

中四国の国公立大学入試問題の研究  
 - 総合型・学校推薦型選抜の問題から -

愛媛県立西条高等学校 吉村 新平  
 愛媛県立宇和島南中等教育学校 黒田 利信

1 はじめに

2021(令和3)年度入試から、AO入試は総合型選抜、推薦入試は学校推薦型選抜へと名称が変更された。名称の変更だけでなく選抜方法も変更している大学もあり、対策が必要である。国立大学では推薦入試を総合型選抜に変更する動きが見られた。

募集人員は、令和3年度入試では前年度から約1500人増加したが、令和4年度入試では約500人増と、変動は少なかった。一般入試後期日程の募集人員を総合型・推薦型に移行する動きが見られるため、今後も募集動向の注視が必要である。

特別選抜を新規実施する大学は、総合型選抜では宮城教育大学、福島県立医科大学、芸術文化観光専門職大学、叡啓大学の4大学、学校推薦型選抜では京都工芸繊維大学、三条市立大学、芸術文化観光専門職大学、叡啓大学の4大学である。また、大阪府立大学と大阪市立大学を統合して大阪公立大学が新設され、総合型・学校推薦型ともに実施される。令和4年度入試における形態別の大学数は、総合型、学校推薦型の順に、国立大学82大学中64大学(78%)、77大学(94%)、公立大学94大学中38大学(40%)、93大学(99%)となっている。実施大学・学部は確実に増加しており、特別選抜への対策の重要度が高まってきている。

以下、昨年度の中国・四国地方の国公立大学における総合型・学校推薦型の入試問題の一部を取り上げてみる。

2. 令和3年度 総合型選抜問題

● 島根大学 総合理工学部 数理科学科 理数基礎テスト

① 関数  $f(x) = x^2 - 2x - 3$  について、次の問いに答えよ。

- (1)  $f(x)$  の導関数  $f'(x)$  を定義に従って求めよ。
- (2)  $f(x)$  の区間  $-2 \leq x \leq 2$  における最大値および最小値を求めよ。
- (3)  $-2 \leq x \leq 2$  の範囲において、放物線  $y = f(x)$  と  $x$  軸および2直線  $x = -2$ ,  $x = 2$  で囲まれた図形の面積を求めよ。

② 次の問いに答えよ。

- (1) 座標空間に3点  $A(-3, 2, 1)$ ,  $B(-4, 2, 2)$ ,  $C(-4, 4, 3)$  をとる。
  - (i)  $\overline{AB}$ ,  $\overline{AC}$  のなす角を求めよ。
  - (ii) 3点  $A, B, C$  を通る円の半径を求めよ。
- (2) 座標空間の点  $P(6, 2, 3)$ ,  $Q(4, 1, 2)$  と、 $xy$  平面上を動く点  $R$  に対して、 $PR + QR$  の最小値を求めよ。

● 島根大学 総合理工学部 知能情報デザイン学科 理数基礎テスト

① 次の問いに答えなさい。

問1 以下では、全体集合を

$U = \{x \mid x \text{ は } 1 \text{ 以上 } 40 \text{ 以下の整数}\}$  とし、次の集合  $P, Q, R$  は  $U$  の部分集合であるとする。

$$P = \{x \mid x \text{ は } 3 \text{ の倍数}, x \in U\}$$

$$Q = \{x \mid x \text{ は } 4 \text{ の倍数}, x \in U\}$$

$$R = \{x \mid x \text{ は } 24 \text{ の倍数}, x \in U\}$$

- (1) 次の命題1について、真偽を判定し、理由も説明しなさい。

命題1 「 $x \in R$ 」ならば「 $x \in P$  または  $x \in Q$ 」

- (2) 次の命題2を真とするような、要素数が最小の  $S$  を求め、要素を書き並べて表す方法で示しなさい。ただし、 $S$  は  $U$  の部分集合とする。

$$\text{命題2 } P \cap Q \cap \overline{S} = R$$

問2 以下では全体集合  $U$  を整数すべての集合、 $P$  を  $U$  の部分集合であるとする。 $\emptyset$  は空集合を表す。次の操作1および操作2を考える。これらの操作は集合  $P$  を変化させることができる。

操作1  $P = \emptyset$  のときは、あらたに  $P = \{1\}$  とする。

$P = \emptyset$  でないときは、次の  $Q$  を求めて、その結果をあらたに  $P$  とする。

$$Q = \{x \mid x = 10y + 1, y \in P\}$$

操作2  $P = \emptyset$  のときは、あらたに  $P = \{1, 2\}$  とする。

$P = \emptyset$  でないときは、次の  $Q$  を求めて、その結果をあらたに  $P$  とする。

$$Q = \{x \mid x = 10y + 1, y \in P\} \cup \{x \mid x = 10y + 2, y \in P\}$$

例えば、 $P = \{1, 2\}$  に対して操作1を1回行うと、 $10 \times 1 + 1 = 11$  と  $10 \times 2 + 1 = 21$  を要素とする  $P = \{11, 21\}$  が操作後に得られる。この  $P$  に対してさらに操作1を行うと、 $P = \{111, 211\}$  が操作後に得られる。また、 $P = \emptyset$  に対して、操作2を1回行うと  $P = \{1, 2\}$  が得られ、この  $P$  に対してさらに操作2を行うと、 $P = \{11, 12, 21, 22\}$  が得られる。

- (1)  $P = \emptyset$  に対して、操作2, 操作1, 操作2, 操作1, 操作2をこの順で行ったとする。それぞれの操作を行った直後の  $P$  を示しなさい。

- (2)  $P = \emptyset$  に対して、何回か操作を行った。各回の操作は操作1または操作2のいずれかであった。このとき、最後に  $P = \{111111, 111121, 111211, 111221, 211111, 211121, 211211, 211221\}$  が得られたとする。操作1および操作2をどの順番で行ったか示しなさい。

- ② あるスーパーマーケットは商品Aを販売している。9/7~9/13の週に商品Aは1日あたり平均で6.0個、客に購入された。9/13の営業時間の終了時点で9/14~9/20の週の販売に向けて、入荷すべき商品Aの個数を決定することを考える。

ただし、発注では1日あたりの入荷個数を指定する。9/14~9/20までの毎日、指定した個数の商品Aを入荷する。商品Aは入荷した日のうちに客に購入されなければ廃棄される。廃棄された商品Aの個数を廃棄ロス数とする。商品Aが売り切れ

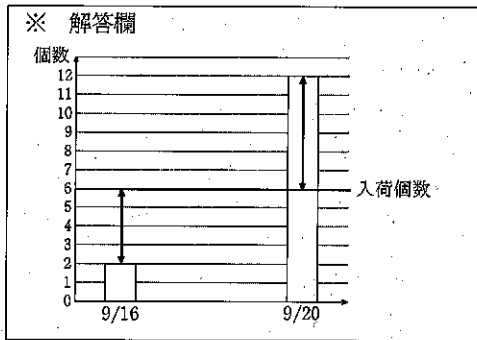
で客が購入できなかった個数を機会ロス数とする。ある週のすべての日について、廃棄ロス数と機会ロス数を合計したものをその週のロス数とする。

9/14~9/20の週には、商品Aが売り切れになる日はなく、売上個数は次の通りであった。

日付	9/14	9/15	9/16	9/17	9/18	9/19	9/20
売上個数	3	11	2	4	10	5	12

問1 9/13の発注において、もし仮に1日あたり6個の商品Aを入荷すると決定していた場合には、9/14~9/20の週のロス数はいくらになっただろうか。途中の計算式とともに答えなさい。

