平成２６年度大学入試センター試験アンケートの分析

愛媛県立新居浜東高等学校　藤田　祥夫
愛媛県立新居浜西高等学校　青野　洋介
愛媛県立 大　洲 高等学校　岩村　　崇

１　はじめに

大学入試研究委員会では、県内の高校生に対して、昭和63年度入試から共通一次試験、平成２年度入試からは大学入試センター試験に関するアンケートを毎年実施している。このアンケートの結果を分析し、数学の指導方法について研究を続けてきた。今回も昨年度に続き意識調査のアンケートを「数学Ⅰ・数学Ａ」「数学Ⅱ・数学Ｂ」の科目別に行った。

今年度の大学入試センター試験は、志願者が560,672人（昨年度573,344人）で、昨年度と比べて12,672人減少した。受験率は94.95%（昨年度94.75%）とほぼ昨年度なみであった。

受験者数は、「数学Ⅰ・数学Ａ」が391,420人（昨年度398,447人)、「数学Ⅱ・数学Ｂ」が355,492人(昨年度359,486人）と、どちらも昨年と比べ減少した。平均点は「数学Ⅰ・数学Ａ」が62.08点（昨年度51.20点)、「数学Ⅱ・数学Ｂ」が53.94点（昨年度55.64点）であった。(数字は大学入試センター発表)

「数学Ⅰ・数学Ａ」「数学Ⅱ・数学Ｂ」ともに大問構成、配点ともに昨年度と比べ変化はなかった。

「数学Ⅰ・数学Ａ」は、解答数は昨年とほぼ同じであるが、計算量がやや減少し、やや易化し、平均点が約10点上がった。「数学Ⅱ・数学Ｂ」は、解答数は増えているが、計算量はほぼ変わらず、難易度に大きな変化はなかった。

２　アンケートの概要

大学入試研究委員会では、例年、愛媛県内各高校の協力を得て、現役高校生の実態を調査している。

アンケートはセンター試験の各設問別に正答、誤答、無答を記入する問題編と、受験生がセンター試験を受験しての意識を問うアンケート編の２部構成となっている。今回のアンケートは県内 1973 名の受験生の協力を得ることができた。また、アンケートはセンター試験直後に実施していただいた。

なお、表中の愛媛県平均点は、アンケートによる結果であり、全県下の受験生の平均点ではない。

表１　平均点比較

	愛　媛		全　国	
数学ⅠＡ	60.6	(49.6)	62.08	(51.20)
数学ⅡＢ	48.1	(52.4)	53.94	(55.64)

（　）は、前年度の平均点を表す。
全国平均は大学入試センター発表

表２　全国平均点、愛媛県平均点の推移

数学Ⅰ・Ａ	愛　媛	全　国	差
H17	71.7	69.4	2.3
H18	68.6	62.4	6.2
H19	59.5	54.1	5.4
H20	71.6	66.3	5.3
H21	68.0	64.0	4.0
H22	49.4	49.0	0.4
H23	70.6	66.0	4.6
H24	71.0	70.0	1.0
H25	49.6	51.2	-1.6
H26	60.6	62.1	-1.5

数学Ⅱ・Ｂ	愛　媛	全　国	差
H17	51.5	52.5	-1.0
H18	60.3	57.7	2.6
H19	49.5	48.9	0.6
H20	51.9	51.0	0.9
H21	49.3	50.9	-1.6
H22	55.2	57.1	-1.9
H23	53.0	52.5	0.5
H24	48.8	51.2	-2.4
H25	52.4	55.6	-3.2
H26	48.1	53.9	-5.8

表１は本アンケートによる本県の平均点と大学入試センターが発表している平均点の比較である。

結果は、表２のとおりであるが、昨年度に引き続き、「数学Ⅰ・数学Ａ」、「数学Ⅱ・数学Ｂ」ともに全国平均を下回っている。また、「数学Ⅱ・数学Ｂ」において、全国平均との差は昨年度よりも広がっており、愛媛県の高校生の数学の学力の状況が推察できる。

３　センター試験の全体的傾向

(1)　数学Ⅰ・数学Ａ

大問構成・出題形式・配点等は昨年度と同様である。第1問【1】における命題の問題では、例年の必要条件・十分条件の問題が出題されなかった。第２問、第３問では、標準的な問題となった。第４問の場合の数と確率では、ほとんどが場合の数の問題であり、定番の期待値の問題は出題されなかった。全体として解答数は昨年とほぼ変化はないが、計算量がやや減少し、昨年度よりやや易化した。しかし、本県受験生と全国平均の差は広がっており、昨年にもまして厳しい現状である。特に、難化したわけではなかったが、第４問の正答率が大幅に下がっており、典型問題に対応できても、少し目新しく読解力が必要となる問題には弱いと考えられる。

表３　大問別平均点および得点率

問題番号（配点）	平均点	得点率
第１問（20）方程式と不等式・集合と論理	12.2（14.3）	60.8%（71.5%）
第２問（25）２次関数	17.8（10.9）	71.3%（43.6%）
第３問（30）図形と計量 平面図形	19.4（7.2）	64.8%（24.0%）
第４問（25）場合の数 確率	11.2（17.2）	44.8%（68.8%）

