

数学Ⅱ・Ⅲにおける課題学習の研究

愛媛県立新居浜商業高等学校 松浦 宏明

1 はじめに

2018年3月、文部科学省より「高等学校学習指導要領」が告示された。新学習指導要領における数学科の目標は、

数学的な見方・考え方を働かせ、数学的活動を通して、数学的に考える資質・能力を次のとおり育成することを旨とする。

- (1) 数学における基本的な概念や原理・法則を体系的に理解するとともに、事象を数学化したり、数学的に解釈したり、数学的に表現・処理したりする技能を身に付けるようにする。
- (2) 数学を活用して事象を論理的に考察する力、事象の本質や他の事象との関係を認識し統合的・発展的に考察する力、数学的な表現を用いて事象を簡潔・明瞭・的確に表現する力を養う。
- (3) 数学のよさを認識し積極的に数学を活用しようとする態度、粘り強く考え数学的論拠に基づいて判断しようとする態度、問題解決の過程を振り返って考察を深めたり、評価・改善したりしようとする態度や創造性の基礎を養う。

とされており、育成を目指す資質・能力が明確化されている。

課題学習は、現行課程では数学Ⅰと数学Aに、新課程では数学Ⅰ、数学Ⅱ、数学Ⅲに位置づけられた。また数学Aにおける数学と人間の活動や数学Bにおける数学と社会生活などの単元では、課題学習に通じるものがあると考え、数学Bにおける内容についても触れていきたい。

本年度の研究では、2018年度より引き続き、新学習指導要領に向けた数学Ⅱ・Bにおける課題学習の内容をまとめるとともに、数学Ⅲについてもまとめたいと思い、この主題を設定した。また、数学Bについては過去のテーマを掲載しておく。

2 課題学習について

(1) 課題学習とは

ア 学習指導要領

内容またはそれらを相互に関連付けた内容を生活と関連付けたり発展させたりするなどした課題を設け、生徒の主体的な学習を促し、数学のよさを認識させ、学習意欲を含めた数学的に考える資質・能力を高めるようにする学習である。

イ 学習指導要領解説数学編理数編

課題については、各内容で学習する内容を総合したり日常の事象や他教科等での学習に関連付けたりするなどして見出されるものや、生徒の疑問を基にしたものなどを設定する。

(2) 取り上げる課題

- ア 生徒の興味・関心や意識を高める課題
- イ 実生活と関連付けた課題
- ウ 生徒の疑問からの課題
- エ 既習事項を発展させた課題

3 単元別課題学習内容

今までに紹介したテーマについては、テーマのみ掲載する。各テーマの詳細は、2018年度、2019年度の数学部会誌に掲載されている。下線部についてのテーマが今年度の内容である。

(1) 数学Ⅱにおける題材・具体例

ア 図形と方程式

- (ア) テーマ「線形計画法を用いて」
- (イ) テーマ「メネラウスの定理を座標で証明」
- (ウ) テーマ「三角形の傍心の座標」

イ 指数関数・対数関数

- (ア) テーマ「複利計算について」
- (イ) テーマ「計算尺を用いた指数・対数の計算」
- (ウ) テーマ「電卓を利用して常用対数 $\log_{10} 2$ の近似値を求める」
- (エ) テーマ「指数を用いた人口の移り変わり」
- (オ) テーマ「掛け算や割り算を、足し算と引き算に」

桁数の多い掛け算や割り算について、電卓を使用せず、常用対数を用いて簡単に計算する。

(カ) テーマ「マグニチュードについて」

地震の規模を表すマグニチュードをM、地震のエネルギーをEとすると、2つの関係を表す式は次のようになる。

$$\log_{10} E = 4.8 + 1.5M$$

この式から、マグニチュードについて考察する。

ウ 三角関数

- (ア) テーマ「3倍角や4倍角の公式について」

- (イ) テーマ「三角関数からピタゴラス数を」
 - (ウ) テーマ「三角比の真の値について」
 - (エ) テーマ「等速円運動と三角関数のグラフの関係について」
- エ 微分・積分の考え
- (ア) テーマ「船の沈む深さはどれくらい」
 - (イ) テーマ「ジェットコースターの安全性について」