問2 解答欄にあるグラフは、表の9/14~9/20までの売上を個数の小さいものから順に並べた棒グラフである。棒グラフを完成させなさい。さらに、グラフの中で廃棄ロス数や機会ロス数に相当する部分を、解答欄に記入してある例に従って矢印で示しなさい。ただし、グラフ内の水平線は、9/13の発注において、仮に1日あたり6個の商品Aを入荷すると決定していた場合の入荷個数を表す。



問3 9/13の発注において、仮に1日あたり $c$ 個の商品Aを入荷すると決定していたときに、9/14~9/20の週のロス数を最小にする整数 $c$ を求めなさい。

● 広島大学 工学部 第二類 (電気電子・システム情報系) 小論文問題 (抜粋)

問題2 以下の問いに答えよ。

- (1) 円の方程式と三角関数に関する数学の問題を作成せよ。ただし、複数の小問から構成されていること。必要に応じて図を用いてもよい。
- (2) (1)で作成した問題の模範解答を示せ。必要に応じて図を用いてもよい。

● 広島大学 情報科学部 情報学科 小論文問題

[1] 以下の問いに答えよ。

- (1)  $x, y, z$  は0以上の整数とする。このとき、連立不等式  $x+2y+3z \leq 7, 5x+2y+z \leq 15$  を満足するすべての  $(x, y, z)$  の組に対して、 $f(x, y, z) = x+10y+100z$  の最大値を求めよ。
- (2)  $\alpha, \beta$  を定数とする。ただし、 $\beta > 0$  である。このとき、 $x$  に関する以下の関数  $y = f(x)$  の最小値を求めよ。

$$f(x) = \frac{1}{2}(x-\alpha)^2 + \beta|x|$$

[2] 以下の問いに答えよ。

- (1) A, B 2人でじゃんけんを3回行う。ただし、Aは、グー、チョキ、パーの順序を決めずそれぞれ1回ずつしか出せないとする。すなわち、同じ手は出さないとする。
  - (a) Aが2回目にグーを出す確率を求めよ。
  - (b) Aが2回目にグーを出さないと分かっているときに、2回目がパーとなる条件付き確率を求めよ。
  - (c) Aが2回目にグーを出さない、3回目はパーを出さないことをBは事前に知っていたとする。1回目の勝敗にかかわらずBが2回目に勝つためには、グー、チョキ、パーのうち何を出せば最も有利になるか?理由を付して答えよ。
- (2)  $n$ 人でじゃんけんを1回行うことを考える。ただし、 $n$ は3以上である。このとき、 $n$ を大きくすると勝敗が決まりにくくなるのが経験的に分かっている。この理由を数学の基礎的な知識を利用して説明せよ。

[3] 以下の問いに答えよ。

へこみのない多面体の面の数を $F$ 、辺の数を $E$ 、頂点の数を $V$ とすると、オイラーの多面体定理

$$V - E + F = 2$$

が成り立つことが知られている。

- (1) へこみのない多面体の面を構成する多角形の辺の数を $n$ 、各頂点に集まる辺の数を $m$ とする。例えば、正八面体では、 $m=4, n=3$ である。  
 $2E = mV = nF$ が成り立つことを説明せよ。
- (2) 正多面体の定義を述べよ。さらに、正多面体が、正四面体、正六面体(立方体)、正八面体、正十二面体、正二十面体の5つしか存在しないことを示せ。
- (3) へこみのない多面体のうち、すべての面が五角形と六角形で構成され、各頂点に集まる辺の数が3ならば、その多面体に含まれる五角形の個数は12となることを示せ。

● 広島大学 教育学部 第二類 (科学文化教育系) 数理系コース 筆記試験問題

[I] 円Cの半径を $r$ 、面積を $S$ とするとき、次の問いに答えよ。ただし、円周率は $\pi$ とする。

- (1) 小学校算数科で学習する方法で、円Cの面積 $S$ を求める公式を説明せよ。
- (2) 積分を用いて、円Cの面積 $S$ を求めよ。

[II] 平面上のベクトルについて、次の問いに答えよ。

- (1) ベクトル  $\vec{a} = (a_1, a_2), \vec{b} = (b_1, b_2)$ 、実数 $\theta$ に対して、 $b_1 = a_1 \cos \theta + a_2 \sin \theta, b_2 = -a_1 \sin \theta + a_2 \cos \theta$ であれば  $|\vec{a}| = |\vec{b}|$  であることを示せ。
- (2)  $\vec{0}$ でない二つのベクトル  $\vec{a} = (a_1, a_2), \vec{b} = (b_1, b_2)$  について、次のことが成り立つことを示せ。

$$\vec{a} // \vec{b} \Leftrightarrow a_1 b_2 - a_2 b_1 = 0$$

[III] 次の問いに答えよ。

- (1) 整式  $x^3 - 3$  を  $x^2 + x + 1$  で割った商と余りを求め、  
 $(x^3 - 3)f(x) + (x^2 + x + 1)g(x) = 1$   
となる整式  $f(x), g(x)$  を求めよ。
- (2) (1)の結果を利用して

$$\frac{1}{1+\sqrt[3]{3}+\sqrt[3]{9}}=a+b\sqrt[3]{3}+c\sqrt[3]{9}$$

となる有理数  $a, b, c$  を求めよ。

- [IV] ある病原菌の検査試薬は、病原菌に感染しているのに誤って陰性と判断する確率が2%、感染していないのに誤って陽性と判断する確率が1%であるとする。全体の5%がこの病原菌に感染している集団から一つの個体を取り出すとき、次の確率を求めよ。

ただし、取り出した個体が感染しているという事象を  $A$ 、感染していないという事象を  $\bar{A}$  とする。また、検査結果が陽性であるという事象を  $E$ 、陰性であるという事象を  $\bar{E}$  とする。

- 検査結果が陽性だったときに、実際には感染していない確率
- 検査結果が陰性だったときに、実際には感染している確率

- [V] 長さ1の線分  $AB$  と、長さ  $a, b$  の線分が与えられたとき、次の作図についての問いに答えよ。ただし、作図とは定規とコンパスだけを用いて、与えられた条件を満たす図形をかくことをいう。

定規は、与えられた2点を通る直線を引く道具である。コンパスは、与えられた1点を中心にして、与えられた半径の円をかく道具である。直線や円の交点は、与えられた点として作図に用いることができる。

- 長さ  $\frac{b}{a}$  の線分を作図する手順を箇条書きで示せ。また、その手順に従った作図をすれば、長さ  $\frac{b}{a}$  の線分が作図されることを証明せよ。
- 長さ  $ab$  の線分を作図する手順を箇条書きで示せ。また、その手順に従った作図をすれば、長さ  $ab$  の線分が作図されることを証明せよ。
- 長さ  $\sqrt{a}$  の線分を作図する手順を箇条書きで示せ。また、その手順に従った作図をすれば、長さ  $\sqrt{a}$  の線分が作図されることを証明せよ。

- [VI] 次のデータはA市とB市のある年の月ごとの雨の日数を並べたものである。

月	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
A市(日)	10	9	8	12	17	23	15	14	19	22	9	10
B市(日)	14	15	13	13	14	16	14	15	16	13	13	12