（　）は、前年度を表す。

問題ごとの分析を行う。

第１問「方程式と不等式・集合と論理」

［１］無理数を含む分数、対称式の計算問題である。(1)は基本的な問題であり、ほとんどの受験生が正答であるが、(2)の４次の等式を作る設問での正答率がかなり低い。与えられた ab=2 という条件から考えを用いて b を消去しなければならないことを考えると、完答できる問題である。

［２］自然数に関する集合の問題であった。例年頻出である必要条件・十分条件の対策をしていた受験生は戸惑ったかもしれないが、集合Ｕの要素の個数も少ないので全て書けば十分対応できる問題であった。それにも関わらず、最初の集合Ｕの要素の個数を求める問題の正答率が80%を下回るという残念な結果となっている。(3)の部分集合についての設問は正答率30%を下回る結果となっている。自然数を扱うような条件の下では、具体的に書き出してみることは有効な手段である。行き詰まったときは、そのような方法も活用してほしい。また、補集合や部分集合の定義も再確認しておくことが望ましい。問題としては比較的易しいものだったが、本県の受験生の結果はふるわなかった。

第２問「２次関数」

放物線の平行移動、x 軸との共有点、最大値・最小値という王道のパターンの問題であったので、受験生は違和感無く問題に取り組めたと考えられる。

(2)の$\boxed{チツテ}$や$\boxed{ナニ}$の正答率が低く、その前の$\boxed{タ}$や$\boxed{ト}$の正答率からすると計算ミスをしているとしか考えられない。基本的な計算力の低下が懸念される。最後の共有点の x 座標の範囲についての問題は、正答率が 50%弱であったが、比較的健闘しているのではないだろうか。しかし、不等号を選択する問題であり、厳密な考えを必要とされ、完答は難しかったようだ。

第３問「図形と計量」

二辺とその挟角の余弦が与えられた三角形に関する問題である。前半は数学Ⅰの正弦定理、余弦定理を用いる基本的な問題で、解きやすい。本県の受験生も$\boxed{ア}$から$\boxed{サ}$までの正答率は 90%を超えている。$\boxed{シ}$以降は数学Ａの平面図形の知識を問う問題であった。角の二等分線の性質や面積比についての基本事項をおさえておけば対応できる設問が多かった。最後の設問では、線分の長さの大小関係を問うものであり、角と線分の対応関係を考えればよく、その指針が与えられており、手がつけやすい。しかし、本県の受験生の結果によると、(2)(3)の正答率が低いように感じる。基本的な問題から少し発展の問題まで幅広く学習をさせたい。全体として、図もかきやすく、状況判断も比較的容易な問題も多く、昨年度より易化した。

第４問「場合の数・確率」

サイコロを投げ、出た目に応じた経路の移動に関する問題である。(1)では具体的な状況の説明があり解き易く、その後の問題についても同様の考え方をもって細かくみていけば対応できるものであった。問題設定自体がわかりにくい生徒もいるかもしれないが、誘導が丁寧であるので、誘導に従い解き進めていけばよい。

確率の問が１題だけであり、例年頻出の期待値が出題されなかった。これは、来年度の新課程入試への布石とも考えられる。経路の問題は、近年出題されることはなかったが、演習を積んでおく必要はある。

問題量・計算量ともに昨年と同様であり、難易度はやや易化した。しかし、本県の受験生の平均点は昨年度より−6点である。文章読解力、状況判断力の低下が危惧される。

(2)　数学Ⅱ・数学Ｂ

大問構成・出題形式・配点等は昨年度と同様であるが、昨年度と比較すると計算量がやや増加したが、難易度は昨年並みであった。昨年に引き続き、第１問は「三角関数」が出題されず、「図形と方程式」と「指数・対数関数」の問

題であった。第３問～第６問の選択問題の選択組合せとしては、例年通りであるが、数列・ベクトルの選択が 86.1%と圧倒的に多かったが、第５問の統計と数列またはベクトルの組み合わせが年々増えてきている。アンケートの８の回答からすると、予め選択する問題を決めているので、各高校での指導等により生徒の状況に応じた選択をさせているようである。

表４　選択問題をいつ選んだか

選択した問題のみを解いた	選択した問題以外も解いてみて、自信のある問題を解答した
97.2%	2.8%

表５　大問別平均点および得点率

問題番号 （配点）	平均点 （点）	得点率 （%）
第１問（30） 図形と方程式 指数・対数関数	15.5 (16.9)	51.6 (56.3)
第２問（30） 微分法・積分法	15.3 (16.5)	51.0 (55.0)
第３問（20） 数列	8.1 (10.8)	40.5 (54.0)
第４問（20） ベクトル	9.2 (8.3)	45.8 (41.5)
第５問（20） 統計	10.1 (8.6)	50.5 (43.0)
第６問（20） 数値計算と コンピュータ	4.1 (2.4)	20.3 (12.0)

表６　選択問題の組合せパターン

組合せパターン	割合
第３問と第４問 （数列＋ベクトル）	86.1%
第３問と第５問 （数列＋統計）	6.4%
第３問と第６問 （数列＋数値計算とコンピュータ）	0.6%
第４問と第５問 （ベクトル＋統計）	5.4%
第４問と第６問 （ベクトル＋数値計算とコンピュータ）	0.2%
第５問と第６問 （統計＋数値計算とコンピュータ）	1.3%

第１問「図形と方程式、指数・対数関数」

［１］直線に接する円の問題である。(1)では、誘導に従って円の半径を求めるといった、２直線の垂直条件や点と直線の距離の公式の活用などの基本的な内容の確認である。(2)は x 軸と接する条件と通過点の座標から円の方程式を決める。(3)の分点の問題も標準的であり、全体として解きやすいが、文字を含むため、確かな計算力が必要とされた。

