される。この定義と花子さんの採用した方法から

$$m = \frac{26}{3} \cdot 10^6 a + 4 \cdot 10^4 b = 180 \quad \dots\dots \text{②}$$

となる。①と②により、確率密度関数は

$$f(x) = -\text{サ} \cdot 10^{-6} x + \text{シス} \cdot 10^{-3} \quad \dots\dots \text{③}$$

と得られる。このようにして得られた③の $f(x)$ は、 $100 \leq x \leq 300$ の範囲で $f(x) \geq 0$ を満たしており、確かに確率密度関数として適当である。

したがって、この花子さんの方針に基づくと、B地区で収穫され、出荷される予定のすべてのジャガイモのうち、重さが 200 g 以上のものは セ % あると見積もることができる。

セ については、最も適当なものを、次の ㉑ ~ ㉔ のうちから一つ選べ。

㉑ 33	㉒ 34	㉓ 35	㉔ 36
------	------	------	------

正答率(%)	アイ	ウエオ	カ	キ
愛媛	81.1	81.1	48.6	27.0
全国	51.3	47.8	32.4	31.8
差	29.8	33.3	16.2	-4.7

ク	ケコ	サ	シス	セ
27.0	13.5	21.6	10.8	37.8
20.1	6.7	18.0	4.3	25.4
7.0	6.8	3.7	6.5	12.4

【考察】

37人しか選択していないので、自信のある人が選択したと考えられる。概ね全国平均を上回っていた。ただ、小数の計算が多いので、演習をしっかり積み重ねる必要がある。

第 4 問 (選択者 281 人/303 人)

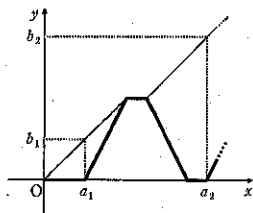
以下のように、歩行者と自転車が自宅を出発して移動と停止を繰り返している。歩行者と自転車の動きについて、数学的に考えてみよう。

自宅を原点とする数直線を考え、歩行者と自転車をその数直線上を動く点とみなす。数直線上の点の座標が y であるとき、その点は位置 y にあるということにする。また、歩行者が自宅を出発してから x 分経過した時点を時刻 x と表す。歩行者は時刻 0 に自宅を出発し、正の向きに毎分 1 の速さで歩き始める。自転車は

時刻2に自宅を出発し、毎分2の速さで歩行者を追いかける。自転車が歩行者に追いつくと、歩行者と自転車はともに1分だけ停止する。その後、歩行者は再び正の向きに毎分1の速さで歩き出し、自転車は毎分2の速さで自宅に戻る。自転車は自宅に到着すると、1分だけ停止した後、再び毎分2の速さで歩行者を追いかける。これを繰り返し、自転車は自宅と歩行者の間を往復する。

$x = a_n$ を自転車が n 回目に自宅を出発する時刻とし、 $y = b_n$ をそのときの歩行者の位置とする。

(1) 花子さんと太郎さんは、数列 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ の一般項を求めるために、歩行者と自転車について、時刻 x において位置 y にいることを O を原点とする座標平面上の点 (x, y) で表すことにした。



$a_1 = 2, b_1 = 2$ により、自転車が最初に自宅を出発するときの時刻と自転車の位置を表す点の座標は $(2, 0)$ であり、そのときの時刻と歩行者の位置を表す点の座標は $(2, 2)$ である。また、自転車が最初に歩行者に追いつくときの時刻と位置を表す点の座標は

$(\text{ア}, \text{ア})$ である。よって

$a_2 = \text{イ}, b_2 = \text{ウ}$

である。

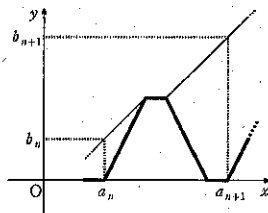
花子：数列 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ の一般項について考える前に、 $(\text{ア}, \text{ア})$ の求め方について整理してみようか。