次の問いに答えよ。

- A市のデータの平均値  $\bar{x}_A$  とB市のデータの平均値  $\bar{x}_B$  を求めよ。
- A市のデータの中央値と四分位範囲を求めよ。B市のデータの中央値と四分位範囲を求めよ。また、四分位範囲によって、データの散らばりの度合いを比較せよ。
- A市のデータの標準偏差  $s_A$  とB市のデータの標準偏差  $s_B$  を求めよ。また、標準偏差によって、それぞれの平均値からの散らばりの度合いを比較せよ。

- [VII] 座標平面上の曲線  $C: y=x^3-3$  を考える。

- 関数  $y=x^3-3$  の増減とグラフの凹凸を調べ、曲線  $C$  の概形をかけ。
- $\sqrt[3]{3} < 2$  であることを示せ。
- 曲線  $C$  の  $x=2$  における接線  $L_1$  を求め、 $L_1$  と  $x$  軸との交点

を求めよ。

- 以下、(3)で求めた交点の  $x$  座標を  $a$  とおく。  
 $\sqrt[3]{3} < a$  であることを曲線  $C$  を用いて説明せよ。
- 曲線  $C$  の  $x=a$  における接線  $L_2$  を求め、 $L_2$  と  $x$  軸との交点を求めよ。
- (5)で求めた交点の  $x$  座標を  $b$  とおく。 $\sqrt[3]{3} < b < a$  であることを曲線  $C$  を用いて説明せよ。

● 広島大学 理学部 数学科 筆記試験問題

- [1]  $u$  を実数として、 $O$  を原点とする座標空間内の3点  $A(1, 1, 1), B(1, -1, 1), P(0, 2u, u+1)$

を考える。 $P$  を通り平面  $OAB$  に垂直な直線と平面  $OAB$  との交点を  $H$  とする。以下の問いに答えよ。

- $H$  の座標を  $u$  を用いて表せ。
- $H$  が三角形  $OAB$  の内部または周上有るような  $u$  の範囲を求めよ。
- $u$  が(2)の範囲を動くとき、 $OH$  の最大値および最小値を求めよ。

- [2] 次のような手順で座標平面上の点の列を生成する。

(i) 点  $(x_1, y_1)$  を  $x_1+y_1=-4$  となるようにとる。

(ii) 自然数  $n$  に対し、点  $(x_n, y_n)$  が定まったとき、 $x_n+y_n=-4$  なら、

$$(x_{n+1}, y_{n+1}) = \left( \frac{4x_n+y_n+1}{x_n+y_n+4}, \frac{x_n+4y_n+1}{x_n+y_n+4} \right)$$

と定める。

$x_n+y_n=-4$  なら、そこで点の列の生成を停止する(その場合は生成された点の個数は有限個になる)。

以下の問いに答えよ。

- $x_n+y_n=k$  (ただし、 $k \neq -4$ ) が成り立つとき、 $x_{n+1}+y_{n+1}=\frac{5k+2}{k+4}$  であることを示せ。
- $n=3$  で点の列の生成が停止するような  $(x_1, y_1)$  の例を一つ挙げよ。
- 数列  $\{x_n - y_n\}$  が等比数列になるような  $x_1+y_1$  の値を求めよ。
- $(x_1, y_1)=(2, 0)$  であるとき、 $(x_n, y_n)$  を  $n$  を用いて表せ。

- [3] 互いに直交する3辺の長さの和が  $L$  で、表面積が2であるような直方体を考える。以下の問いに答えよ。

- この直方体の互いに直交する3辺の長さを  $\alpha, \beta, \gamma$ 、体積を  $V$  とするとき、 $\alpha, \beta, \gamma$  は3次方程式  $x^3 - Lx^2 + x - V = 0$  の3つの解であることを示せ。
- $L=2$  のとき、この直方体のとりうる体積の最大値、および最大値をとるときの互いに直交する3辺の長さをそれぞれ求めよ。
- 互いに直交する3辺の長さの和が  $L$  で表面積が2であるような直方体が存在するような  $L$  の範囲を求めよ。

- [4] 以下の問いに答えよ。

- 座標空間内に2点  $A(4, 0, 0), B(-4, 0, 0)$  がある。座標空間内の点  $P$  についての不等式  $PA+PB \leq 10$  が表す立体  $M$  の体積を求めよ。

- (2) 空間の中に3辺の長さが3, 4, 5であるような三角形  $T$  がある。ただし、三角形  $T$  には内部の点も含めるものとする。ここで、空間内の点  $P$  に関する次の性質を考える。

$P$  を中心とする半径1の球と三角形  $T$  が、共有部分をもつ。

この性質を満たす点  $P$  全体がなす立体  $N$  の体積を求めよ。

- [5] 4つの野球チーム A, B, C, D がある。以下の表は、これらのチームが対戦したとき、チーム X がチーム Y に勝つ確率を表している。ただし、 $p$  は  $\frac{1}{2} < p < 1$  を満たす実数とする。

X \ Y	A	B	C	D
A		$p$	$p$	$p$
B	$1-p$		$p$	$p$
C	$1-p$	$1-p$		$p$
D	$1-p$	$1-p$	$1-p$	

例えば、チーム A とチーム B が対戦したとき、チーム A が勝つ確率は  $p$  であり、チーム B が勝つ確率は  $1-p$  である。

次のような手順のトーナメント方式で試合を行う。

- くじ引き：箱の中に1, 2の数字が書かれた紙が2枚ずつ入っており、各チームが1枚ずつ引く。  
 1回戦：くじ引きで同じ数字を引いたチーム同士が対戦する。勝った方が決勝戦に進む。  
 決勝戦：1回戦の各試合で勝ったチーム同士が対戦する。勝った方を優勝、負けた方を準優勝とする。

以下の問いに答えよ。

- (1) A, B, C, D の各チームが優勝する確率をそれぞれ  $p$  を用いて表せ。  
 (2) チーム B が優勝したとき、チーム A, C, D の各チームが準優勝となる条件付き確率をそれぞれ  $p$  を用いて表せ。

● 広島大学 理学部 物理学科 筆記試験問題 (抜粋)

- [1] 以下の問1~3に答えよ。解答用紙には導き方や考え方も記せ。

問1 関数  $f(x) = -x^3 - 6x^2 - 3x + 10$  に関して、以下の(1)~(3)に答えよ。

- (1)  $f(x) = 0$  を満たす異なる  $x$  の値を  $a, b, c$  とするとき、 $a^3 + b^3 + c^3$  の値を求めよ。  
 (2)  $f(x)$  について、極値での  $x$  と  $f(x)$  の値を求めよ。  
 (3)  $y = f(x)$  と直線  $y = 0$  で囲まれた領域の面積を求めよ。

問2 以下の(1)と(2)に答えよ。

- (1) 関数  $\log(\sqrt{x^2 e^{-2x^2}})$  を  $x$  で微分せよ。ただし、 $\log$  は自然対数とする。  
 (2) 不定積分  $\int (\sin^4 x - \cos^4 x) dx$  を求めよ。ただし、積分定数は  $C$  とする。

問3  $xy$  平面にある座標  $(0, 6)$  を中心とした半径3の円  $C_1$  に関して、以下の(1)と(2)に答えよ。

- (1) 円  $C_1$  の方程式を示し、原点  $(0, 0)$  を通る円の接線の式

を求めよ。

- (2)  $xy$  平面に対して垂直に  $z$  軸がある  $xyz$  空間を考える。(1) で求めた接線上に母線があり、原点  $(0, 0, 0)$  が頂点、かつ  $xz$  平面に対して平行に座標  $(0, 6, 0)$  を中心とする底面をもつ円錐がある。この円錐の表面積を求めよ。