［２］対数不等式を満たす自然数の個数の問題である。自然数という条件を意識して、誘導に従って解き進めていけば無理なく対応できる問題であった。

全体として計算量がやや多くなったが、難易度は昨年とほとんど変化はなかった。

第２問「微分法・積分法」

３次関数の極値、接線、面積についての問題である。昨年度と同様、微分法・積分法について広範囲に渡る内容の出題であり基本的な計算力が問われた。(1)では極値をもつための条件が出題され、$\boxed{エ}$の正答率は 55%程度と、それ以降は、標準的・典型的な問題であり、過去問題等で演習を積んでいれば解きやすい問題であった。昨年度と同様の難易度であったと思われるが、本県受験生の平均点は−1.2点であることを考えると、厳しい状況だと言わざるをえない。特に、最後の面積を求める問題$\boxed{ネノ}$における正答率は約 18%であり、残念である。計算量・難易度ともにほぼ昨年と変化はなかった。

第３問「数列」

(1)は教科書通りの階差数列の問題である。基本問題であるが、$\boxed{アイ}$や$\boxed{ウエ}$のような簡単な操作で求まる問でも正答率が 80%を下回っている状況を見ると、階差数列自体の意味が定着していないものと思われる。さらに、$\boxed{キクケコ}$のa_nの一般項の正答率が約 55%であり、大変厳しいと言わざるを得ない。(2)は、教科書等で扱う典型的なパターンの漸化式とは異なり、２度の置き換えがあり計算量も多くなるが、誘導に従って計算していけば解き進めることは可能であり、最後は定番の部分分数による和の計算であるので得意な生徒にとっては解き易かったと思われる。(2)のほぼ全ての設問に対しても正答率は 30%を下回っており、この第３問が今年度の数学Ⅱ・Ｂの厳しい結果の要因であると考えられる。計算量がやや多くなったが、誘導が丁寧で全体としての難易度はほぼ変化はなかった。

第４問「ベクトル」

昨年は平面ベクトルの出題であったが、今年度は例年通りの空間ベクトルの問題であった。(1)は平行四辺形の面積を求める問題である。誘導が丁寧で、図形的な把握も容易であり、簡単な計算で解くことができる。(2)はベクトルの大きさと三角錐の体積を求める問題である。ベクトルの垂直条件を使い、正しく計算を行えばよいのだが、文字を含む計算となり、計算力と計算上の工夫が求められる。全体としては、状況設定の把握がしやすく、計算量・難易度と

も昨年度と大きな変化はなかった。

第５問「統計とコンピュータ」

9 人の生徒の英語、数学のテストの得点を題材とした問題である。与えられた表の数値から、テストの得点や分散、相関係数からの導かれる関係式や相関図などを考えさせる問題であった。後半では、生徒の入れ替わりによる平均値や相関係数の変化に関する問題であった。

本県受験生の選択者は 254 名であったが、来年度の新課程入試では数学Ⅰの分野として出題されるため、是非確認しておいて欲しい。

第６問「数値計算とコンピュータ」

前半は、N!のもつ素因数 2 の個数を求めるプログラムに関する問題である。後半は、前半のプログラムを他の素因数に応用する問題であった。

本県受験生の選択者は 36 名と少なかった。

４　研究のまとめと今後の課題

今年度の出題傾向とアンケート結果から次のことが考えられる。

(1)　県下全体として数学力の底上げを

数学Ⅰ・Ａ、数学Ⅱ・Ｂとも昨年度に引き続き、全国平均点を下回った。また、昨年度よりも全国平均点との差が広がるということになった。以前は、全国でも上位の成績を収めていた本県がここまでの結果になってしまったという現実を受け止め、各高校にて生徒の学力保障をしなくてはならないのではないだろうか。

(2)　数学的思考力の養成

本県の受験生の結果によると、教科書や傍用問題集等で扱われるような典型問題の正答率は高いが、思考力を問われるような問題に対しての正答率が極端に下がる傾向がある。例えば、今年度の数学Ⅰ・Ａの２次関数や三角比の問題は典型問題であり、正答率は満足できるものであったが、場合の数と確率のような普段見慣れない設定の問題（意図を掴めば容易である）に対しての正答率は低い。典型問題をこなすことも勿論必要で大切なことであるが、普段の問題演習や個別指導、定期考査などを通じて生徒に考えさせるような問題に触れさせる取組を低学年次より行いたい。

(3)　新課程入試への対応

いよいよ新課程入試となる。各高校の先生方においては、校外模試や各出版社が出している予想問題集等をよく研究して新課程入試の対策を練られていると思われる。旧課程で扱われなかった分野については基礎・基本を中心とした出題になるのではないだろうか。