(2) 数学Bにおける題材・授業例

ア 数列

- (ア) テーマ「単利法、複利法、利息について」
- (イ) テーマ「フィボナッチ数列と黄金比」
- (ウ) テーマ「三角数、四角数について」
- (エ) テーマ「パスカルの三角形について」
- (オ) テーマ「 n 乗数の和の規則性について」
- (カ) テーマ「隣接4項間の漸化式について」
- (キ) テーマ「カレンダーを題材にした数列」
- (ク) テーマ「特別な直角三角形」

(3) 数学IIIにおける題材・授業例

ア 微分法

- (ア) テーマ「連続複利計算と自然対数 e について」

1万円を年利率 100%で1年間預ける、半年複利で利息を50%にして1年間預ける、3か月複利で利息を25%にして1年間預ける…と繰り返していく。1年後の金額はどうかを考える。

- (イ) テーマ「 $y = e^x$ の接線について」

$y = e^x$ のグラフについて、 x の値が整数値における接線の間隔について考える。

- (ウ) テーマ「効用関数とウェーバーの法則について」

刺激の変化に対する敏感度について考えてみる。例えば、食べ放題の焼き肉屋さんへ行って、最初に食べた牛肉1皿と、最後の牛肉1皿ではありがたさが違う。ウェーバーの法則では、『刺激の変化に対する感覚度は、その時点の刺激の大きさに反比例する。』とある。対数関数を微分することで、その時点での感覚度を知ることができる。

- (エ) テーマ「糸のえがく曲線について」

糸巻きから糸をぴんと張りつつほどこいていく。ほどこき始めの糸の端点Pのえがく曲線がどうなるか考える。

4 問題例

- (1) テーマ「掛け算や割り算を、足し算と引き算に」

常用対数表を用いて

$$123456 \times 345678$$

の近似値を求めてみよう。

ただし、電卓は使用してはいけない。

$$123456 \approx 1.23 \times 10^5$$

$$345678 \approx 3.46 \times 10^5$$

より

$$\log_{10}(123456 \times 345678)$$

$$\approx \log_{10}((1.23 \times 10^5) \times (3.46 \times 10^5))$$

$$= \log_{10}(1.23 \times 3.46 \times 10^{10})$$

$$= \log_{10} 1.23 + \log_{10} 3.46 + \log_{10} 10^{10}$$

常用対数表より

$$\log_{10} 1.23 = 0.0899$$

$$\log_{10} 3.46 = 0.5391$$

となるので

$$\log_{10} 1.23 + \log_{10} 3.46 = 0.629$$

この値に最も近い数値は

$$\log_{10} 4.26 = 0.629$$

となる

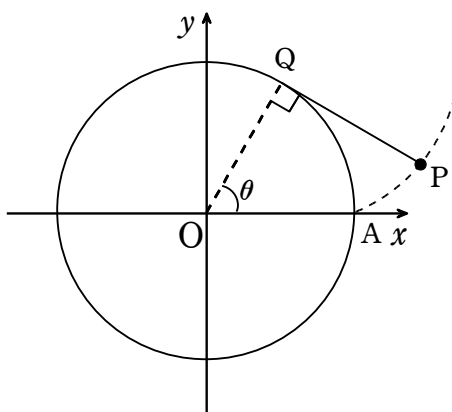
よって

$$123456 \times 345678 \approx 4.26 \times 10^{10}$$

(2) テーマ「糸のえがく曲線について」

半径 a の糸巻から糸をぴんと張りながらほどこいていく。図のように糸巻の中心を原点、ほどこき始めの糸の端点 P を x 軸上の点 $A(a, 0)$ にあるとする。ほどこかれた糸の直線部分と糸巻との接点 Q と原点 O とを結ぶ動径の x 軸からの回転角 θ を媒介変数とする。