● 岡山大学 グローバル・ディスカバリー・プログラム 記述問題(理系)(抜粋)

問1 方程式

$$x^2 - 4x^2 + 3x + 2 = 0$$

を考える。最初に  $x=2$  が解の一つである事を示し、次に残りの解を求めよ。

問2 実数の変数  $x$  について、関数  $f(x)$  を

$$f(x) = -x^2 - 2x$$

とおく。関数  $f(x)$  の極値を求め、そのグラフの概形をかけ。 $x$  の値が  $-2 < x < 2$  で変化する場合  $f(x)$  の取りうる値の範囲を求めよ。

問3 図1のような長さ1の立方体の辺を通路として組み合わせた3次元の経路上を、点 A から点 B へ移動することを考える。

- (1) A から B までの最短経路の総数を求めよ。  
 (2) さいころを4回連続して投げることを考える。目が1, 2, 3の場合は  $X$  の正方向へ、4, 5の場合は  $Y$  の正方向へ、6の場合は  $Z$  の正方向へ、それぞれ距離1だけ移動する。最短経路を通して A から B に到達できる確率を求めよ。

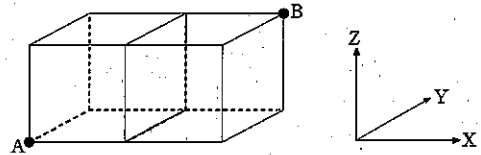


図1

● 高知大学 医学部 医学科 総合問題 I (抜粋)

[1] 座標平面上に点  $A(\pi, 1)$  がある。また、関数  $y = \cos x$  のグラフ上に点  $P$  をとり、 $A$  と  $P$  の中点を  $Q$  とする。以下の問いに答えよ。

- (1)  $P$  の座標を  $(t, \cos t)$  とするとき、 $Q$  の座標を  $t$  を用いて表せ。  
 (2)  $Q$  の座標を  $(x, y)$  とするとき、 $y$  を  $x$  の関数で表せ。また、 $y$  の最大値と最小値を求めよ。  
 (3) (2) で求めた関数を  $f(x)$  とする。2つの関数  $y = \cos x$  と  $y = f(x)$  のグラフを同一座標平面上に描け。ただし、どちらも  $0 \leq x \leq 2\pi$  の範囲で描け。  
 (4) 2つの関数  $y = \cos x$  と  $y = f(x)$  のグラフの交点について、その  $y$  座標の取り得る値をすべて求めよ。ただし、 $x$  の範囲はすべての実数とする。

[2]  $xy$  平面において、 $kx^2 + ky^2 + x - y - 4k + 1 = 0$  で表される円  $C$  がある。ただし、 $k$  は正の実数である。

- (1)  $k$  の値によらず円  $C$  が通る定点  $A, B$  の座標を求めよ。  
 (2) 円  $C$  の中心  $D$  と点  $E(1, 5)$  を結ぶ線分  $DE$  の長さが最小と

なるときの  $k$  の値と、そのときの円  $C$  の半径  $r$  を求めよ。

- (3)  $k$  を (2) で求めた値とする。また、円  $C$  上の点  $Q$  と点  $E(1, 5)$  を結ぶ線分  $QE$  の中点を  $P$  とする。点  $Q$  が円  $C$  上を動くとき、 $\triangle ABP$  の面積の最大値を求めよ。

※ [3], [4] は選択問題

- [3] 2つの数列  $\{a_n\}$  と  $\{b_n\}$  が、 $a_1=0, b_1=1$  および

$$\begin{cases} a_{n+1} = a_n - b_n \\ b_{n+1} = a_n + 3b_n + 1 \end{cases} \quad (n=1, 2, 3, \dots)$$

によって定められている。

- (1)  $c_n = a_n + b_n + 1$  によって定められる数列  $\{c_n\}$  の一般項を求めよ。  
 (2)  $a_{n+1}$  を  $a_n$  と  $n$  を用いて表せ。  
 (3)  $d_n = \frac{a_n + 1}{2^n}$  によって定められる数列  $\{d_n\}$  の一般項を求めよ。  
 (4)  $\sum_{k=1}^n \frac{a_k}{2^k}$  を求めよ。

- [4]  $\triangle ABC$  において、 $AB=6, BC=5, CA=4$  とする。辺  $BC$  の垂直二等分線と辺  $CA$  の垂直二等分線との交点を  $D$ 、 $\angle BCA$  の二等分線と辺  $AB$  との交点を  $E$  とする。また、 $\overrightarrow{CA} = \vec{a}, \overrightarrow{CB} = \vec{b}$  とおく。

- (1) 内積  $\vec{a} \cdot \vec{b}$  を求めよ。  
 (2)  $\overrightarrow{CE}$  を  $\vec{a}$  と  $\vec{b}$  で表せ。また、 $|\overrightarrow{CE}|$  を求めよ。  
 (3)  $\overrightarrow{CD}$  を  $\vec{a}$  と  $\vec{b}$  で表せ。また、内積  $\overrightarrow{CD} \cdot \overrightarrow{CE}$  を求めよ。  
 (4) 点  $D$  から線分  $CE$  に下ろした垂線と線分  $CE$  との交点を  $P$  とする。 $\overrightarrow{CP}$  を  $\vec{a}$  と  $\vec{b}$  で表せ。

● 広島市立大学 情報科学部 総合問題

第1問

リーグ戦を考える。すなわち、各チームは他のすべてのチームとそれぞれ1回ずつ試合をする。ただし、どのチームも同じ日に2回以上試合はしないとする。全試合を最も少ない日数で行えるように対戦スケジュールを組みたい。このとき、以下の問いに答えよ。

- 問1 参加チームが  $a, b, c, d, e, f, g, h$  の8チームのとき、どのように対戦スケジュールを組むとよいかを述べよ。  
 問2 参加チームが  $a, b, c, d, e, f, g$  の7チームのとき、どのように対戦スケジュールを組むとよいかを述べよ。

第2問

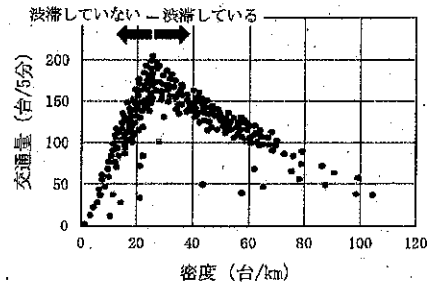
- 問1  $m, n$  を  $m \geq n$  を満たす自然数とする。ケーキを  $m$  個ずつ詰めた箱を  $n$  個作ることを考える。以下の条件 (A), (B) を満たすには、ケーキの種類は最低いくつ必要か、 $m$  と  $n$  を使って表せ。  
 (A) どの箱の中にも同じ種類のケーキはない。  
 (B) どの2つの箱を比較しても、同じ種類のケーキがないか、または、入っていたとしても1種類までとする。  
 問2  $n$  を自然数とする。パンケーキの片面を2枚ずつ焼けるフライパンを1つ用いて、 $n$  枚すべてのパンケーキの両面を焼く時間が最短である手法について述べよ。また、その最短時間を  $n$  を用いて表せ。なお、パンケーキの片面を焼くの