また、数学Ⅰ・Ａにおける数学Ａの３分野からの２分野選択については、数学Ⅱ・Ｂの選択と同様にアンケート調査をお願いしたいと考えている。

平成 26 年度大学入試センター試験　アンケート集計結果

数学Ⅰ・Ａ

１　問題は全体として、教科書の節末・章末問題と比べ

	人数	%
やさしかった	405	20.5
同じ程度だった	1106	56.1
むずかしかった	462	23.4

２　この程度の問題ならば

	人数	%
教科書中心の授業で十分	901	45.7
受験準備が必要	1062	53.8

３　出題数は

	人数	%
少なすぎる	60	3.0
ちょうどよい	1569	79.5
多すぎる	344	17.4

４　出題分量に対して、時間は

	人数	%
少なすぎる	650	33.0
ちょうどよい	1193	60.5
多すぎる	130	6.5

５　問題の傾向についてみると

	人数	%
知識を問う傾向	341	17.3
考え方を見る傾向	720	36.5
知識と考え方のバランスがとれている	912	46.2

６　解答形式（マークセンス方式）について、その練習は

	人数	%
しなくてもよい	268	13.6
少しはしたほうがよい	1239	62.8
大いにしなければならない	466	23.6

自己採点結果

第１問	正答	誤答	無答
ｱ	97.1%	2.2%	0.7%
ｲｳｴｵ	93.0%	5.8%	1.2%
ｶｷｸ	88.0%	9.9%	2.0%
ｹｺ	86.8%	10.1%	3.1%
ｻｼｽｽｿ	26.8%	50.6%	22.6
ﾀﾁ	79.6%	17.3%	3.4%
ﾂﾃ	61.0%	33.7%	5.3%
ﾄﾅ	25.0%	66.4%	8.6%
第２問	正答	誤答	無答

ｱｲｳｴｵ	95.3%	4.0%	0.7%
ｶｷｸ	87.6%	10.3%	2.1%
ｹ	81.0%	15.9%	3.0%
ｺ	78.0%	18.4%	3.7%
ｻｼ	87.7%	8.9%	3.4%
ｽｾ	75.7%	20.2%	4.2%
ｿ	86.0	10.5%	3.5%
ﾀ	64.6%	27.6%	7.8%
ﾁﾂﾃ	50.4%	39.8%	9.7%
ﾄ	69.9%	20.8%	9.3%
ﾅﾆ	55.8%	31.8%	12.4%
ﾇﾈ	56.0%	26.3%	17.7%
ﾉﾊ	43.9%	38.1%	17.9%
ﾋﾌ	44.6%	34.3%	21.1%

第３問	正答	誤答	無答
ｱ	97.2%	2.3%	0.5%
ｲｳ	94.8%	4.5%	0.7%
ｴｵｶ	92.2%	6.7%	1.1%
ｷｸｹｺｻ	90.4%	7.9%	1.7%
ｼｽ	76.4%	18.8%	4.8%
ｾｿﾀﾁ	59.3%	29.2%	11.5%
ﾂﾃﾄﾅ	42.4%	41.2%	16.4%
ﾆﾇ	20.6%	62.1%	11.3%
ﾈ	15.3%	70.2%	14.5%

第４問	正答	誤答	無答
ｱ	81.0%	16.5%	2.5%
ｲ	78.8%	16.5%	2.3%
ｳｴ	68.1%	27.5%	4.4%
ｵｶｷｸｹ	55.4%	33.8%	10.8
ｺ	35.1%	55.3%	9.6%
ｻｼ	28.4%	58.3%	13.3%
ｽ	41.8%	44.6%	13.6
ｾｿ	26.9%	53.7%	19.4%
ﾀﾁﾂ	11.0%	63.3%	25.7%

数学Ⅱ・Ｂ

１　問題は全体として、教科書の節末・章末問題と比べ

	人数	%
やさしかった	74	3.8
同じ程度だった	563	28.5
むずかしかった	1336	67.7

２　この程度の問題ならば

	人数	%
教科書中心の授業で十分	283	14.3
受験準備が必要	1664	84.3

３　出題数は

	人数	%
少なすぎる	36	1.8
ちょうどよい	830	42.1
多すぎる	1107	56.1

４　出題分量に対して、時間は

	人数	%
少なすぎる	1202	60.9
ちょうどよい	550	27.9
多すぎる	221	11.2

５　問題の傾向についてみると

	人数	%
知識を問う傾向	226	11.4
考え方を見る傾向	814	41.3
知識と考え方のバランスがとれている	933	47.3

６　解答形式（マークセンス方式）について、その練習は

	人数	%
しなくてもよい	243	12.3
少しはしたほうがよい	1091	55.3
大いにしなければならない	639	32.4

７　どの問題を選択しましたか

	人数	%
第３問と第４問	1699	86.1
第３問と第５問	127	6.4
第３問と第６問	12	0.6
第４問と第５問	106	5.4
第４問と第６問	4	0.2
第５問と第６問	25	1.3

８　選択問題について

	人数	%
選択した問題のみを解いてマークした	1918	97.2
選択した問題以外も解いて、自信のある解答をマークした	55	2.8

自己採点結果

第１問	正答	誤答	無答
ｱｲ	84.4%	13.6%	1.9%
ｳｴ	69.0%	24.3%	6.7%
ｵｶ	43.0%	44.2%	12.8%
ｷ	46.6%	23.7%	11.7%
ｸｹｺ	24.5%	52.9%	22.6%
ｻｼｽ	21.6%	53.5%	24.8%
ｾ	30.1%	53.2%	16.7%
ｿ	81.8%	14.7%	3.5%
ﾀ	78.3%	17.7%	4.0%
ﾁﾂ	76.2%	18.4%	5.4%
ﾃ	74.1%	20.3%	5.6%
ﾄ	59.4%	32.4%	8.2%
ﾅ	64.9%	26.8%	8.2%
ﾆ	70.6%	21.9%	7.5%
ﾇﾈ	63.2%	25.1%	11.7%
ﾉﾊ	46.4%	36.3%	17.3%
ﾋ	31.5%	49.4%	19.1%
ﾌ	34.3%	46.1%	19.6%
ﾍ	27.2%	50.1%	21.7%

