平成２５年度大学入試センター試験アンケートの分析

愛媛県立三　　島高等学校　脇　　智城
愛媛県立新居浜西高等学校　青野　洋介
愛媛県立松 山 東高等学校　兵頭　道淳

１　はじめに

大学入試研究委員会では、県内の高校生に対して、昭和63年度入試から共通一次試験、平成２年度入試からは大学入試センター試験に関するアンケートを毎年実施している。このアンケートの結果を分析し、数学の指導方法について研究を続けてきた。今回も昨年度に続き意識調査のアンケートを「数学Ⅰ・数学Ａ」「数学Ⅱ・数学Ｂ」の科目別に行った。

今年度の大学入試センター試験は、志願者が573,344人（昨年度555,537人）で、昨年度と比べて17,807人増加した。受験率は94.75%（昨年度94.74%）とほぼ昨年度なみであった。

受験者数は、「数学Ⅰ・数学Ａ」が 398,447 人（昨年度384,818人）、「数学Ⅱ・数学Ｂ」が359,486人（昨年度349,438人）と昨年と比べ増加した。平均点は「数学Ⅰ・数学Ａ」が51.20点（昨年度69.97点）、「数学Ⅱ・数学Ｂ」が55.64点（昨年度51.16点）であった。（数字は大学入試センター発表）

「数学Ⅰ・数学Ａ」「数学Ⅱ・数学Ｂ」ともに大問構成、配点ともに昨年度と比べ変化はなかった。

「数学Ⅰ・数学Ａ」は、計算量は昨年並みであるが、目新しい問題や思考力を要する問題が多く、昨年度より平均点が18点低くなり、全体として難化した。

「数学Ⅱ・数学Ｂ」は計算量がやや少なく、昨年度より平均点が４点増加し、やや易化した。

２　アンケートの概要

大学入試研究委員会では、例年、愛媛県内各高校の協力を得て、現役高校生の実態を調査している。

アンケートはセンター試験の各設問別に正答、誤答、無答を記入する問題編と、受験生がセンター試験を受験しての意識を問うアンケート編の２部構成となっている。今回のアンケートは県内 1940 名の受験生の協力を得ることができた。また、アンケートはセンター試験直後に実施していただいた。

なお、表中の愛媛県平均点は、アンケートによる結果であり、全県下の受験生の平均点ではない。

表１　平均点比較

	愛　媛		全　国	
数学ⅠＡ	49.6	(71.0)	51.20	(69.97)
数学ⅡＢ	52.4	(48.8)	55.64	(51.16)

（　）は、前年度の平均点を表す。
全国平均は大学入試センター発表

表２　全国平均点、愛媛県平均点の推移

数学Ⅰ・Ａ	愛　媛	全　国	差
H16	72.4	70.2	2.2
H17	71.7	69.4	2.3
H18	68.6	62.4	6.2
H19	59.5	54.1	5.4
H20	71.6	66.3	5.3
H21	68.0	64.0	4.0
H22	49.4	49.0	0.4
H23	70.6	66.0	4.6
H24	71.0	70.0	1.0
H25	49.6	51.2	-1.6

数学Ⅱ・Ｂ	愛　媛	全　国	差
H16	43.8	45.7	-1.9
H17	51.5	52.5	-1.0
H18	60.3	57.7	2.6
H19	49.5	48.9	0.6
H20	51.9	51.0	0.9
H21	49.3	50.9	-1.6
H22	55.2	57.1	-1.9
H23	53.0	52.5	0.5
H24	48.8	51.2	-2.4
H25	52.4	55.6	-3.2

表１は本アンケートによる本県の平均点と大学入試センターが発表している平均点の比較である。

結果は、表２のとおりであるが、「数学Ⅰ・数学Ａ」、「数学Ⅱ・数学Ｂ」ともに全国平均を下回っている。表２にあるように、特に「数学Ⅰ・数学Ａ」が全国平均を下回ったのは過去１０年間で初めてのことである。「数学Ⅱ・数学Ｂ」においても、全国平均との差は過去１０年間で最大である。このように、本年度のセンター試験の結果は過去にないほどの厳しい結果となった。

３　センター試験の全体的傾向

(1)　数学Ⅰ・数学Ａ

大問構成・出題形式・配点等は昨年度と同様である。第１問【1】における命題の問題では図形を素材とした問題、第２問の２次関数では、条件から２次関数を立式する問題、第３問では、幾何の性質を取り扱う問題などの例年と傾向

の異なる問題が出題され、計算量は多くないが、その分、思考力を問われる問題によって多くの受験生が戸惑ったのではないかと考えられる。その結果、第２問、第３問の平均点は昨年度と比較して、それぞれ－6.1 点、－13.0 点という大変厳しい結果となった。第４問は昨年と同様で計算量も少なく、誘導もよく、解きやすかった。

第２問、第３問に共通するのは図形絡みということである。

表３　大問別平均点および得点率

問題番号 （配点）	平均点	得点率
第１問（20） 方程式と不等式・ 集合と論理	14.3 (14.0)	71.5% (70.0%)
第２問（25） ２次関数	10.9 (17.0)	43.6% (68.0%)
第３問（30） 図形と計量 平面図形	7.2 (20.2)	24.0% (67.4%)
第４問（25） 場合の数 確率	17.2 (19.9)	68.8% (79.4%)

（　）は、前年度を表す。

問題ごとの分析を行う。

第１問「方程式と不等式・集合と論理」

［１］分母に無理数を含む分数の計算問題である。誘導が丁寧で計算量も少ないので、容易に解くことができる。アンケート結果からも、$\boxed{\text{オ}}$までの正答率が 85%を上回っており、どの受験生にとっても取り組みやすい問題であった。しかし、$\boxed{\text{カキ}}$の正答率が 60%以下であることは少し残念なことでもある。与えられた条件からすると、奇抜な発想を必要とするわけでもないので、解けなくてはいけない問題である。

［２］三角形に関する３つの条件とその否定を用いた命題の問題である。(1)や(2)を活用して(3)に取り組むことができれば正解へのポイントである。命題の対偶やド・モルガンの法則についての確認が必要であった。$\boxed{\text{ケ}}$、$\boxed{\text{コ}}$ の正答率は 50%を下回り、苦戦したようである。全体的にそうであるように、図形に対する知識・感覚が不十分であるように感じられる。問題量、計算量ともに標準的であった。

第２問「２次関数」

座標平面上の２直線上を動く２点によってできる直角三角形の面積の和を題材とした問題である。(1)では、条件から受験者自ら２次関数を立式する設問であり、目新しく、受験生は戸惑ったかもしれない。実際、$\boxed{\text{イウエオカ}}$の正答率は 63.7%と低く、その後の設問に大きく影響を与えた結果となり、全体的な正答率も昨年を大きく下回る結果となってしまった。

(1)の後半は最大・最小の問題では、定義域が幅一定で、両端に文字を含む場合の頻出パターンであった。(2)は２次関数の平行移動に関する問題で、例年通りの出題傾向であった。放物線が原点を通ることや、２次の係数に注意して放物線を表すことができたかがポイントとなった。