にかかる時間は1枚でも2枚でも1分とする。

- 問3 ある本には、1から始まり順に1ずつ増えていくように、すべてのページに算用数字でページ番号が印字されている。この本のページ番号を印字した文字数は2022であるという。このとき、この本の総ページ数を求めよ。

第3問

観測点を5分間に通過した車の台数を交通量(台/5分)、観測点付近1kmあたりに車が何台あるかを示す量を密度(台/km)、密度の増加とともに交通量が減少する状態を渋滞、および交通量が最大になるときの密度を臨界密度という。下図は、交通量と密度の関係を示した散布図である。このとき、以下の問いに答えよ。



- 問1 図から読み取った臨界密度を用いて、交通量が最大になるときの車間距離を求めよ。また、車間距離がどのようなときに渋滞が発生しているか述べよ。ただし、車長は0とし、車間距離はどの車の間でも同じとする。  
 問2 車の平均速度を車間距離と交通量を用いて表せ。また、図から読み取った最大交通量を用いて、最大交通量のときの車の平均速度を求めよ。  
 問3 図から、渋滞していない場合と渋滞している場合のどちらも、密度と交通量の間にはおおまかに1次関数で表される関係が読み取れる。これを踏まえ、渋滞していない場合と渋滞している場合のそれぞれについて、平均速度と車間距離の関係性を述べよ。

第4問

南北に流れている川がある。狼と羊を連れ、キャベツを持った農夫が東岸にいる。その東岸には1艘の小舟がある。以下の4つの条件 (A)~(D) を満たしつつ、狼、羊、キャベツのすべてを西岸に渡すことを考える。

- (A) 小舟を漕げるのは農夫のみである。  
 (B) 小舟には、農夫のほかは、狼か羊かキャベツのいずれかのみ乗せることができる。ただし、乗せなくてもよい。  
 (C) 農夫がいないと狼が羊を食べてしまうため、狼と羊が同じ岸にいて農夫がその岸にいない状態は避ける。  
 (D) 農夫がいないと羊がキャベツを食べてしまうため、羊とキャベツが同じ岸にいて農夫がその岸にいない状態は避ける。  
 ただし、キャベツに対しても「いる」、「いない」と表現することにする。

東岸の状態を次のような0と1の並び(ビット列)で表す。農夫、狼、羊、キャベツの各々に対して、東岸にいれば値1を、いなければ値0を割り当てる。右から1桁目をキャベツの値、2桁目を羊の値、3桁目を狼の値、4桁目を農夫の値とした4桁の0と1の並びで状態を表す。例えば、1010は東岸に農夫と羊がい

て西岸に狼とキャバツがいる状態を表す。また、すべてが東岸に  
いる状態 1111 を初期状態、すべてが西岸に渡った状態 0000 を終  
了状態という。このとき、以下の問いに答えよ。

問1 2条件(C), (D)を満たす状態を、初期状態と終了状態を  
含めてすべて求めよ。

問2 2条件(C), (D)を満たす状態のうち、その状態から農夫  
のみが移動したとき、2条件(C), (D)を満たさなくなるよう  
なものをすべて求めよ。

問3 状態P, Qに対して、1回の小舟での渡河で状態Pか  
ら状態Qに移るとき、PからQに状態遷移するという。条  
件(A)~(D)を満たしつつ、初期状態から終了状態に至るま  
での状態遷移の回数を最も少なくなるようにするにはどうす  
ればよいかを述べよ。

● 高知工科大学 システム工学群 学群適性検査 数学

[1]  $\triangle OAB$ において、 $\vec{OA}=\vec{a}$ ,  $\vec{OB}=\vec{b}$ とおくとき、  
 $|\vec{a}|=2$ ,  $|\vec{b}|=3$ ,  $|\vec{a}+\vec{b}|=4$ である。このとき、以下の  
(1)~(4)に答えよ。

- (1) 内積  $\vec{a} \cdot \vec{b}$  を求めよ。また、辺 AB の長さを求めよ。
- (2)  $\triangle OAB$  の面積を求めよ。
- (3)  $\vec{OP}=\vec{p}$  として、 $|4\vec{p}-\vec{a}-3\vec{b}| \leq |\vec{a}-\vec{b}|$  を満たす点 P の  
存在する領域の面積を求めよ。
- (4) 点 Q は  $AQ \perp OB$ ,  $BQ \perp OA$  を満たすとす。  
 $\vec{OQ}=s\vec{a}+t\vec{b}$  となる実数  $s, t$  を求めよ。

[2]  $0 \leq \theta \leq \pi$  のとき、 $f(\theta) = \cos 4\theta + 3\sin \theta \cos \theta$  とおく。  
このとき、以下の(1)~(3)に答えよ。なお必要に応じて三角  
関数の加法定理  $\sin(\alpha+\beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$  ,  
および  $\cos(\alpha+\beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$  を用いてよい。

- (1)  $\sin 2\theta = t$  とおくと、 $f(\theta)$  を  $t$  で表せ。
- (2)  $f(\theta)$  の最小値  $m$  とそのときの  $\theta$  の値を求めよ。
- (3)  $f(\theta)$  の最大値  $M$  を求めよ。また、 $f(\theta) = M$  を満たす  $\theta$  の  
うち、小さい方を  $x$ 、大きい方を  $y$  とするとき、  
 $\cos x = \cos y$  であることを示せ。

[3] O を原点とする座標平面上に、円①:  $x^2 + y^2 + 2y - 3 = 0$   
がある。円①と  $x$  軸の交点を A, B (A の  $x$  座標 < B の  $x$  座標)、  
円①の中心を C、半径を  $r$  とする。このとき、以下の(1)~(4)  
に答えよ。

- (1) 3点 A, B, C の座標と、 $r$  の値を求めよ。
- (2) 点 A における円①の接線  $l$  の方程式を求めよ。また、  
 $\angle OCA$  の大きさを求めよ。
- (3) 放物線  $y = ax^2 + bx + c$  ..... ② が 2点 A, B を通り、さら  
に、点 A で(2)の  $l$  に接するとき、定数  $a, b, c$  の値を求め  
よ。
- (4) (3) のとき、円①の  $y \geq 0$  の部分と放物線②で囲まれる部分  
の面積を求めよ。

● 高知工科大学 情報学群 A 区分 学群適性検査 数学

【数学①】

[1] 関数  $f(x)$  を  $f(x) = x^3 - 3x + 1$  とし、 $y = f(x)$  のグラフに  
点 A(2,  $a$ ) から引ける接線の本数について考える。以下の文  
章中の空欄 [ア] ~ [カ], [ケ]・[コ] にあてはまる数を

それぞれ答えなさい。また、空欄 [キ]・[ク] に入れるのに  
最も適当なものを解答群のうちから一つずつ選びなさい。

(1) 関数  $f(x)$  を  $x$  で微分すると、 $f'(x) =$  [ア]  $x^2 -$  [イ] となる。

これより、関数  $f(x)$  は  $x =$  [ウ] で極大値 [エ] ,  
 $x =$  [オ] で極小値 [カ] をとる。

(2)  $y = f(x)$  のグラフ上の点  $(t, f(t))$  における接線の方程式は、  
 $y = f'(t)x +$  [キ] である。この直線が点 A を通るとき、