第２問	正答	誤答	無答
ｱｲ	95.7%	3.6%	0.7%
ｳ	85.1%	12.7%	2.2%
ｴ	55.6%	38.8%	5.6%
ｵ	76.9%	19.6%	3.5%
ｶｷｸ	58.6%	34.5%	6.9%
ｹｺ	56.7%	33.4%	9.8%
ｻｼ	52.8%	32.5%	14.7%
ｽｾｿﾀ	48.2%	33.6%	18.2%
ﾁﾂﾃﾄﾅ	29.4%	45.6%	25.0%
ﾆﾇ	23.9%	46.9%	29.2%
ﾈﾉ	18.2%	48.7%	33.1%

第３問	正答	誤答	無答
ｱｲ	77.0%	20.9%	2.1%
ｳｴ	70.8%	26.4%	2.8%
ｵｶ	85.5%	12.7%	1.8%
ｷｸｹｺ	55.9%	35.3	8.8%
ｻｼｽ	63.3%	27.4%	9.3%
ｾｿﾀ	34.4%	44.1%	21.5%
ﾁﾂ	20.3%	51.9%	27.8%
ﾃ	26.6%	42.8%	30.6%
ﾄ	17.2%	50.5%	32.3%
ﾅﾆ	13.8%	49.2%	37.0%
ﾇﾈﾉ	10.4%	49.4%	40.2%

第４問	正答	誤答	無答
ｱｲｳｴ	73.3%	22.4%	4.2%
ｵ	77.1%	19.2%	3.7%
ｶｷ	59.8%	33.4%	6.7%
ｸ	78.3%	16.5%	5.2%
ｹ	63.0%	28.4%	8.6%
ｺ	64.5%	26.9%	8.6%
ｻｼ	45.8%	40.8%	13.5%
ｽｾ	36.5%	45.3%	18.2%
ｿ	71.1%	15.2%	13.7%
ﾀﾁﾂﾃ	24.6%	46.7%	28.7%
ﾄﾅﾆ	13.8%	47.8%	38.4%
ﾇﾈﾉﾊﾋ	7.7%	48.4%	43.9%
ﾌ	6.6%	50.9%	42.5%

第５問	正答	誤答	無答
ｱｲ	87.4%	10.2%	2.4%
ｳｴｵｶ	54.3%	37.4%	8.3%
ｷｸ	74.0%	18.9%	7.1%
ｹ	58.3%	32.3%	9.4%
ｺｻ	61.0%	28.0%	11.0
ｼｽ	60.6%	28.4%	11.0%
ｾ	57.5%	32.3%	10.2%
ｿﾀﾁ	59.5%	24.8%	15.7%
ﾂ	52.4%	31.9%	15.7%
ﾃ	44.5%	36.6%	18.9%
ﾄ	19.3%	57.5%	23.2%
ﾅ	17.3%	58.7%	24.0%

第６問	正答	誤答	無答
ｱｲ	47.2%	41.7%	11.1%
ｳ	55.6%	38.9%	5.5%
ｴ	33.3%	55.6%	11.1%
ｵ	13.9%	69.4%	16.7%
ｶｷ	5.6%	77.8%	16.7%
ｸｹｺｻ	16.7%	66.7%	16.6%
ｼｽｾ	8.3%	72.2%	19.4%
ｿﾀﾁ	2.8%	72.2%	25.0
ﾂﾃ	11.1%	72.2%	16.7%
ﾄ	5.6%	77.8%	16.6%
ﾅ	27.8%	63.9%	8.3%

センター試験　【数学Ⅰ・数学A、数学Ⅱ・数学B】
平成２６年１月１９日実施　各６０分　各１００点

【数学Ⅰ・数学A】

第１問 （配点 20）

〔1〕 $a=\dfrac{1+\sqrt{3}}{1+\sqrt{2}}$，$b=\dfrac{1-\sqrt{3}}{1-\sqrt{2}}$ とおく。

(1) $ab=\boxed{\text{ア}}$

$a+b=\boxed{\text{イ}}\left(\boxed{\text{ウエ}}+\sqrt{\boxed{\text{オ}}}\right)$

$a^2+b^2=\boxed{\text{カ}}\left(\boxed{\text{キ}}-\sqrt{\boxed{\text{ク}}}\right)$

である。

(2) $ab=\boxed{\text{ア}}$ と $a^2+b^2+4(a+b)=\boxed{\text{ケコ}}$ から，a は

$a^4+\boxed{\text{サ}}a^3-\boxed{\text{シス}}a^2+\boxed{\text{セ}}a+\boxed{\text{ソ}}=0$

を満たすことがわかる。

（数学Ⅰ・数学A第１問は次ページに続く。）

〔2〕 集合 U を $U=\{n \mid n$ は $5<\sqrt{n}<6$ を満たす自然数$\}$ で定め，また，U の部分集合 P，Q，R，S を次のように定める。