- (1) 糸の先端 P のえがく曲線の方程式を作りなさい。
- (2) 糸の先端 P のえがく曲線のグラフをかきなさい。



- (1) OQ は大きさが a で x 軸からの回転角が θ のベクトルのため

$$\begin{aligned} \overrightarrow{OQ} &= a(\cos \theta, \sin \theta) \\ &= (a \cos \theta, a \sin \theta) \dots\dots ① \end{aligned}$$

\overrightarrow{QP} は \overrightarrow{OQ} を負の向きに $\frac{\pi}{2}$ 回転し、

大きさは $\widehat{AQ} = a\theta$ に等しい
よって

$$\begin{aligned} \overrightarrow{QP} &= a\theta \left(\cos \left(\theta - \frac{\pi}{2} \right), \sin \left(\theta - \frac{\pi}{2} \right) \right) \\ &= a\theta (\sin \theta, -\cos \theta) \\ &= (a\theta \sin \theta, -a\theta \cos \theta) \dots\dots ② \end{aligned}$$

①②より

$$\begin{aligned} \overrightarrow{OP} &= \overrightarrow{OQ} + \overrightarrow{QP} \\ &= (a \cos \theta + a\theta \sin \theta, a \sin \theta - a\theta \cos \theta) \end{aligned}$$

$P(x, y)$ とおくと

$$\begin{cases} x = a(\cos \theta + \theta \sin \theta) \\ y = a(\sin \theta - \theta \cos \theta) \end{cases}$$

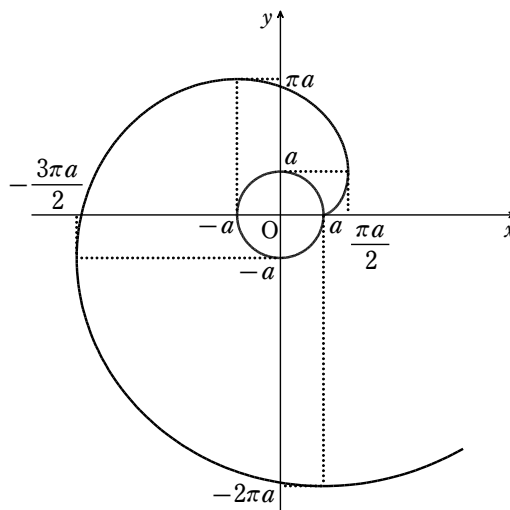
$$\begin{aligned} (2) \quad \frac{dx}{d\theta} &= a(-\sin \theta + \sin \theta + \theta \cos \theta) \\ &= a\theta \cos \theta \\ \frac{dy}{d\theta} &= a(\cos \theta - \cos \theta + \theta \sin \theta) \\ &= a\theta \sin \theta \end{aligned}$$

より

x, y の値は次のようになる

θ	0	...	$\frac{\pi}{2}$...	π	...	$\frac{3}{2}\pi$...	2π
x	a	\nearrow	$\frac{\pi a}{2}$	\searrow	$-a$	\searrow	$-\frac{3\pi a}{2}$	\nearrow	a
y	0	\nearrow	a	\nearrow	πa	\searrow	$-a$	\searrow	$-2\pi a$

となり、グラフは次のようになる



5 研究のまとめ

今回の研究では、2018度より続けている数学Ⅱ・Bにおける課題学習のテーマについての研究に加えて、数学Ⅲにおける課題学習についても研究した。その中で、特に指数関数・対数関数や自然対数、微分・積分が実生活の様々な場面で生かされていることを再認識できた。また、日常生活に関係ある数学だけでなく、他の単元や他教科との関連付けた内容を深く考えるようにもしていきたい。本研究で、授業での扱いが今のままでは難しく、生徒によっては理解しにくいものもあるため、授業実践できるよう内容を推敲もしていきたい。多くの生徒が、数学のよさを認識できるようにするために、教材研究を行い、教師自身の知識や技量もさらに向上していかなければならないと感じた。

《参考文献》

- ・「高等学校学習指導要領」(文部科学省)
- ・「高等学校学習指導要領解説」(文部科学省)