問題量・計算量ともに多くはなかったが、前半の立式でつまずき、やや難化したと感じた者が多かったかもしれない。

第３問「図形と計量」

直角三角形の外接円、内接円、２辺に接する円の位置関係に関する問題である。平面幾何の内容が多く含まれるような設問となった。前半の OD を求める$\boxed{\text{ウエオカ}}$でつまずき、大きく得点を落とす結果となった。図形の対称性などを見抜く力が必要とされ、幾何的な問題が苦手な受験生にとっては苦戦した問題であった。本県の結果としても平均点が 7.2 点と、ここで大きな差がいた。$\boxed{\text{チツ}}$以後の、数値を求める設問の正答率はすべて 10%を下回り、$\boxed{\text{ニ}}$、$\boxed{\text{ホ}}$のような選択肢から選ぶ設問のみ 25%、39%の正答率であり、まさに、平面幾何に関する力不足を痛感する結果である。

与えられた図形を自ら描き、それぞれの条件に基づいてその図形の特徴を把握し、考えていくような練習を日ごろからしておかなければいけない。

問題量・計算量ともに昨年並みであったが、幾何的な思考力が昨年よりも多く問われる設問が増え、難化した。

第４問「場合の数・確率」

１から４までの数字を、重複を許して並べてできる４桁の自然数についての問題である。教科書や各種問題集等でもよく扱われるような設定であり、解きやすかった。誘導も丁寧で、得点を与えるルールも分かりやすかった。期待値の計算は残りの事象の確率を、余事象を使って求めるなど、全体を通して取り組みやすかった。

問題量・計算量ともに昨年と同様であった。

(2)　数学Ⅱ・数学Ｂ

大問構成・出題形式・配点等は昨年度と同様であるが、昨年度と比較すると全体的に問題量は減少し、難易度もやや易化した。例年、第１問で「三角関数」が出題されていたが、今年は「図形と方程式」が出題された。全体的には、標準的な問題量であり、昨年度よりも難易度はやや易化した。第３問～第６問の選択問題の選択組合せとしては、例年通りであるが、数列・ベクトルの選択が 90.4%と圧倒的に多かった。

表４　選択問題をいつ選んだか

選択した問題のみを解いた	選択した問題以外も解いてみて、自信のある問題を解答した
97.3%	2.6%

表５　大問別平均点および得点率

問題番号（配点）	平均点（点）	得点率（%）
第１問（30）いろいろな関数	16.9 (13.8)	56.3 (46.0)
第２問（30）微分法・積分法	16.5 (17.5)	55.0 (58.2)
第３問（20）数列	10.8 (10.5)	54.0 (52.6)
第４問（20）ベクトル	8.3 (7.2)	41.5 (35.8)
第５問（20）統計	8.6 (7.3)	43.0 (36.3)
第６問（20）数値計算とコンピュータ	2.4 (6.0)	12.0 (30.0)

表６　選択問題の組合せパターン

組合せパターン	割合
第３問と第４問（数列＋ベクトル）	90.4%
第３問と第５問（数列＋統計）	2.2%
第３問と第６問（数列＋数値計算とコンピュータ）	0.4%
第４問と第５問（ベクトル＋統計）	5.7%
第４問と第６問（ベクトル＋数値計算とコンピュータ）	0.4%
第５問と第６問（統計＋数値計算とコンピュータ）	1.0%

第１問「いろいろな関数」

［１］内分点、外分点、垂直二等分線を利用して３点を通る円の方程式を求め、円と x 軸の交点についての問題である。「図形と方程式」の内容であった。(1)では、内分点の公式活用と、外分点の公式活用で約 8%の差があったことに驚いた。そのことによって、(2)の法線の方程式の正答率の低さに影響が出たと考えられる。例年の出題分野とは異なり、戸惑った受験生もいたと思うが、基本的な公式や性質を理解していれば十分対応できる設問であった。

［２］指数関数を含む連立方程式に関する問題である。指数法則等を利用し、誘導にのって丁寧に計算を進めていけば、解き進めることができる。

問題量、計算量ともに昨年よりも少なかった。

第２問「微分法・積分法」

３次関数の極値、接線、法線、放物線と直線で囲まれた部分の面積についての問題である。微分法・積分法について広範囲に渡る内容の出題であり基本的な計算力が問われた。前半と比べ、後半からの面積が絡む計算では、正答率が 25%程度低い。この分野においての面積計算のほとんどは、公式 $\int_{\alpha}^{\beta}(x-\alpha)(x-\beta)dx=-\frac{1}{6}(\beta-\alpha)^3$ の活用によって計算をしなくてはならない。力技だけの計算ではなく、効率よく計算を進めていく練習が必要である。

全体的には標準的な難易度であり、問題量・計算量ともにやや少なかった。

第３問「数列」

(1)は教科書通りの隣接 2 項間の漸化式であり､解きやすかったと思われるが、$\boxed{\text{ウエ}}$の正答率がその前後と比べて低いのは、指数の計算が曖昧な受験生がいたのではないかと考えられる。そのため、その後の和の計算の$\boxed{\text{キクケ}}$も等比数列の和の公式を用いるだけであるが、正答率が 33.4%と低い。記述式ではあまり問われないような、マーク形式独特の答え方に対する式変形の練習が必要である。

(2)は４項間の漸化式から具体的に項を求め､一般項を推測させ、それを数学的帰納法で証明させる設問であった。目新しい形式ではあったが、結果はある程度見えているので、b や c の添え字に注意しながら誘導に従っていけば進めていくことはできる。

昨年度より、計算量は少なかったが、数学的帰納法の証明によってつまずいた受験生も多く、やや難化した。

第４問「ベクトル」

例年の空間ベクトルの問題ではなく、平行四辺形を題材とした平面ベクトルの問題であり､2006 年度以来の出題である。内分、内積、交点のベクトル、面積比の計算等、誘導に従って十分解き進めることができる標準的な問題である。

(1)で垂直条件から t を表す$\boxed{\text{カキクケ}}$に到達できれば、(2)は丁寧な誘導であるので、容易な $\cos\theta$ の不等式であり、解答できる。(3)の交点のベクトル$\overrightarrow{OF}$や面積比の計算は頻出である。教科書レベルからの問題演習を十分積んでパターン慣れをしてほしい。正答率 10%以下というのは少し残念である。

問題量、計算量ともに昨年よりもやや少なく、易化した。

第５問「統計とコンピュータ」
10 人の生徒の国語、英語、数学の小テストの得点を題材とした問題である。

(1)～(3)は国語と英語の小テストの得点から、平均値、分散、中央値、相関図、相関係数を求める教科書程度の基本的な問題である。

(4)では、国語と数学の小テストの得点から平均値を求め、分散を与えられた方法に従って求める問題。用語の意味を正しく理解し、誘導に従って解き進めることが求められた。データの個数も多くなく、計算しやすい設定であり、取り組みやすかった。

第６問「数値計算とコンピュータ」
10 進法を３進法に変換するプログラムの問題である。上の位の数から出力するプログラムと下の位から出力するプログラムを出題しており、目新しい。また、プログラムの中で対数関数を使用している点も目新しい。説明の文章が多少長いものの、プログラム自体の内容は理解しやすい。
昨年度同程度の難易度で取り組みやすかった。

４　研究のまとめと今後の課題

今年度の出題傾向とアンケート結果から次のことが考えられる。

(1)　図形に対する実践力の強化

今年度のセンター試験では、図形が絡む設問としては、数学Ⅰ・Aの第１問〔２〕、第２問、第３問、数学Ⅱ・Bの第１問〔１〕、第４問である。そして、そのどの設問においても、本県受験生の正答率は極めて低いということがアンケート結果からも分かる。それらは、知識だけを問う問題ではなく、考え方を見る問題であると受験生自身も感じている。図形の問題に対しては、なるべく正確で見やすい図をかくことが重要であり、我々は生徒に必ず図をかくよう指導する。しかし、ただ図をかけという指導だけではなく、どのように図をかくのかを生徒に考えさせ、その図から何を読み取るかを生徒とともに考え、見せることも必要ではないだろうか。