[ク]  $= a$  ..... ① が成り立つ。 $y = f(x)$  のグラフに点 A  
から引ける接線の本数と、 $t$  についての方程式①の解の個数  
は一致する。 $a = -5$  のとき、 $y = f(x)$  のグラフに点 A から

[ケ] 本の接線が引ける。また、 $a = -1$  のとき、 $y = f(x)$  の  
グラフに点 A から [コ] 本の接線が引ける。

[キ] の解答群  
①  $-2t^3 + 1$  ②  $t^3 - 3t + 1$  ③  $2t^3 - 1$  ④  $4t^3 - 6t + 1$

[ク] の解答群  
①  $-2t^3 + 6t^2 - 5$  ②  $t^3 + 6t^2 - 3t - 5$  ③  $2t^3 + 6t^2 - 7$   
④  $4t^3 + 6t^2 - 6t - 5$

【数学②】

穴の開いたいくつかの赤玉、青玉、白玉を1本の紐に通し、飾  
り紐を作る。ただし、赤玉どうしは互いに隣り合わないようにす  
る。また、飾り紐の一方の端には輪を作り、もう一方の端には鈴  
をつける。このとき、玉を紐に通す順序は何通りあるかを考える。  
ただし、同じ色の玉は区別しない。

[1] 空欄 [ア] ~ [ウ] にあてはまる数を答えなさい。

- (1) 赤玉1個、青玉1個、白玉1個を紐に通す順序は全部で  
[ア] 通りある。
- (2) 赤玉1個、青玉1個、白玉2個を紐に通す順序は全部で  
[イ] 通りある。
- (3) 赤玉2個、青玉1個、白玉1個を、赤玉どうしは互いに隣  
り合わないようになら紐に通す順序は全部で [ウ] 通り  
ある。

[2] 赤玉4個、青玉2個、白玉4個を紐に通す。空欄 [エ] ~  
[コ] にあてはまる数を答えなさい。

- (1) 青玉2個、白玉4個を横一列に並べる並べ方は全部で [エ]  
通りある。この青玉2個、白玉4個を横一列に並べる並べ方  
の各々に対して、玉と玉の間および両端の7か所のうちの4  
か所に赤玉を1個ずつ並べる並べ方は全部で [オ] 通りある。  
したがって、赤玉4個、青玉2個、白玉4個を紐に通す順序  
は全部で [カ] 通りある。
- (2) 両端が白玉になるように玉を紐に通す順序は何通りあるかを  
考える。青玉2個、白玉4個を両端が白玉になるように横一  
列に並べる並べ方は全部で [キ] 通りある。この青玉2個、  
白玉4個を横一列に並べる並べ方の各々に対して、玉と玉の  
間の5か所のうちの4か所に赤玉を1個ずつ並べる並べ方は  
全部で5通りある。したがって、両端が白玉になるように玉

を紐に通す順序は全部で  $\square$  通りある。

- (3) 輪のある方の端が白玉になるように玉を紐に通す順序は何通りあるかを考える。青玉 2 個、白玉 4 個を左端が白玉になるように横一列に並べる並べ方は全部で  $\square$  通りある。この青玉 2 個、白玉 4 個を横一列に並べる並べ方の各々に対して、玉と玉の間および右端の 6 か所のうちの 4 か所に赤玉を 1 個ずつ並べる並べ方は全部で 15 通りある。したがって、輪のある方の端が白玉になるように玉を紐に通す順序は全部で 150 通りある。また、両端のうち輪のある方の端のみが白玉になるように玉を紐に通す順序は全部で  $\square$  通りある。

● 高知工科大学 情報学群 B 区分 学群適性検査 数学

【数学①】

[1] ※A区分と同じ

- [2]  $a, b$  を定数とする。関数  $f(x)$  において、 $f(x)$  が  $x=\alpha$  で定義されていて、 $\lim_{x \rightarrow \alpha-0} f(x), \lim_{x \rightarrow \alpha+0} f(x)$  が存在し、ともに  $f(\alpha)$  に等しいとき、 $f(x)$  は  $x=\alpha$  で連続であるという。

$$f(x) = \begin{cases} x^2+ax+b & (-1 < x < 1) \\ \frac{1}{x} & (x < -1, 1 < x) \\ \frac{2+a+b}{2} & (x=1) \\ \frac{-a+b}{2} & (x=-1) \end{cases}$$

のとき、 $f(x)$  がすべての実数  $x$  で連続となるような  $a, b$  の値を求め、 $y=f(x)$  のグラフをかきなさい。解答にあたっては、解答の過程も記述しなさい。

- [3] 以下の問いに答えよ。解答にあたっては、解答の過程も記述しなさい。

- (1)  $x > 0$  のとき、不等式  $e^x > 1 + \frac{x^3}{6}$  が成り立つことを証明しなさい。
- (2) (1) で証明した不等式を用いて、 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(\log x)^2}{x}$  の値を求めなさい。

【数学②】

※A区分と同じ設定の問題

[1][2] ※A区分と同じ

- [3] [2]と同じく、赤玉 4 個、青玉 2 個、白玉 4 個を紐に通す。赤玉どうしは互いに隣り合わないようにする。

- (1) 少なくとも一方の端が白玉になるように玉を紐に通す順序は全部で何通りあるか答えなさい。
- (2) 赤玉だけでなく、青玉どうしも互いに隣り合わないように玉を紐に通す順序は全部で何通りあるか答えなさい。また、その理由も説明しなさい。

- [4] どの色の玉も十分多くあるとする。 $n$  個の玉を赤玉どうしは互いに隣り合わないように紐に通すとき、鈴のある方の端が赤玉になるように玉を紐に通す順序の場合の数を  $a_n$ 、鈴

のある方の端が青玉または白玉になるように玉を紐に通す順序の場合の数を  $b_n$  とする。

- (1)  $a_2, b_2$  の値をそれぞれ求めなさい。
- (2)  $a_{n+1}, b_{n+1}$  をそれぞれ  $a_n, b_n$  を用いて表しなさい。

- [5] どの色の玉も十分多くあるとする。7 個の玉を紐に通すとき、赤玉どうしは互いに隣り合わないようにながら、両端の色が異なるように玉を紐に通す順序は全部で何通りあるか求めなさい。

● 高知工科大学 経済・マネジメント学群 学群適性検査 数学

[1] 次の各問いに答えよ。なお、解答用紙の所定欄に答えのみを記入すること。

- (1)  $x^2-4xy+4y^2-9$  を因数分解せよ。
- (2) 放物線  $y=x^2-4x+1$  を、 $x$  軸方向に 2、 $y$  軸方向に  $-3$  だけ平行移動して得られる放物線の方程式を求めよ。
- (3) 次のデータの平均値が 4 であるとき、このデータの分散を求めよ。 1, 2,  $x$ , 5, 7
- (4) 10 人の生徒の中から、委員長を 1 人、副委員長を 2 人選ぶとき、選び方は何通りあるか。
- (5) 1 個のさいころを続けて 5 回投げるとき、5 以上の目がちょうど 2 回出る確率を求めよ。
- (6) 2 次方程式  $x^2+2ax+a+2=0$  が異なる 2 つの実数解をもつとき、定数  $a$  の値の範囲を求めよ。
- (7)  $r$  を正の定数とする。円  $x^2+y^2=r^2$  と直線  $3x-4y-20=0$  が接するとき、 $r$  の値を求めよ。
- (8)  $0 \leq \theta < 2\pi$  のとき、方程式  $\cos 2\theta = -\cos \theta$  を解け。
- (9) 不等式  $\log_{\frac{1}{3}}(x-3) \geq 2$  を解け。
- (10) 放物線  $y=x^2-3x+4$  と直線  $y=2x$  で囲まれた部分の面積を求めよ。
- (11) ベクトル  $\vec{a}=(3, 1)$  と  $\vec{b}=(-2, 4)$  のなす角を  $\theta$  ( $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ ) とする。  $\cos \theta$  の値を求めよ。
- (12) 次の条件によって定まる数列  $\{a_n\}$  の一般項を求めよ。  
 $a_1=6, a_{n+1}=4a_n-9$  ( $n=1, 2, 3, \dots$ )