太郎：花子さんはどうやって求めたの？

花子：自転車が歩行者を追いかけるときに、間隔が1分間に1ずつ縮まっていくことを利用したよ。

太郎：歩行者と自転車の動きをそれぞれ直線の方程式で表して、交点を計算して求めることもできるね。

自転車が n 回目に自宅を出発するときの時刻と自転車の位置を表す点の座標は $(a_n, 0)$ であり、そのときの時刻と歩行者の位置を表す点の座標は (a_n, b_n) である。よって、 n 回目に自宅を出発した自転車が次に歩行者に追いつくときの時刻と位置を表す点の座標は、 a_n, b_n を用いて、 $(\text{エ}, \text{オ})$ と表せる。



$(\text{エ}, \text{オ})$ の解答群 (同じものを繰り返し選んでもよい。)

- | | | |
|----------------|----------------|----------|
| ㉑ a_n | ㉒ b_n | ㉓ $2a_n$ |
| ㉔ $a_n + b_n$ | ㉕ $2b_n$ | ㉖ $3a_n$ |
| ㉗ $2a_n + b_n$ | ㉘ $a_n + 2b_n$ | ㉙ $3b_n$ |

以上から、数列 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ について、自然数 n に対して、関係式

$a_{n+1} = a_n + \text{カ} \cdot b_n + \text{キ} \dots\dots \text{㉑}$

$b_{n+1} = 3b_n + \text{ク} \dots\dots \text{㉒}$

が成り立つことがわかる。まず、 $b_1 = 2$ と ㉒ から

$b_n = \text{ケ} \quad (n = 1, 2, 3, \dots\dots)$

を得る。この結果と、 $a_1 = 2$ および ㉑ から

$a_n = \text{コ} \quad (n = 1, 2, 3, \dots\dots)$

がわかる。

$(\text{ケ}, \text{コ})$ の解答群 (同じものを繰り返し選んでもよい。)

- | | |
|-------------------------------|---|
| ㉑ $3^{n-1} + 1$ | ㉒ $\frac{1}{2} \cdot 3^n + \frac{1}{2}$ |
| ㉓ $3^{n-1} + n$ | ㉔ $\frac{1}{2} \cdot 3^n + n - \frac{1}{2}$ |
| ㉕ $3^{n-1} + n^2$ | ㉖ $\frac{1}{2} \cdot 3^n + n^2 - \frac{1}{2}$ |
| ㉗ $2 \cdot 3^{n-1}$ | ㉘ $\frac{5}{2} \cdot 3^{n-1} - \frac{1}{2}$ |
| ㉙ $2 \cdot 3^{n-1} + n - 1$ | ㉚ $\frac{5}{2} \cdot 3^{n-1} + n - \frac{3}{2}$ |
| ㉛ $2 \cdot 3^{n-1} + n^2 - 1$ | ㉜ $\frac{5}{2} \cdot 3^{n-1} + n^2 - \frac{3}{2}$ |

(2) 歩行者が $y = 300$ の位置に到着するときまでに、自転車が歩行者に追いつく回数は サ 回である。また、

サ 回目に自転車が歩行者に追いつく時刻は、

$x = \text{シスセ}$ である。

正答率(%)	ア	イ	ウ	エ	オ
愛媛	92.9	71.2	60.5	33.5	41.6
全国	88.8	70.9	60.1	35.7	43.1
差	4.1	0.3	0.4	-2.3	-1.5

カキ	ク	ケ	コ	サ	シスセ
33.1	45.9	22.1	17.8	10.3	0.7
35.6	46.2	22.2	16.3	10.5	0.0
-2.5	-0.3	-0.2	1.5	-0.2	0.7

【考察】

エ, オ で降で全国平均を下回っているものがほとんどであった。ア, イ, ウ で $n=1$ から $n=2$ を考えて, エ, オ で一般化して漸化式を作っていくのだが, 図もあるのでもう読み取ってほしいところである。