(2)　基本的計算力の強化

各大問においての複雑な計算（例えば、数学Ⅱ・Bの第２問の面積計算、第４問の内積の計算等）になると、正答率が大幅に低くなるという結果が出ている。ある程度の方向性は定まっていても計算ミスにより失点している受験生が多い。計算力は急に身に付くものではなく、日々の練習によってのみ培われていくものである。計算力は大学受験に関わらず身に付けさせたい力である。高校３年生になってからというわけではなく、低学年次からの継続的な指導が必要不可欠である。

(3)　新課程入試への対応

平成 27 年度入試から新課程対応入試となる。焦点は、数学Ⅰの「データの分析」、数学Aの「整数の性質」の取り扱いではないだろうか。先日、大学入試センターによる発表もあったが、現段階では、第１問の中で中問のような扱いで出題されるのではないかと考えられる。問題形式としては、数学Ⅱ・B の第５問のようなものだろうと思われる。基本的な用語の意味や計算を中心に確認しておくことが必要である。また、数学 A の３分野からは２分野履修対応での選択問題となるので、各校の実施の実状に合わせて対策を立ててほしい。

最後に、冒頭でも記したように、今年度のアンケートによると、今年度の愛媛県全体の結果は、大変厳しいものとなった。この現状を我々が真摯に受け止め、今後の教科指導に取り組んでいかなければならない。

平成 25 年度大学入試センター試験　アンケート集計結果

数学Ⅰ・A

１　問題は全体として、教科書の節末・章末問題と比べ

	人数	%
やさしかった	13	0.7
同じ程度だった	107	5.5
むずかしかった	1820	93.8

２　この程度の問題ならば

	人数	%
教科書中心の授業で十分	115	5.9
受験準備が必要	1800	92.8

３　出題数は

	人数	%
少なすぎる	13	0.7
ちょうどよい	1085	55.9
多すぎる	842	43.4

４　出題分量に対して、時間は

	人数	%
少なすぎる	1255	64.7
ちょうどよい	554	28.6
多すぎる	131	6.8

５　問題の傾向についてみると

	人数	%
知識を問う傾向	142	7.3
考え方を見る傾向	1284	66.2
知識と考え方のバランスがとれている	514	26.5

6　解答形式（マークセンス方式）について、その練習は

	人数	%
しなくてもよい	297	15.3
少しはしたほうがよい	1167	60.2
大いにしなければならない	476	24.5

自己採点結果

第１問	正答	誤答	無答
ｱ	97.7%	1.8%	0.5%
ｲｳ	88.2%	10.7%	1.1%
ｴｵ	88.6%	10.1%	1.3%
ｶｷ	57.6%	36.0%	6.4%
ｸ	87.6%	10.4%	2.0%
ｹ	64.9%	31.5%	3.6%
ｺ	47.3%	48.6%	4.2%
ｻ	45.6%	49.4%	5.1%

第２問	正答	誤答	無答
ｱ	91.6%	7.3%	1.0%
ｲｳｴｵｶ	63.7%	29.2%	7.1%
ｷｸ	62.2%	29.8%	8.0%
ｹｺｻｼ	54.8%	32.8%	12.4%
ｽｾｿﾀ	50.8%	31.3%	17.8%
ﾁﾂﾃ	28.9%	41.9%	29.2%
ﾄﾅ	6.1%	55.5%	38.4%
ﾆﾇﾈ	3.4%	52.5%	44.1%
ﾉﾊﾋﾌ	3.0%	49.9%	47.1%

第３問	正答	誤答	無答
ｱｲ	86.1%	10.7%	3.2%
ｳｴｵｶ	27.5%	47.7%	24.8%
ｷｸ	25.5%	50.3%	24.2%
ｹｺｻ	16.5%	50.8%	32.7%
ｼｽｾｿﾀ	13.4%	44.7%	41.9%
ﾁﾂ	9.4%	53.0%	37.6%
ﾃﾄﾅ	8.4%	46.4%	45.2%
ﾆ	25.7%	51.6%	22.7%
ﾇﾈﾉﾊ	3.1%	47.1%	49.8%
ﾋﾌﾍ	4.8%	45.7%	49.5%
ﾎ	39.4%	36.8%	23.8%
第４問	正答	誤答	無答
ｱｲｳ	94.4%	4.6%	1.0%
ｴｵ	96.2%	3.0%	0.8%
ｶ	95.5%	3.4%	1.1%
ｷ	90.6%	7.6%	1.8%
ｸｹ	81.3%	15.8%	2.8%
ｺｻｼ	89.0%	8.1%	2.8%
ｽｾｿ	69.3%	24.4%	6.3%
ﾀﾁﾂ	37.0%	51.6%	11.4%
ﾃﾄﾅ	30.7%	53.0%	16.3%
ﾆﾇ	29.8%	47.6%	22.6%

数学Ⅱ・Ｂ

1　問題は全体として、教科書の節末・章末問題と比べ

	人数	%
やさしかった	161	8.3
同じ程度だった	721	37.2
むずかしかった	1058	54.5

2　この程度の問題ならば

	人数	%
教科書中心の授業で十分	532	27.4
受験準備が必要	1389	71.6

3　出題数は

	人数	%
少なすぎる	17	0.9
ちょうどよい	969	49.9
多すぎる	954	49.2

4　出題分量に対して、時間は

	人数	%
少なすぎる	1151	59.3
ちょうどよい	644	33.2
多すぎる	145	7.5

5　問題の傾向についてみると

	人数	%
知識を問う傾向	343	17.7
考え方を見る傾向	711	36.6
知識と考え方のバランスがとれている	886	45.7

6　解答形式（マークセンス方式）について、その練習は

	人数	%
しなくてもよい	298	15.4
少しはしたほうがよい	1166	60.1
大いにしなければならない	476	24.5

7　どの問題を選択しましたか

	人数	%
第３問と第４問	1754	90.4
第３問と第５問	42	2.2
第３問と第６問	7	0.4
第４問と第５問	111	5.7
第４問と第６問	7	0.4
第５問と第６問	19	1.0

８　選択問題について

	人数	%
選択した問題のみを解いてマークした	1895	97.7
選択した問題以外も解いて、自信のある解答をマークした	41	2.1

自己採点結果

第１問	正答	誤答	無答
ｱｲ	88.8%	9.7%	1.5%
ｳｴｵ	80.9%	15.8%	3.3%
ｶｷｸ	70.4%	24.8%	39.1%
ｹ	53.5%	39.1%	7.4%
ｺｻ	50.1%	37.0%	12.9%
ｼｽ	47.9%	37.9%	14.2%
ｾ	29.5%	56.4%	14.1%
ｿ	79.0%	16.5%	4.5%
ﾀﾁﾂ	50.6%	34.3%	15.1%
ﾃﾄﾅ	47.0%	33.4%	19.6%
ﾆ	75.5%	9.4%	15.1%
ﾇﾈ	60.4%	21.6%	18.0%
ﾉ	42.3%	37.3%	20.5%
ﾊ	51.6%	28.4%	20.0%