$P=\{n \mid n\in U$ かつ n は 4 の倍数$\}$

$Q=\{n \mid n\in U$ かつ n は 5 の倍数$\}$

$R=\{n \mid n\in U$ かつ n は 6 の倍数$\}$

$S=\{n \mid n\in U$ かつ n は 7 の倍数$\}$

全体集合を U とする。集合 P の補集合を $\overline{P}$ で表し，同様に Q，R，S の補集合をそれぞれ $\overline{Q}$，$\overline{R}$，$\overline{S}$ で表す。

(1) U の要素の個数は $\boxed{\text{タチ}}$ 個である。

(2) 次の⓪～④で与えられた集合のうち，空集合であるものは $\boxed{\text{ツ}}$，$\boxed{\text{テ}}$ である。

$\boxed{\text{ツ}}$，$\boxed{\text{テ}}$ に当てはまるものを，次の⓪～④のうちから一つずつ選べ。ただし，$\boxed{\text{ツ}}$，$\boxed{\text{テ}}$ の解答の順序は問わない。

⓪ $P\cap R$　① $P\cap S$　② $Q\cap R$　③ $P\cap\overline{Q}$　④ $R\cap\overline{Q}$

(3) 集合 X が集合 Y の部分集合であるとき，$X\subset Y$ と表す。このとき，次の⓪～④のうち，部分集合の関係について成り立つものは $\boxed{\text{ト}}$，$\boxed{\text{ナ}}$ である。

$\boxed{\text{ト}}$，$\boxed{\text{ナ}}$ に当てはまるものを，次の⓪～④のうちから一つずつ選べ。ただし，$\boxed{\text{ト}}$，$\boxed{\text{ナ}}$ の解答の順序は問わない。

⓪ $P\cup R\subset\overline{Q}$　① $S\cap\overline{Q}\subset P$　② $\overline{Q}\cap\overline{S}\subset\overline{P}$
③ $\overline{P}\cup\overline{Q}\subset\overline{S}$　④ $\overline{R}\cap\overline{S}\subset\overline{Q}$

第２問 （配点 25）

a を定数とし，x の 2 次関数

$$y=x^2+2ax+3a^2-6a-36 \quad \cdots\cdots ①$$

のグラフを G とする。G の頂点の座標は

$$\left(\boxed{\text{ア}}a,\ \boxed{\text{イ}}a^2-\boxed{\text{ウ}}a-\boxed{\text{エオ}}\right)$$

である。G と y 軸との交点の y 座標を p とする。

(1) $p=-27$ のとき，a の値は $a=\boxed{\text{カ}}$，$\boxed{\text{キク}}$ である。$a=\boxed{\text{カ}}$ のときの ① のグラフを x 軸方向に $\boxed{\text{ケ}}$，y 軸方向に $\boxed{\text{コ}}$ だけ平行移動すると，$a=\boxed{\text{キク}}$ のときの ① のグラフに一致する。

（数学Ⅰ・数学A第２問は次ページに続く。）

(2) 下の $\boxed{\text{ス}}$，$\boxed{\text{セ}}$，$\boxed{\text{ノ}}$，$\boxed{\text{ハ}}$ には，次の⓪～③のうちから当てはまるものを一つずつ選べ。ただし，同じものを繰り返し選んでもよい。

⓪ $>$　① $<$　② $\geqq$　③ $\leqq$

G が x 軸と共有点を持つような a の値の範囲を表す不等式は

$$\boxed{\text{サシ}}\ \boxed{\text{ス}}\ a\ \boxed{\text{セ}}\ \boxed{\text{ソ}} \quad \cdots\cdots ②$$

である。a が ② の範囲にあるとき，p は，$a=\boxed{\text{タ}}$ で最小値 $\boxed{\text{チツテ}}$ をとり，$a=\boxed{\text{ト}}$ で最大値 $\boxed{\text{ナニ}}$ をとる。

G が x 軸と共有点を持ち，さらにそのすべての共有点の x 座標が -1 より大きくなるような a の値の範囲を表す不等式は

$$\boxed{\text{ヌネ}}\ \boxed{\text{ノ}}\ a\ \boxed{\text{ハ}}\ \frac{\boxed{\text{ヒフ}}}{\boxed{\text{ヘ}}}$$

である。

第３問 （配点 30）

$\triangle$ABC は，AB $=4$，BC $=2$，$\cos\angle\text{ABC}=\dfrac{1}{4}$ を満たすとする。このとき

$$\text{CA}=\boxed{\text{ア}},\quad \cos\angle\text{BAC}=\frac{\boxed{\text{イ}}}{\boxed{\text{ウ}}},\quad \sin\angle\text{BAC}=\frac{\sqrt{\boxed{\text{エオ}}}}{\boxed{\text{カ}}}$$

であり，$\triangle$ABC の外接円 O の半径は $\dfrac{\boxed{\text{キ}}\sqrt{\boxed{\text{クケ}}}}{\boxed{\text{コサ}}}$ である。$\angle$ABC の二等分線と $\angle$BAC の二等分線の交点を D，直線 BD と辺 AC の交点を E，直線 BD と円 O との交点で B と異なる交点を F とする。

(1) このとき

$$\text{AE}=\frac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{ス}}},\quad \text{BE}=\frac{\boxed{\text{セ}}\sqrt{\boxed{\text{ソタ}}}}{\boxed{\text{チ}}},\quad \text{BD}=\frac{\boxed{\text{ツ}}\sqrt{\boxed{\text{テト}}}}{\boxed{\text{ナ}}}$$

となる。

(2) $\triangle$EBC の面積は $\triangle$EAF の面積の $\dfrac{\boxed{\text{ニ}}}{\boxed{\text{ヌ}}}$ 倍である。