[2]  $\alpha = \sqrt[3]{9+4\sqrt{5}}, \beta = \sqrt[3]{9-4\sqrt{5}}$  とする。

- (1)  $\alpha^3+\beta^3$  と  $\alpha\beta$  の値を求めよ。
- (2) 変数  $x, y$  に対して  $u=x+y, v=xy$  とおく。  $x^3+y^3$  を  $u, v$  で表せ。
- (3)  $t=\alpha+\beta$  とおく。  $t$  の満たす 3 次方程式を作り、 $t$  の値を求めよ。
- (4)  $\alpha^2+\beta^2$  の値を求めよ。
- (5)  $n$  を自然数とし、 $a_n=\alpha^n+\beta^n$  ( $n \geq 1$ ) とおく。  $n \geq 3$  に対し、 $a_n$  を  $a_{n-1}$  と  $a_{n-2}$  で表せ。
- (6) (5) の  $a_n$  に対し、 $a_n > 800$  となる最小の  $n$  の値を求めよ。

[3] 次の定理とその証明を読み、後の問いに答えよ。

【定理】

$S$  を正の定数とする。面積  $S$  の長方形の辺上あるいは内部に異なる 3 点 P, Q, R を取り、これらを頂点とする三角形を作る。

このとき、 $\triangle PQR$ の面積の最大値は $\frac{S}{2}$ である。

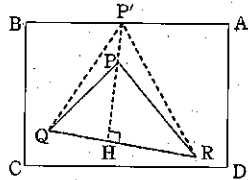
【証明】

与えられた長方形を  $ABCD$  とする。このとき  $P=A, Q=B, R=C$  と取れば  $(7) \triangle PQR = \frac{S}{2}$  である。したがって、 $P, Q, R$ の取り方によらず

$$\triangle PQR \leq \frac{S}{2} \quad \dots\dots (*)$$

が成り立つことを示せばよい。

まず、3つの頂点  $P, Q, R$  がすべて長方形の辺上にある場合を考えれば十分であることを示す。 $P$ から直線  $QR$ に下ろした垂線と直線  $QR$ との交点を  $H$ 、半直線



$HP$ と長方形の辺の交点を  $P'$ とする ( $P$ が長方形の辺上にあれば  $P'=P$ )。このとき  $PH \leq P'H$  だから  $(8) \triangle PQR \leq \triangle P'QR$  である。

点  $Q, R$  に対しても、上の議論と同様にして点  $Q', R'$  を定めると  $(9) \triangle PQR \leq \triangle PQ'R, \triangle PQR \leq \triangle PQR'$  となる。よって、 $(10) P, Q, R$ がすべて長方形の辺上にある場合に  $(*)$  を示せばよい。

(I) 2点と同じ辺上にあるとき

$P, Q$ が辺  $AB$ 上にあり、 $R$ がそれ以外の辺上にあるとしてよい。このとき、 $\triangle PQR$ の底辺を  $PQ$ とみたときの高さは  $BC$ 以下だから  $\triangle PQR \leq \frac{1}{2}PQ \cdot BC \leq \frac{1}{2}AB \cdot BC = \frac{S}{2}$  となる。

(II) 3点すべて異なる辺上にあるとき

$P$ は辺  $AB$ 上、 $Q$ は辺  $BC$ 上、 $R$ は辺  $CD$ 上にあるとしてよい。 $Q$ から直線  $PR$ に下ろした垂線と直線  $PR$ との交点を  $K$ とする。

(i)  $PR$ が  $AD$ と平行なとき

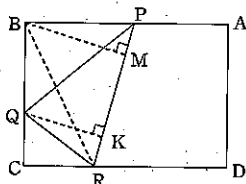
半直線  $QK$ と直線  $AD$ の交点を  $L$ とすると

$QL \perp AD, QK < QL$  であるから  $(11) \triangle PQR < \triangle AQD = \frac{S}{2}$  が得られる。よって  $(*)$  は成り立つ。

(ii)  $PR$ が  $AD$ と平行でないとき

このとき  $AP \neq DR$  である。

$AP < DR$  ならば、 $B$ から直線  $PR$ に下ろした垂線と直線  $PR$ との交点を  $M$ とすると  $QK < BM$  であり



$\triangle PQR = \frac{1}{2}PR \cdot QK < \frac{1}{2}PR \cdot BM = \triangle PBR$  である。さらに

$\triangle PBR \leq \triangle ABR = \frac{S}{2}$  であるから  $(*)$  は成り立つ。

$(12) AP > DR$ の場合も同様である。

以上より題意は示された。

- (1) 下線部 (ア) の理由を説明せよ。
- (2) 下線部 (イ) の理由を説明せよ。
- (3) 下線部 (イ) と下線部 (ウ) が下線部 (エ) の理由になるのはなぜか。分かりやすく説明せよ。

(4) 下線部 (オ) の理由を説明せよ。

(5) 下線部 (カ) について、 $AP > DR$  の場合に  $(*)$  が成り立つことを実際に証明せよ。

### 3 令和3年度 学校推薦型選抜問題

#### ● 広島市立大学 情報科学部 総合問題 (抜粋)

第3問 次の  $\square$  にあてはまる数、式を求めよ。また、問7、問15、問16、問17については問題文の指示にしたがって解答せよ。

問1 方程式  $|x-3|=8$  を満たす実数解は、 $x = \square$  ア である。

問2 4人の得点 6, 4, 3, 7 の平均値は  $\square$  イ であり、分散は  $\square$  ウ である。

問3 2個のサイコロを投げて、出る目の数の積が6の倍数である確率は  $\square$  エ である。

問4 2進法の計算  $1101_{(2)} \times 1011_{(2)} - 1101_{(2)}$  の結果を2進法で表すと  $\square$  オ である。

問5  $(2x+3)^6$  の展開式における  $x^4$  の項の係数は  $\square$  カ である。

問6  $\int_0^1 x(x-3)(x-1)dx = \square$  キ である。

問7 条件  $a_1=1, a_{n+1}=\sqrt{2+a_n}$  ( $n=1, 2, 3, \dots$ ) によって定められる数列  $\{a_n\}$  について、すべての自然数  $n$  に対し  $a_n < 2$  が成り立つことを数学的帰納法を用いて証明せよ。

問8 2つのベクトル  $\vec{a}=(-1, 2), \vec{b}=(3, 1)$  のなす角を  $\theta$  とすると、 $\cos \theta = \square$  ク である。

問9  $z_1=2\left(\cos \frac{5}{9}\pi + i\sin \frac{5}{9}\pi\right), z_2=\sqrt{3}\left(\cos \frac{1}{9}\pi + i\sin \frac{1}{9}\pi\right)$  のとき、 $z_1 z_2$  の値を計算すると、 $z_1 z_2 = \square$  ケ である。