第２問	正答	誤答	無答
ｱｲ	87.1%	11.3%	1.6%
ｳｴ	84.6%	13.6%	1.8%
ｵ	87.6%	10.7%	1.7%
ｶｷ	86.1%	11.8%	2.1%
ｸｹｺ	54.9%	34.3%	10.8%
ｻｼｽ	59.1%	28.7%	12.2%
ｾｿ	58.3%	28.6%	13.1%
ﾀﾁﾂﾃ	32.0%	43.6%	24.4%
ﾄﾅ	32.4%	42.4%	25.3%
ﾆﾇ	12.5%	50.2%	37.4%
ﾈﾉ	12.7%	49.6%	37.7%

第３問	正答	誤答	無答
ｱｲ	78.4%	18.8%	2.9%
ｳｴ	68.0%	23.7%	8.3%
ｵｶ	70.4%	21.6%	8.0%
ｷｸｹ	33.4%	49.1%	17.4%
ｺｻ	64.0%	20.9%	15.1%
ｼ	83.1%	10.4%	6.5%
ｽｾ	77.8%	14.8%	7.4%
ｿ	88.3%	7.3%	4.5%
ﾀﾁ	20.6%	50.2%	29.2%
ﾂﾃ	24.2%	45.2%	30.6%
ﾄﾅﾆ	16.2%	48.6%	35.2%
ﾇ	50.3%	26.0%	23.7%

第４問	正答	誤答	無答
ｱｲ	80.1%	17.1%	2.8%
ｳｴ	87.8%	10.2%	2.0%
ｵ	86.7%	10.6%	2.7%
ｶｷｸｹ	55.9%	32.7%	11.4%
ｺ	49.6%	34.7%	15.8%
ｻｼ	42.4%	39.8%	17.7%
ｽｾ	56.5%	24.4%	19.1%
ｿﾀﾁﾂ	8.3%	55.9%	35.7%
ﾃ	28.9%	40.1%	31.0%
ﾄﾅﾆﾇ	12.7%	43.1%	44.3%
ﾈﾉﾊ	5.8%	46.5%	47.6%

第５問	正答	誤答	無答
ｱｲ	97.3%	2.7%	0.0%
ｳｴｵ	58.1%	37.8%	4.1%
ｶｷ	80.4%	17.6%	2.0%
ｸｹ	86.5%	9.5%	4.1%
ｺ	75.7%	20.3%	4.1%
ｻｼ	77.7%	16.9%	5.4%
ｽ	83.8%	12.2%	4.1%
ｾｿﾀﾁ	2.7%	64.2%	33.1%
ﾂﾃﾄ	23.6%	42.6%	33.8%
ﾅﾆﾇﾈﾉ	0.7%	52.7%	46.6%
ﾊ	26.4%	39.9%	33.8%
ﾋﾌﾍ	0.0%	52.7%	47.3%

第６問	正答	誤答	無答
ｱｲ	15.4%	73.1%	11.5%
ｳ	0.0%	80.8%	19.2%
ｴ	3.8%	76.9%	19.2%
ｵ	3.8%	80.8%	15.4%
ｶｷｸｹ	11.5%	73.1%	15.4%
ｺ	0.0%	80.8%	19.2%
ｻ	15.4%	65.4%	19.2%
ｼ	30.8%	61.5%	7.7%
ｽｾ	3.8%	73.1%	23.1%
ｿ	34.6%	46.2%	19.2%

センター試験　【数学Ⅰ・数学A、数学Ⅱ・数学B】
平成２５年１月２０日実施　各６０分　各１００点

【数学Ⅰ・数学A】

第1問 (配点 20)

〔1〕 $A=\dfrac{1}{1+\sqrt{3}+\sqrt{6}}$,　$B=\dfrac{1}{1-\sqrt{3}+\sqrt{6}}$ とする。

このとき

$$AB=\frac{1}{(1+\sqrt{6})^2-\boxed{ア}}=\frac{\sqrt{6}-\boxed{イ}}{\boxed{ウ}}$$

であり，また

$$\frac{1}{A}+\frac{1}{B}=\boxed{エ}+\boxed{オ}\sqrt{6}$$

である。以上により

$$A+B=\frac{\boxed{カ}-\sqrt{6}}{\boxed{キ}}$$

となる。

(数学Ⅰ・数学A第1問は次ページに続く。)

〔2〕 三角形に関する条件 p, q, r を次のように定める。

p：三つの内角がすべて異なる

q：直角三角形でない

r：45° の内角は一つもない

条件 p の否定を $\overline{p}$ で表し，同様に $\overline{q}$, $\overline{r}$ はそれぞれ条件 q, r の否定を表すものとする。

(1) 命題「$r \Longrightarrow$ (p または q)」の対偶は「 $\boxed{ク} \Longrightarrow \overline{r}$ 」である。

$\boxed{ク}$ に当てはまるものを，次の⓪～③のうちから一つ選べ。

⓪ (p かつ q)　① ($\overline{p}$ かつ $\overline{q}$)
② ($\overline{p}$ または q)　③ ($\overline{p}$ または $\overline{q}$)

(2) 次の⓪～④のうち，命題「(p または q) $\Longrightarrow r$ 」に対する反例となっている三角形は $\boxed{ケ}$ と $\boxed{コ}$ である。

$\boxed{ケ}$ と $\boxed{コ}$ に当てはまるものを，⓪～④のうちから一つずつ選べ。ただし，$\boxed{ケ}$ と $\boxed{コ}$ の解答の順序は問わない。

⓪ 直角二等辺三角形
① 内角が 30°, 45°, 105° の三角形
② 正三角形
③ 三辺の長さが 3，4，5 の三角形
④ 頂角が 45° の二等辺三角形

(3) r は (p または q) であるための $\boxed{サ}$。

$\boxed{サ}$ に当てはまるものを，次の⓪～③のうちから一つ選べ。

⓪ 必要十分条件である
① 必要条件であるが，十分条件ではない
② 十分条件であるが，必要条件ではない
③ 必要条件でも十分条件でもない

第2問 (配点 25)

座標平面上にある点Pは，点A(－8，8)から出発して，直線 $y=-x$ 上を x 座標が1秒あたり2増加するように一定の速さで動く。また，同じ座標平面上にある点Qは，点PがAを出発すると同時に原点Oから出発して，直線 $y=10x$ 上を x 座標が1秒あたり1増加するように一定の速さで動く。出発してから t 秒後の2点P，Qを考える。点PがOに到達するのは $t=\boxed{ア}$ のときである。以下，$0<t<\boxed{ア}$ で考える。

(1) 点Pと x 座標が等しい x 軸上の点をP′，点Qと x 座標が等しい x 軸上の点をQ′とおく。△OPP′と△OQQ′の面積の和 S を t で表せば

$$S=\boxed{イ}t^2-\boxed{ウエ}t+\boxed{オカ}$$

となる。これより $0<t<\boxed{ア}$ においては，$t=\dfrac{\boxed{キ}}{\boxed{ク}}$ で S は最小値 $\dfrac{\boxed{ケコサ}}{\boxed{シ}}$ をとる。

(数学Ⅰ・数学A第2問は次ページに続く。)