（数学Ⅰ・数学A第３問は次ページに続く。）

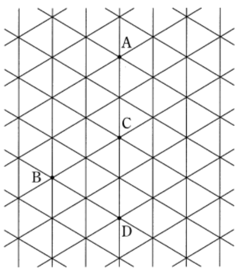
(3) 角度に注目すると，線分 FA，FC，FD の関係で正しいのは $\boxed{\text{ネ}}$ であることが分かる。

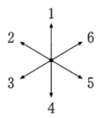
$\boxed{\text{ネ}}$ に当てはまるものを，次の⓪～⑤のうちから一つ選べ。

⓪ FA < FC = FD　　① FA = FC < FD
② FC < FA = FD　　③ FD < FC < FA
④ FA = FC = FD　　⑤ FD < FC = FA

第４問 （配点　25）

下の図は，ある町の街路図の一部である。





ある人が，交差点Ａから出発し，次の規則に従って，交差点から隣の交差点への移動を繰り返す。

① 街路上のみを移動する。
② 出発前にサイコロを投げ，出た目に応じて上図の１～６の矢印の方向の隣の交差点に移動する。
③ 交差点に達したら，再びサイコロを投げ，出た目に応じて図の１～６の矢印の方向の隣の交差点に移動する。（一度通った道を引き返すこともできる。）
④ 交差点に達するたびに，③ と同じことを繰り返す。

（数学Ⅰ・数学Ａ第４問は次ページに続く。）

(1) 交差点Ａを出発し，４回移動して交差点Ｂにいる移動の仕方について考える。この場合，３の矢印の方向の移動と４の矢印の方向の移動をそれぞれ２回ずつ行うので，このような移動の仕方は $\boxed{\text{ア}}$ 通りある。

(2) 交差点Ａを出発し，３回移動して交差点Ｃにいる移動の仕方は $\boxed{\text{イ}}$ 通りある。

(3) 交差点Ａを出発し，６回移動することを考える。このとき，交差点Ａを出発し，３回の移動が終わった時点で交差点Ｃにいて，次に３回移動して交差点Ｄにいる移動の仕方は $\boxed{\text{ウエ}}$ 通りあり，その確率は $\dfrac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カキクケ}}}$ である。

(4) 交差点Ａを出発し，６回移動して交差点Ｄにいる移動の仕方について考える。

- １の矢印の向きの移動を含むものは $\boxed{\text{コ}}$ 通りある。
- ２の矢印の向きの移動を含むものは $\boxed{\text{サシ}}$ 通りある。
- ６の矢印の向きの移動を含むものも $\boxed{\text{サシ}}$ 通りある。
- 上記３つ以外の場合，４の矢印の向きの移動は $\boxed{\text{ス}}$ 回だけに決まるので，移動の仕方は $\boxed{\text{セソ}}$ 通りある。

よって，交差点Ａを出発し，６回移動して交差点Ｄにいる移動の仕方は $\boxed{\text{タチツ}}$ 通りある。

【数学Ⅱ・数学Ｂ】

第１問 （必答問題）（配点　30）

〔１〕 Ｏを原点とする座標平面において，点 $P(p,\ q)$ を中心とする円 C が，方程式 $y=\dfrac{4}{3}x$ で表される直線 ℓ に接しているとする。

(1) 円 C の半径 r を求めよう。

点Ｐを通り直線 ℓ に垂直な直線の方程式は

$$y=-\frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}(x-p)+q$$

なので，Ｐから ℓ に引いた垂線と ℓ の交点Ｑの座標は

$$\left(\frac{3}{25}\left(\boxed{\text{ウ}}\,p+\boxed{\text{エ}}\,q\right),\quad \frac{4}{25}\left(\boxed{\text{ウ}}\,p+\boxed{\text{エ}}\,q\right)\right)$$

となる。

求める C の半径 r は，Ｐと ℓ の距離 PQ に等しいので

$$r=\frac{1}{5}\left|\boxed{\text{オ}}\,p-\boxed{\text{カ}}\,q\right| \quad\cdots\cdots\cdots\cdots ①$$

である。

（数学Ⅱ・数学Ｂ第１問は次ページに続く。）

(2) 円 C が，x 軸に接し，点 $R(2,\ 2)$ を通る場合を考える。このとき，$p>0$，$q>0$ である。C の方程式を求めよう。

C は x 軸に接するので，C の半径 r は q に等しい。したがって，① により，$p=\boxed{\text{キ}}\,q$ である。

C は点Ｒを通るので，求める C の方程式は

$$\left(x-\boxed{\text{ク}}\right)^2+\left(y-\boxed{\text{ケ}}\right)^2=\boxed{\text{コ}} \quad\cdots\cdots\cdots\cdots ②$$

または

$$\left(x-\boxed{\text{サ}}\right)^2+\left(y-\boxed{\text{シ}}\right)^2=\boxed{\text{ス}} \quad\cdots\cdots\cdots\cdots ③$$

であることがわかる。ただし，$\boxed{\text{コ}}<\boxed{\text{ス}}$ とする。

(3) 方程式 ② の表す円の中心をＳ，方程式 ③ の表す円の中心をＴとおくと，直線 ST は原点Ｏを通り，点Ｏは線分 ST を $\boxed{\text{セ}}$ する。$\boxed{\text{セ}}$ に当てはまるものを，次の⓪～⑤のうちから一つ選べ。