第5問 (選択者 288人/303人)

平面上の点 O を中心とする半径1の円周上に, 3点 A, B, C があり, $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} = -\frac{2}{3}$ および $\overrightarrow{OC} = -\overrightarrow{OA}$ を満たすとする。 t を $0 < t < 1$ を満たす実数とし, 線分 AB を $t:(1-t)$ に内分する点を P とする。また, 直線 OP 上に点 Q をとる。

(1) $\cos \angle AOB = \frac{\text{アイ}}{\text{ウ}}$ である。

また, 実数 k を用いて, $\overrightarrow{OQ} = k\overrightarrow{OP}$ と表せる。したがって

$$\overrightarrow{OQ} = \text{エ} \overrightarrow{OA} + \text{オ} \overrightarrow{OB} \dots\dots ①$$

$$\overrightarrow{CQ} = \text{カ} \overrightarrow{OA} + \text{キ} \overrightarrow{OB}$$

となる。

\overrightarrow{OA} と \overrightarrow{OP} が垂直となるのは, $t = \frac{\text{ク}}{\text{ケ}}$ のときである。

エ ~ キ の解答群 (同じものを繰り返し選んでもよい。)

- | | | |
|------------|--------------|--------------|
| ① kt | ④ $(k-kt)$ | ⑦ $(kt+1)$ |
| ② $(kt-1)$ | ⑤ $(k-kt+1)$ | ⑧ $(k-kt-1)$ |

以下, $t = \frac{\text{ク}}{\text{ケ}}$ とし, $\angle OCQ$ が直角であるとす

る。(2) $\angle OCQ$ が直角であることにより, (1) の k は

$$k = \frac{\text{コ}}{\text{サ}t - \text{シ}} \dots\dots ②$$

となることがわかる。

平面から直線 OA を除いた部分は, 直線 OA を境に二つの部分に分けられる。そのうち, 点 B を含む部分を D_1 , 含まない部分を D_2 とする。また, 平面から直線 OB を除いた部分は, 直線 OB を境に二つの部分に分けられる。そのうち, 点 A を含む部分を E_1 , 含まな

い部分を E_2 とする。

$0 < t < \frac{\text{ク}}{\text{ケ}}$ ならば, 点 Q は ス。

$\frac{\text{ク}}{\text{ケ}} < t < 1$ ならば, 点 Q は セ。

ス, セ の解答群 (同じものを繰り返し選んでもよい。)

- | |
|------------------------------|
| ① D_1 に含まれ, かつ E_1 に含まれる |
| ② D_1 に含まれ, かつ E_2 に含まれる |
| ③ D_2 に含まれ, かつ E_1 に含まれる |
| ④ D_2 に含まれ, かつ E_2 に含まれる |

(3) 太郎さんと花子さんは, 点 P の位置と $|\overrightarrow{OQ}|$ の関係について考えている。

$t = \frac{1}{2}$ のとき, ①と②により, $|\overrightarrow{OQ}| = \sqrt{\text{ソ}}$ とわかる。

太郎: $t = \frac{1}{2}$ のときにも, $|\overrightarrow{OQ}| = \sqrt{\text{ソ}}$ となる

場合があるかな。

花子: $|\overrightarrow{OQ}|$ を t を用いて表して,

$|\overrightarrow{OQ}| = \sqrt{\text{ソ}}$ を満たす t の値について考えればよいと思うよ。

太郎: 計算が大変そうだね。

花子: 直線 OA に関して, $t = \frac{1}{2}$ のときの点 Q と対

称な点を R としたら, $|\overrightarrow{OR}| = \sqrt{\text{ソ}}$ となるよ。

太郎: \overrightarrow{OR} を \overrightarrow{OA} と \overrightarrow{OB} を用いて表すことができれば, t の値が求められそうだね。