次に，a を $0<a<\boxed{ア}-1$ を満たす定数とする。以下，$a\leqq t\leqq a+1$ における S の最小・最大について考える。

(i) S が $t=\dfrac{\boxed{キ}}{\boxed{ク}}$ で最小となるような a の値の範囲は

$$\frac{\boxed{ス}}{\boxed{セ}}\leqq a\leqq\frac{\boxed{ソ}}{\boxed{タ}}$$ である。

(ii) S が $t=a$ で最大となるような a の値の範囲は $0<a\leqq\dfrac{\boxed{チ}}{\boxed{ツテ}}$ である。

(2) 3点O，P，Qを通る2次関数のグラフが関数 $y=2x^2$ のグラフを平行移動したものになるのは，$t=\dfrac{\boxed{ト}}{\boxed{ナ}}$ のときであり，x 軸方向に $\dfrac{\boxed{ニヌ}}{\boxed{ネ}}$，$y$ 軸方向に $\dfrac{\boxed{ノハヒ}}{\boxed{フ}}$ だけ平行移動すればよい。

第3問 (配点 30)

点Oを中心とする半径3の円Oと，点Oを通り，点Pを中心とする半径1の円Pを考える。円Pの点Oにおける接線と円Oとの交点をA，Bとする。また，円Oの周上に，点Bと異なる点Cを，弦ACが円Pに接するようにとる。弦ACと円Pの接点をDとする。このとき

$$\mathrm{AP}=\sqrt{\boxed{アイ}},\qquad \mathrm{OD}=\frac{\boxed{ウ}\sqrt{\boxed{エオ}}}{\boxed{カ}}$$

である。さらに，$\cos\angle\mathrm{OAD}=\dfrac{\boxed{キ}}{\boxed{ク}}$ であり，$\mathrm{AC}=\dfrac{\boxed{ケコ}}{\boxed{サ}}$ である。

△ABCの面積は $\dfrac{\boxed{シスセ}}{\boxed{ソタ}}$ であり，△ABCの内接円の半径は $\dfrac{\boxed{チ}}{\boxed{ツ}}$ である。

(数学Ⅰ・数学A第3問は次ページに続く。)

(1) 円Oの周上に，点Eを線分CEが円Oの直径となるようにとる。△ABCの内接円の中心をQとし，△CEAの内接円の中心をRとする。このとき，

QR $= \dfrac{\boxed{\text{テト}}}{\boxed{\text{ナ}}}$ である。したがって，内接円Qと内接円Rは $\boxed{\text{ニ}}$。

$\boxed{\text{ニ}}$ に当てはまるものを，次の⓪～③のうちから一つ選べ。

⓪ 内接する　① 異なる2点で交わる
② 外接する　③ 共有点を持たない

(2) AQ $= \dfrac{\boxed{\text{ヌ}}\sqrt{\boxed{\text{ネノ}}}}{\boxed{\text{ハ}}}$ であるから，PQ $= \dfrac{\sqrt{\boxed{\text{ヒフ}}}}{\boxed{\text{ヘ}}}$ となる。

したがって，$\boxed{\text{ホ}}$。

$\boxed{\text{ホ}}$ に当てはまるものを，次の⓪～③のうちから一つ選べ。

⓪ 点Pは内接円Qの周上にある
① 点Qは円Pの周上にある
② 点Pは内接円Qの内部にあり，点Qは円Pの内部にある
③ 点Pは内接円Qの内部にあり，点Qは円Pの外部にある

第4問 (配点 25)

(1) 1から4までの数字を，重複を許して並べてできる4桁(けた)の自然数は，全部で $\boxed{\text{アイウ}}$ 個ある。

(2) (1)の $\boxed{\text{アイウ}}$ 個の自然数のうちで，1から4までの数字を重複なく使ってできるものは $\boxed{\text{エオ}}$ 個ある。

(3) (1)の $\boxed{\text{アイウ}}$ 個の自然数のうちで，1331のように，異なる二つの数字を2回ずつ使ってできるものの個数を，次の考え方に従って求めよう。

(i) 1から4までの数字から異なる二つを選ぶ。この選び方は $\boxed{\text{カ}}$ 通りある。

(ii) (i)で選んだ数字のうち小さい方を，一・十・百・千の位のうち，どの2箇所に置くか決める。置く2箇所の決め方は $\boxed{\text{キ}}$ 通りある。小さい方の数字を置く場所を決めると，大きい方の数字を置く場所は残りの2箇所に決まる。

(iii) (i)と(ii)より，求める個数は $\boxed{\text{クケ}}$ 個である。

(数学Ⅰ・数学A第4問は次ページに続く。)

(4) (1)の $\boxed{\text{アイウ}}$ 個の自然数を，それぞれ別々のカードに書く。できた $\boxed{\text{アイウ}}$ 枚のカードから1枚引き，それに書かれた数の四つの数字に応じて，得点を次のように定める。

- 四つとも同じ数字のとき　9点
- 2回現れる数字が二つあるとき　3点
- 3回現れる数字が一つと，1回だけ現れる数字が一つあるとき　2点
- 2回現れる数字が一つと，1回だけ現れる数字が二つあるとき　1点
- 数字の重複がないとき　0点

(i) 得点が9点となる確率は $\dfrac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サシ}}}$，得点が3点となる確率は $\dfrac{\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セソ}}}$ である。

(ii) 得点が2点となる確率は $\dfrac{\boxed{\text{タ}}}{\boxed{\text{チツ}}}$，得点が1点となる確率は $\dfrac{\boxed{\text{テ}}}{\boxed{\text{トナ}}}$ である。

(iii) 得点の期待値は $\dfrac{\boxed{\text{ニ}}}{\boxed{\text{ヌ}}}$ 点である。

【数学Ⅱ・数学B】

第1問 (必答問題) (配点 30)

〔1〕 Oを原点とする座標平面上に2点A(6, 0)，B(3, 3)をとり，線分ABを2：1に内分する点をP，1：2に外分する点をQとする。3点O, P, Qを通る円をCとする。

(1) Pの座標は $\left(\boxed{\text{ア}}, \boxed{\text{イ}}\right)$ であり，Qの座標は $\left(\boxed{\text{ウ}}, \boxed{\text{エオ}}\right)$ である。

(2) 円Cの方程式を次のように求めよう。線分OPの中点を通り，OPに垂直な直線の方程式は

$$y = \boxed{\text{カキ}}\,x + \boxed{\text{ク}}$$

であり，線分PQの中点を通り，PQに垂直な直線の方程式は

$$y = x - \boxed{\text{ケ}}$$

である。

(数学Ⅱ・数学B第1問は次ページに続く。)

これらの2直線の交点が円Cの中心であることから，円Cの方程式は

$$\left(x - \boxed{\text{コ}}\right)^2 + \left(y + \boxed{\text{サ}}\right)^2 = \boxed{\text{シス}}$$

であることがわかる。

(3) 円Cとx軸の二つの交点のうち，点Oと異なる交点をRとすると，Rは線分OAを $\boxed{\text{セ}}$ ：1に外分する。

(数学Ⅱ・数学B第1問は次ページに続く。)

〔2〕 連立方程式

$$(*)\begin{cases} x + y + z = 3 \\ 2^x + 2^y + 2^z = \dfrac{35}{2} \\ \dfrac{1}{2^x} + \dfrac{1}{2^y} + \dfrac{1}{2^z} = \dfrac{49}{16} \end{cases}$$