問10  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan 2x}{x} = \square$  コ である。

問11 曲線  $x^2 - y^2 = 1$  上の点  $(\sqrt{2}, -1)$  における接線の方程式は  $\square$  サ である。

問12  $y = \frac{x}{x^2+1}$  の導関数  $y'$  は  $y' = \square$  シ である。

問13  $y = \log |\sin x|$  の導関数  $y'$  は  $y' = \square$  ス である。

問14  $y = xe^{-x}$  の第2次導関数  $y''$  は  $y'' = \square$  セ である。

問15  $x, y$  は複素数とする。2つの条件  $p: x=y=0, q: x^2+y^2=0$  について、 $p$  は  $q$  であるための  $\square$  ソ 。

$\square$  ソ に入る語句として最も適切なものを以下の (a), (b), (c), (d) から選べ。

- (a) 必要十分条件である
- (b) 必要条件であるが、十分条件ではない
- (c) 十分条件であるが、必要条件ではない
- (d) 必要条件でも十分条件でもない

問16 関数  $f(x) = x^3 - 3ax^2 + (a^2 - a)x$  を考える。「 $f(x)$  が  $x=0$  において極値をとるように定数  $a$  を定めよ」という問題に対し、A君は次のように解答した。

A君の解答 条件より、 $f'(0)=0$ 。ここで、



$$f'(x) = 3x^2 - 6x + a^2 - a \text{ より,}$$

$$f'(0) = a^2 - a = 0 \text{ が成り立つので,}$$

$$a = 0, 1 \text{ が求める答えである.}$$

A君の解答には誤りがある。誤りである点を指摘し、誤りである理由を説明せよ。

問17 平地にある地点Aと地点Bを通る直線道路がある走っている車が地点Aと地点Bの間の道路上にいるかを、車の位置情報をもとに調べを考える。平地を $xy$ 平面と見立てて、点Aの座標を原点 $(0, 0)$ 、点Bの座標を $(2, 2)$ として、直線ABが直線道路を表すとする。また、車の位置は点 $C(X, Y)$ として測定されたとする。ただし一般に、測定値 $X, Y$ には誤差が含まれるため、実際は車が道路上にいたとしても、点Cは直線AB上の点であるとは限らない。そこで、次に示す条件1と条件2の両方を満たすとき、地点Aと地点Bの間の道路上に車が存在したと判定する。

条件1 点Aを通り直線ABに垂直な直線 $l_1$ と、点Bを通り直線ABに垂直な直線 $l_2$ に挟まれる領域( $l_1$ 上および $l_2$ 上を含む)に点Cが存在する。

条件2 点Cと直線ABの距離が $d$ 以下である( $d$ は正の実数)。

このとき、以下の問いに答えよ。途中経過も記述すること。

- (1) 条件1かつ条件2を満たす領域を連立不等式で表せ。
- (2)  $(X, Y) = (1, 2)$ 、 $d = \frac{1}{2}$ とする。このとき、車は地点Aと地点Bの間の道路上に存在したかどうか判定せよ。

#### ● 山口東京理科大学 工学部 数学 I・II

[1] 設問(1)~(18)の解答を解答用紙に記入しなさい。なお、解答に分数を含む場合は、既約分数にしなさい。

- (1) 次の式を因数分解しなさい。  
 $2x^2 - xy + 11x - 6y^2 + 13y + 5$
- (2) 次の数の分母を有理化しなさい。  
 $\frac{\sqrt{3}}{3 - \sqrt{3}}$
- (3) 全体集合 $U$ を9から19の自然数とし、 $U$ の部分集合 $A$ を2の倍数、部分集合 $B$ を素数であるとする。このとき、集合 $A \cup B$ を求めなさい。
- (4)  $-2 \leq x \leq 1$ のとき、次の関数の最大値を求めなさい。  
 $y = -2x^2 + 8x + 2$
- (5) 頂点が点 $(3, -6)$ で、点 $(5, 2)$ を通る2次関数を求めなさい。
- (6) 三角形ABCにおいて、辺AC、ABの長さを、それぞれ $b$ 、 $c$ で表し、 $\angle A$ の大きさを $A$ で表す。  
 $b = 4$ 、 $c = 2$ 、 $\cos A = \frac{1}{2}$ のとき、三角形ABCの外接円の半径 $R$ を求めなさい。
- (7)  $0^\circ < \theta \leq 180^\circ$ のとき、次の等式を満たす $\theta$ を求めなさい。  
 $\cos \theta = -\frac{1}{2}$
- (8) 2つの変量の相関関係を表す相関係数 $r$ の取りえる値の範囲を不等式で答えなさい。
- (9) 次の式を展開しなさい。  
 $(x+3)^4$
- (10) 次の式を計算して、複素数 $a+bi$ の形で表しなさい。

$$\frac{3}{3+2i}$$

- (11) 3点 $(0, 0)$ 、 $(1, 7)$ 、 $(4, -2)$ を通る円の中心座標を求めなさい。
- (12) 中心が $(2, -3)$ で $x$ 軸に接する円の方程式を求めなさい。
- (13) 関数 $y = \cos\left(3x + \frac{\pi}{4}\right)$ の周期を求めなさい。
- (14)  $0 \leq \theta < 2\pi$ のとき、次の方程式を解きなさい。  
 $\cos 2\theta - \sin \theta = 0$
- (15) 次の不等式を解きなさい。  
 $\log_3(x+4) < 2$
- (16) 次の数の大小関係を不等号<を使って表しなさい。  
 $\sqrt[3]{8}$ 、 $4^{\frac{1}{3}}$ 、 $\sqrt[3]{2^5}$
- (17) 次の関数を微分しなさい。  
 $y = (x+3)^2(3x-2)$
- (18)  $a > 0$ のとき、次の定積分を $a$ を用いて表しなさい。  
 $\int_{-a}^a (-x^3 + x^2 - 4x) dx$

#### 4 まとめ

昨年度は、コロナ禍による一斉休校の影響か、数学Ⅲの内容を問う問題がやや減少したように思われる。今後の入試では数学Ⅲの内容を問う問題は昨年度までの比率に戻るのではないだろうか。推薦入試を総合型選抜に変更した島根大学については、出題内容・形式は推薦入試のもの大きく変更はなかった。入試改革以前の過去問も活用して入試対策をさせていきたい。

総合型選抜を新たに導入した広島市立大学では、思考力・表現力を問う問題が出題されている。第2問、第4問はパズルの問題としてよく見られる。パズルを利用して論理的思考力や表現力を鍛えることも、受験対策に役立つと思われる。

広島大学教育学部の[V]は、作図の知識を知っていると説明できる問題であろう。相加平均と相乗平均の大小関係の作図を使った証明法などを紹介しておく、それを活用して問題に対処できる生徒がいるのではないだろうか。

高知工科大学経済・マネジメント学群の[3]は、例年通り定理を読んで問題に答える、読解力・説明力の問われる問題である。情報学群の問題も文章量が増えており、共通テストと同様に読解力が必要とされる出題となっている。

全体的に、読解力や発想力、説明力が問われる問題が多く出題されており、総合型選抜・学校推薦型選抜においても確かな学力が求められている。普段から、教科書を読んで理解することや、理解したことを説明することなどを通して、読解力や説明力を鍛えていく必要があると思われる。