直線 OA に関して, $t = \frac{1}{2}$ のときの点 Q と対称な点を R とすると

$$\overrightarrow{CR} = \text{タ} \overrightarrow{CQ}$$

$$= \text{チ} \overrightarrow{OA} + \text{ツ} \overrightarrow{OB}$$

となる。

$t = \frac{1}{2}$ のとき, $|\overrightarrow{OQ}| = \sqrt{\text{ソ}}$ となる t の値は

テ
ト である。

正答率(%)	アイウ	エオ	カキ	クケ	コサシ
愛媛	83.0	75.0	52.8	42.4	25.0
全国	82.7	72.5	53.2	47.0	27.7
差	0.3	2.5	-0.5	-4.6	-2.7

ス	セ	ソ	タ	チツ	テト
13.2	15.6	10.8	11.1	18.8	3.5
14.1	18.4	13.1	11.0	14.5	3.9
-0.9	-2.7	-2.4	0.1	4.3	-0.5

【考察】

「カ」「キ」以降で全国平均を下回っている。

$\vec{OQ} = (k-kt)\vec{OA} + kt\vec{OB}$ をその手前で求めているので、 $\vec{CQ} = \vec{OQ} - \vec{OC} = (k-kt)\vec{OA} + kt\vec{OB} + \vec{OA}$
 $= (k-kt+1)\vec{OA} + kt\vec{OB}$ とするところだが、ベクトルの基本変形ができてないのは残念である。また、大き

く全国平均を下回っている「ク」「ケ」と

「コ」「サ」「シ」は、ともに垂直条件から内積=0として求めるところで、ベクトルでは頻出問題である。苦手意識が強いのか時間不足かはわからないが、注視したいところである。

3 研究のまとめと今後の課題

今回の研究を通して感じたことをまとめさせてもらおう。私見であるがご容赦願いたい。

(i) 計算力の育成

今年度の共通テストでは、データの分析、整数の性質、確率分布と統計的な推測の分野で桁の大きい数値計算を求められた。普段のテストなどでは、答がきれいになるように数値を調整する先生が多いと思われるが、データの分析や統計では、現実の数値を使う場面が多くなってくると思うので、そういった計算力も必要になってくると考えられる。また、全国平均を下回っていた三角関数や指数関数・対数関数の分野のような特殊な計算が必要とされるころはしっかり練習させていきたい。

(ii) 読解力の育成

県平均が全国平均を下回ったところを見てみると、問題の誘導に乗れていなかったり、問題文から図がかけていなかった、図から特徴を捉えられなかったなどが見受けられた。特に、図形の性質やベクトルのような性質を捉えて適当な図をかいて考える問題で正答率の低さが目立った。私自身も今後の指導で取り入れていく必要を感じた。また、共通テストに関しては、全体的にどんどん文章量が多くなってきている。試験は時間が限られているので、必要なことを的確に読み取る練習も必要になってくるであろう。

う。個人で問題を作るのは大変であるが、部会では2019年度から共通テストをイメージした問題を部会誌に載せているので、活用していただけるとありがたい。

(iii) 思考力の育成

関数の分野では、文字係数のままで文字の値を変化させたときのグラフの変化や位置関係を考えさせる問題がいくつか見られた。また、ベクトルでも文字の範囲から点の存在範囲を考えさせる問題があった。コンピュータで文字を変化させたときの図の変化を表すことは指導でも取り入れやすくなってきたが、そこから文字係数の表す意味を考えさせ、自分で表せるようにしていく必要性を感じた。また、誘導から発想を切り替えたり広げたりする流れもあったので誘導から作成者の意図を考える練習も必要であると思われる。

全体的に、思考力や発想力が必要とされるところで、県平均が全国平均を下回っている傾向が感じられた。私自身も、研修や授業改善を進め、新課程で求められている力を育成するための授業を行えるようにしていきたい。