を満たす実数x, y, zを求めよう。ただし，$x \leqq y \leqq z$とする。

$X = 2^x$, $Y = 2^y$, $Z = 2^z$とおくと，$x \leqq y \leqq z$により$X \leqq Y \leqq Z$である。(*)から，X, Y, Zの関係式

$$\begin{cases} XYZ = \boxed{\text{ソ}} \\ X + Y + Z = \dfrac{35}{2} \\ XY + YZ + ZX = \dfrac{\boxed{\text{タチ}}}{\boxed{\text{ツ}}} \end{cases}$$

が得られる。

(数学Ⅱ・数学B第1問は次ページに続く。)

この関係式を利用すると，t の3次式 $(t-X)(t-Y)(t-Z)$ は

$$(t-X)(t-Y)(t-Z)=t^3-(X+Y+Z)t^2+(XY+YZ+ZX)t-XYZ$$

$$=t^3-\frac{35}{2}t^2+\frac{\boxed{\text{タチ}}}{\boxed{\text{ツ}}}t-\boxed{\text{ソ}}$$

$$=\left(t-\frac{1}{2}\right)\left(t-\boxed{\text{テ}}\right)\left(t-\boxed{\text{トナ}}\right)$$

となる。したがって，$X \leqq Y \leqq Z$ により

$$X=\frac{1}{2},\quad Y=\boxed{\text{テ}},\quad Z=\boxed{\text{トナ}}$$

となり，$x=\log_{\boxed{\text{ニ}}}X$，$y=\log_{\boxed{\text{ニ}}}Y$，$z=\log_{\boxed{\text{ニ}}}Z$ から

$$x=\boxed{\text{ヌネ}},\quad y=\boxed{\text{ノ}},\quad z=\boxed{\text{ハ}}$$

であることがわかる。

第2問 (必答問題) (配点 30)

a を正の実数として，x の関数 $f(x)$ を

$$f(x)=x^3-3a^2x+a^3$$

とする。

関数 $y=f(x)$ は，$x=\boxed{\text{アイ}}$ で極大値 $\boxed{\text{ウ}}a^{\boxed{\text{エ}}}$ をとり，$x=\boxed{\text{オ}}$ で極小値 $\boxed{\text{カ}}a^{\boxed{\text{キ}}}$ をとる。このとき，2点

$$\left(\boxed{\text{アイ}},\ \boxed{\text{ウ}}a^{\boxed{\text{エ}}}\right),\ \left(\boxed{\text{オ}},\ \boxed{\text{カ}}a^{\boxed{\text{キ}}}\right)$$

と原点を通る放物線

$$y=\boxed{\text{ク}}x^2-\boxed{\text{ケ}}a^{\boxed{\text{コ}}}x$$

を C とする。原点における C の接線 ℓ の方程式は

$$y=\boxed{\text{サシ}}a^{\boxed{\text{ス}}}x$$

である。また，原点を通り ℓ に垂直な直線 m の方程式は

$$y=\frac{1}{\boxed{\text{セ}}a^{\boxed{\text{ソ}}}}x$$

である。

(数学Ⅱ・数学B第2問は次ページに続く。)

x 軸に関して放物線 C と対称な放物線

$$y=-\boxed{\text{ク}}x^2+\boxed{\text{ケ}}a^{\boxed{\text{コ}}}x$$

を D とする。D と ℓ で囲まれた図形の面積 S は

$$S=\frac{\boxed{\text{タチ}}}{\boxed{\text{ツ}}}a^{\boxed{\text{テ}}}$$

である。

放物線 C と直線 m の交点の x 座標は，0 と $\dfrac{4a^{\boxed{\text{ト}}}+1}{2a^{\boxed{\text{ナ}}}}$ である。C と m で囲まれた図形の面積を T とする。$S=T$ となるのは $a^{\boxed{\text{テ}}}=\dfrac{\boxed{\text{ニ}}}{\boxed{\text{ヌ}}}$ のときであり，このとき，$S=\dfrac{\boxed{\text{ネ}}}{\boxed{\text{ノ}}}$ である。

第3問 (選択問題) (配点 20)

(1) 数列 $\{p_n\}$ は次を満たすとする。

$$p_1=3,\quad p_{n+1}=\frac{1}{3}p_n+1 \qquad (n=1,2,3,\cdots) \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots ①$$

数列 $\{p_n\}$ の一般項と，初項から第 n 項までの和を求めよう。まず，① から

$$p_{n+1}-\frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}=\frac{1}{3}\left(p_n-\frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}\right) \qquad (n=1,2,3,\cdots)$$

となるので，数列 $\{p_n\}$ の一般項は

$$p_n=\frac{1}{\boxed{\text{ウ}}\cdot\boxed{\text{エ}}^{\,n-2}}+\frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}}$$

である。したがって，自然数 n に対して

$$\sum_{k=1}^{n}p_k=\frac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}}\left(1-\frac{1}{\boxed{\text{ケ}}^{\,n}}\right)+\frac{\boxed{\text{コ}}\,n}{\boxed{\text{サ}}}$$

である。

(2) 正の数からなる数列 $\{a_n\}$ は，初項から第3項が $a_1=3$，$a_2=3$，$a_3=3$ であり，すべての自然数 n に対して

$$a_{n+3}=\frac{a_n+a_{n+1}}{a_{n+2}} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots ②$$

を満たすとする。また，数列 $\{b_n\}$，$\{c_n\}$ を，自然数 n に対して，$b_n=a_{2n-1}$，$c_n=a_{2n}$ で定める。数列 $\{b_n\}$，$\{c_n\}$ の一般項を求めよう。まず，② から

$$a_4=\frac{a_1+a_2}{a_3}=\boxed{\text{シ}},\quad a_5=3,\quad a_6=\frac{\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セ}}},\quad a_7=3$$

である。したがって，$b_1=b_2=b_3=b_4=3$ となるので

$$b_n=3 \qquad (n=1,2,3,\cdots) \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots ③$$

と推定できる。

③ を示すためには，$b_1=3$ から，すべての自然数 n に対して

$$b_{n+1}=b_n \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots ④$$

であることを示せばよい。このことを「まず，$n=1$ のとき ④ が成り立つことを示し，次に，$n=k$ のとき ④ が成り立つと仮定すると，$n=k+1$ のときも ④ が成り立つことを示す方法」を用いて証明しよう。この方法を $\boxed{\text{ソ}}$ という。$\boxed{\text{ソ}}$ に当てはまるものを，次の⓪～③のうちから一つ選べ。

⓪ 組立除法　① 弧度法　② 数学的帰納法　③ 背理法

[Ⅰ] $n=1$ のとき，$b_1=3$，$b_2=3$ であることから ④ は成り立つ。

[Ⅱ] $n=k$ のとき，④ が成り立つ，すなわち

$$b_{k+1}=b_k \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots ⑤$$

と仮定する。$n=k+1$ のとき，② の n に $2k$ を代入して得られる等式と，$2k-1$ を代入して得られる等式から

$$b_{k+2}=\frac{c_k+\boxed{\text{タ}}_{k+1}}{\boxed{\text{チ}}_{k+1}},\quad c_{k+1}=\frac{\boxed{\text{ツ}}_k+c_k}{\boxed{\text{テ}}_{k+1}}$$

となるので，b_{k+2} は

$$b_{k+2}=\frac{\left(\boxed{\text{ト}}_k+\boxed{\text{ナ}}_{k+1}\right)\boxed{\text{ニ}}_{k+1}}{b_k+c_k}$$

と表される。したがって，⑤ により，$b_{k+2}=b_{k+1}$ が成り立つので，④ は $n=k+1$ のときにも成り立つ。

[Ⅰ]，[Ⅱ]により，すべての自然数 n に対して ④ の成り立つことが証明された。したがって，③ が成り立つので，数列 $\{b_n\}$ の一般項は $b_n=3$ である。

次に，② の n を $2n-1$ に置き換えて得られる等式と ③ から

$$c_{n+1}=\frac{1}{3}c_n+1 \qquad (n=1,2,3,\cdots)$$

となり，$c_1=\boxed{\text{ヌ}}$ であることと ① から，数列 $\{c_n\}$ の一般項は，(1)で求めた数列 $\{p_n\}$ の一般項と等しくなることがわかる。

第４問 （選択問題）（配点　20）

$OA=5$，$OC=4$，$\angle AOC=\theta$ である平行四辺形 OABC において，線分 OA を $3:2$ に内分する点を D とする。また，点 A を通り直線 BD に垂直な直線と直線 OC の交点を E とする。ただし，$0<\theta<\pi$ とする。

以下，$\overrightarrow{OA}=\vec{a}$，$\overrightarrow{OC}=\vec{c}$ とおき，実数 t を用いて $\overrightarrow{OE}=t\vec{c}$ と表す。

(1)　t を $\cos\theta$ を用いて表そう。

$$\overrightarrow{AE}=t\vec{c}-\vec{a},\quad \overrightarrow{DB}=\frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}\vec{a}+\vec{c},\quad \vec{a}\cdot\vec{c}=\boxed{\text{ウエ}}\cos\theta$$

となるので，$\overrightarrow{AE}\cdot\overrightarrow{DB}=\boxed{\text{オ}}$ により

$$t=\frac{\boxed{\text{カ}}\left(\boxed{\text{キ}}\cos\theta+1\right)}{\boxed{\text{ク}}\left(\cos\theta+\boxed{\text{ケ}}\right)} \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots ①$$

となる。

(2)　点 E は線分 OC 上にあるとする。θ のとり得る値の範囲を求めよう。ただし，線分 OC は両端の点 O，C を含むものとする。以下，$r=\cos\theta$ とおく。

点 E が線分 OC 上にあることから，$0\leqq t\leqq 1$ である。$-1<r<1$ なので，① の右辺の $\cos\theta$ を r に置き換えた分母 $\boxed{\text{ク}}\left(r+\boxed{\text{ケ}}\right)$ は正である。したがって，条件 $0\leqq t\leqq 1$ は

$$0\leqq\boxed{\text{カ}}\left(\boxed{\text{キ}}r+1\right)\leqq\boxed{\text{ク}}\left(r+\boxed{\text{ケ}}\right) \qquad \cdots\cdots ②$$

となる。

（数学Ⅱ・数学Ｂ第４問は次ページに続く。）

r についての不等式 ② を解くことにより，θ のとり得る値の範囲は

$$\frac{\pi}{\boxed{\text{コ}}}\leqq\theta\leqq\frac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}}\pi$$

であることがわかる。

(3)　$\cos\theta=-\dfrac{1}{8}$ とする。直線 AE と直線 BD の交点を F とし，三角形 BEF の面積を求めよう。① により，$t=\dfrac{\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セ}}}$ となり

$$\overrightarrow{OF}=\frac{\boxed{\text{ソ}}}{\boxed{\text{タ}}}\vec{a}+\frac{\boxed{\text{チ}}}{\boxed{\text{ツ}}}\vec{c}$$

となる。したがって，点 F は線分 AE を $1:\boxed{\text{テ}}$ に内分する。このことと，平行四辺形 OABC の面積は $\dfrac{\boxed{\text{トナ}}\sqrt{\boxed{\text{ニ}}}}{\boxed{\text{ヌ}}}$ であることから，三角形 BEF の面積は $\dfrac{\boxed{\text{ネ}}\sqrt{\boxed{\text{ノ}}}}{\boxed{\text{ハ}}}$ である。

第５問 （選択問題）（配点　20）

次の表は，あるクラスの生徒 10 人に対して行われた国語と英語の小テスト（各 10 点満点）の得点をまとめたものである。ただし，小テストの得点は整数値をとり，C＞D である。また，表の数値はすべて正確な値であり，四捨五入されていない。

番　号	国　語	英　語
生徒１	9	9
生徒２	10	9
生徒３	4	8
生徒４	7	6
生徒５	10	8
生徒６	5	C
生徒７	5	8
生徒８	7	9
生徒９	6	D
生徒10	7	7
平均値	A	8.0
分　散	B	1.00

以下，小数の形で解答する場合，指定された桁（けた）数の一つ下の桁を四捨五入し，解答せよ。途中で割り切れた場合，指定された桁まで⓪にマークすること。

(1)　10 人の国語の得点の平均値 A は $\boxed{\text{ア}}$．$\boxed{\text{イ}}$ 点である。また，国語の得点の分散 B の値は $\boxed{\text{ウ}}$．$\boxed{\text{エオ}}$ である。さらに，国語の得点の中央値は $\boxed{\text{カ}}$．$\boxed{\text{キ}}$ 点である。

（数学Ⅱ・数学Ｂ第５問は次ページに続く。）

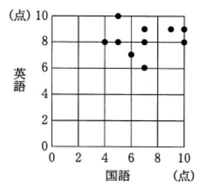
(2)　10 人の英語の得点の平均値が 8.0 点，分散が 1.00 であることから，C と D の間には関係式

$$C+D=\boxed{\text{クケ}}$$
$$(C-8)^2+(D-8)^2=\boxed{\text{コ}}$$

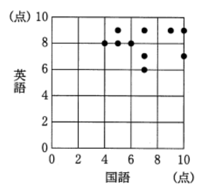
が成り立つ。上の連立方程式と条件 C＞D により，C，D の値は，それぞれ $\boxed{\text{サ}}$ 点，$\boxed{\text{シ}}$ 点であることがわかる。

(3)　10 人の国語と英語の得点の相関図（散布図）として適切なものは $\boxed{\text{ス}}$ であり，国語と英語の得点の相関係数の値は $\boxed{\text{セ}}$．$\boxed{\text{ソタチ}}$ である。ただし，$\boxed{\text{ス}}$ については，当てはまるものを，次の⓪～③のうちから一つ選べ。

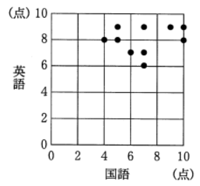
⓪



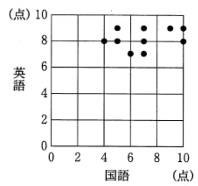
①



②



③



（数学Ⅱ・数学Ｂ第５問は次ページに続く。）

(4) 同じ10人に対して数学の小テスト(10点満点)を行ったところ，数学の得点の平均値はちょうど5.4点であり，分散はちょうど1.44であった。また，国語と数学の得点の相関係数はちょうど−0.125であった。

ここで，k を1から10までの自然数として，生徒 k の国語の得点を x_k，数学の得点を y_k，国語と数学の得点の合計 x_k+y_k を w_k で表す。このとき，国語と数学の得点の合計 $w_1,\ w_2,\ \cdots,\ w_{10}$ の平均値は $\boxed{ツテ}$.$\boxed{ト}$ 点である。

(数学Ⅱ・数学B第5問は次ページに続く。)

次に，国語と数学の得点の合計 $w_1,\ w_2,\ \cdots,\ w_{10}$ の分散を以下の手順で求めよう。国語の得点の平均値を $\bar{x}$，分散を $s_x{}^2$，数学の得点の平均値を $\bar{y}$，分散を $s_y{}^2$，国語と数学の得点の合計の平均値を $\overline{w}$，分散を $s_w{}^2$ で表す。このとき

$$T=(x_1-\bar{x})(y_1-\bar{y})+(x_2-\bar{x})(y_2-\bar{y})+\cdots+(x_{10}-\bar{x})(y_{10}-\bar{y})$$

とおくと，国語と数学の得点の相関係数は−0.125であるから

$$T=\boxed{ナニ}.\boxed{ヌネノ}$$

である。また，k を1から10までの自然数として，$(w_k-\overline{w})^2$ は

$$(w_k-\overline{w})^2=\{(x_k+y_k)-(\bar{x}+\bar{y})\}^2$$
$$=\{(x_k-\bar{x})+(y_k-\bar{y})\}^2$$

と変形できる。これを利用して，分散 $s_w{}^2$ は

$$s_w{}^2=\frac{(w_1-\overline{w})^2+(w_2-\overline{w})^2+\cdots+(w_{10}-\overline{w})^2}{10}$$
$$=s_x{}^2+s_y{}^2+\boxed{ハ}T$$

と表すことができるので，分散 $s_w{}^2$ の値は $\boxed{ヒ}$.$\boxed{フヘ}$ である。ただし，$\boxed{ハ}$ については，当てはまるものを，次の⓪～③のうちから一つ選べ。

⓪ $\frac{1}{2}$　　① $\frac{1}{5}$　　② $\frac{1}{10}$　　③ $\frac{1}{20}$

第6問 (選択問題)(配点　20)

自然数 N を，0または1または2のいずれかの値をとる $a_0,\ a_1,\ \cdots,\ a_{p-1}$ を用いて

$$N=a_{p-1}\times 3^{p-1}+a_{p-2}\times 3^{p-2}+\cdots+a_2\times 3^2+a_1\times 3+a_0 \quad \cdots ①$$

と表すとき，数字の列 $a_{p-1}a_{p-2}\cdots a_2a_1a_0$ を N の3進数表示とよび，p をこの3進数表示の桁(けた)数とよぶ。ただし，a_{p-1} は0ではないとする。たとえば

$$35=1\times 3^3+0\times 3^2+2\times 3+2$$

であるから，35の3進数表示は1022であり，その桁数は4である。また，自然数1から10の3進数表示は以下のようになる。

自然数 N	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
N の3進数表示	1	2	10	11	12	20	21	22	100	101

3進数表示が p 桁の自然数 N は $3^{p-1}\leqq N<3^p$ を満たすので，常用対数をとることにより，p と N の関係式

$$p-1\leqq\frac{\log_{10}N}{\log_{10}3}<p \quad \cdots\cdots ②$$

が成り立つことがわかる。

(1) 3進数表示が1212である自然数は $\boxed{アイ}$ である。

(2) 自然数 N を与え，その3進数表示を求めよう。①の N を 3^{p-1} で割った商が a_{p-1} であることに着目して，N の3進数表示 $a_{p-1}a_{p-2}\cdots a_2a_1a_0$ を**上の位の数から順に**出力する〔プログラム1〕を作成した。また，①の N を3で割った余りが a_0 であることに着目して，N の3進数表示 $a_{p-1}a_{p-2}\cdots a_2a_1a_0$ を**下の位の数から順に**出力する〔プログラム2〕を作成した。ただし，INT(X)はXを超えない最大の整数を表す関数である。また，LOG10(X)はXの常用対数を表す関数であり，②により，いずれのプログラムにおいても，110行は入力された自然数NまたはMの3進数表示の桁数をPに代入している。

〔プログラム1〕
```
100 INPUT N
110 LET P=INT(LOG10(N)/LOG10(3))+1
120 LET X=3^(P-1)
130 FOR I=1 TO P
140    PRINT [ウ]
150    LET N=[エ]
160    LET X=[オ]
170 NEXT I
180 END
```

〔プログラム2〕
```
100 INPUT M
110 LET P=INT(LOG10(M)/LOG10(3))+1
120 FOR I=1 TO P
130    PRINT M-INT(M/3)*3
140    LET M=INT(M/3)
150 NEXT I
160 END
```

$\boxed{ウ}$，$\boxed{エ}$，$\boxed{オ}$ に当てはまるものを，次の⓪～⑧のうちから一つずつ選べ。ただし，同じものを繰り返し選んでもよい。

⓪ X/3　　① N/3　　② X/N
③ INT(N/3)　　④ N-INT(N/3)　　⑤ N-INT(N/3)*3
⑥ INT(N/X)　　⑦ N-INT(N/X)　　⑧ N-INT(N/X)*X

〔プログラム2〕を実行して変数Mに77を入力すると，$\frac{\log_{10}77}{\log_{10}3}=3.95\cdots$ であることから，110行ではPに4が代入される。130行で出力される値を並べることにより，自然数77の3進数表示は $\boxed{カキクケ}$ となる。

(3) 与えられた自然数 N の3進数表示 $a_{p-1}a_{p-2}\cdots a_2a_1a_0$ が，これを逆に並べた数字の列 $a_0a_1a_2\cdots a_{p-2}a_{p-1}$ と一致するかどうかを調べ，その結果を出力する〔プログラム3〕を作成した。たとえば，〔プログラム3〕を実行して変数Nに202を入力すると，202は3進数表示が21111であるから「一致しない」と出力される。また，変数Nに203を入力すると，203は3進数表示が21112であるから「一致する」と出力される。

〔プログラム3〕
```
100 INPUT N
110 LET P=INT(LOG10(N)/LOG10(3))+1
120 LET X=3^(P-1)
130 [コ]
140 FOR I=1 TO INT(P/2)
150    LET A=[ウ]
160    LET N=[エ]
170    LET X=[オ]
180    LET B=M-INT(M/3)*3
190    LET M=INT(M/3)
200    [サ]
210 NEXT I
220 PRINT "一致する"
230 GOTO 250
240 PRINT "一致しない"
250 END
```

(数学Ⅱ・数学B第6問は次ページに続く。)

〔プログラム3〕の $\boxed{コ}$ に当てはまるものを，次の⓪～⑤のうちから一つ選べ。

⓪ LET M=N　　① LET M=P　　② LET M=X
③ LET N=M　　④ LET N=P　　⑤ LET N=X

$\boxed{\text{サ}}$ に当てはまるものを，次の⓪～③のうちから一つ選べ。

⓪ IF A=B THEN GOTO 220　　① IF A<>B THEN GOTO 220

② IF A=B THEN GOTO 240　　③ IF A<>B THEN GOTO 240

〔プログラム 3〕を実行して変数 N に 436 を入力すると，$\frac{\log_{10} 436}{\log_{10} 3} = 5.53\cdots$ であることから，110 行では P に 6 が代入され，200 行の IF 文の判定は $\boxed{\text{シ}}$ 回実行される。200 行の IF 文の判定が最後に行われたときの X の値は $\boxed{\text{スセ}}$ であり，その後，$\boxed{\text{ソ}}$。$\boxed{\text{ソ}}$ に当てはまるものを，次の⓪～③のうちから一つ選べ。

⓪ 220 行が実行され，240 行は実行されない

① 240 行が実行され，220 行は実行されない

② 220 行と 240 行の両方が実行される

③ 220 行と 240 行はいずれも実行されない