⓪ １：１に内分　　① １：２に内分　　② ２：１に内分
③ １：１に外分　　④ １：２に外分　　⑤ ２：１に外分

（数学Ⅱ・数学Ｂ第１問は次ページに続く。）

〔２〕 自然数 m，n に対して，不等式

$$\log_2 m^3+\log_3 n^2\leqq 3 \quad\cdots\cdots\cdots\cdots ④$$

を考える。

$m=2$，$n=1$ のとき，$\log_2 m^3+\log_3 n^2=\boxed{\text{ソ}}$ であり，この m，n の値の組は ④ を満たす。

$m=4$，$n=3$ のとき，$\log_2 m^3+\log_3 n^2=\boxed{\text{タ}}$ であり，この m，n の値の組は ④ を満たさない。

不等式 ④ を満たす自然数 m，n の組の個数を調べよう。④ は

$$\log_2 m+\frac{\boxed{\text{チ}}}{\boxed{\text{ツ}}}\log_3 n\leqq\boxed{\text{テ}} \quad\cdots\cdots\cdots\cdots ⑤$$

と変形できる。

n が自然数のとき，$\log_3 n$ のとり得る最小の値は $\boxed{\text{ト}}$ であるから，⑤ により，$\log_2 m\leqq\boxed{\text{テ}}$ でなければならない。$\log_2 m\leqq\boxed{\text{テ}}$ により，$m=\boxed{\text{ナ}}$ または $m=\boxed{\text{ニ}}$ でなければならない。ただし，$\boxed{\text{ナ}}<\boxed{\text{ニ}}$ とする。

（数学Ⅱ・数学Ｂ第１問は次ページに続く。）

$m=\boxed{\text{ナ}}$ の場合，⑤は，$\log_3 n \leqq \dfrac{\boxed{\text{ヌ}}}{\boxed{\text{ネ}}}$ となり，$n^2 \leqq \boxed{\text{ノハ}}$ と変形できる。よって，$m=\boxed{\text{ナ}}$ のとき，⑤を満たす自然数 n のとり得る値の範囲は $n \leqq \boxed{\text{ヒ}}$ である。したがって，$m=\boxed{\text{ナ}}$ の場合，④を満たす自然数 m，n の組の個数は $\boxed{\text{ヒ}}$ である。

同様にして，$m=\boxed{\text{ニ}}$ の場合，④を満たす自然数 m，n の組の個数は $\boxed{\text{フ}}$ である。

以上のことから，④を満たす自然数 m，n の組の個数は $\boxed{\text{ヘ}}$ である。

第2問　(必答問題)（配点　30）

p を実数とし，$f(x)=x^3-px$ とする。

(1)　関数 $f(x)$ が極値をもつための p の条件を求めよう。$f(x)$ の導関数は，$f'(x)=\boxed{\text{ア}}\,x^{\boxed{\text{イ}}}-p$ である。したがって，$f(x)$ が $x=a$ で極値をとるならば，$\boxed{\text{ア}}\,a^{\boxed{\text{イ}}}-p=\boxed{\text{ウ}}$ が成り立つ。さらに，$x=a$ の前後での $f'(x)$ の符号の変化を考えることにより，p が条件 $\boxed{\text{エ}}$ を満たす場合は，$f(x)$ は必ず極値をもつことがわかる。$\boxed{\text{エ}}$ に当てはまるものを，次の⓪～④のうちから一つ選べ。

⓪ $p=0$　　① $p>0$　　② $p \geqq 0$　　③ $p<0$　　④ $p \leqq 0$

(2)　関数 $f(x)$ が $x=\dfrac{p}{3}$ で極値をとるとする。また，曲線 $y=f(x)$ を C とし，C 上の点 $\left(\dfrac{p}{3},\ f\left(\dfrac{p}{3}\right)\right)$ を A とする。

$f(x)$ が $x=\dfrac{p}{3}$ で極値をとることから，$p=\boxed{\text{オ}}$ であり，$f(x)$ は $x=\boxed{\text{カキ}}$ で極大値をとり，$x=\boxed{\text{ク}}$ で極小値をとる。

（数学Ⅱ・数学B第2問は次ページに続く。）

曲線 C の接線で，点 A を通り傾きが 0 でないものを ℓ とする。ℓ の方程式を求めよう。ℓ と C の接点の x 座標を b とすると，ℓ は点 $(b,\ f(b))$ における C の接線であるから，ℓ の方程式は b を用いて

$$y=\left(\boxed{\text{ケ}}\,b^2-\boxed{\text{コ}}\right)(x-b)+f(b)$$

と表すことができる。また，ℓ は点 A を通るから，方程式

$$\boxed{\text{サ}}\,b^3-\boxed{\text{シ}}\,b^2+1=0$$

を得る。この方程式を解くと，$b=\boxed{\text{ス}}$，$\dfrac{\boxed{\text{セソ}}}{\boxed{\text{タ}}}$ であるが，ℓ の傾きが 0 でないことから，ℓ の方程式は

$$y=\frac{\boxed{\text{チツ}}}{\boxed{\text{テ}}}x+\frac{\boxed{\text{ト}}}{\boxed{\text{ナ}}}$$

である。

点 A を頂点とし，原点を通る放物線を D とする。ℓ と D で囲まれた図形のうち，不等式 $x \geqq 0$ の表す領域に含まれる部分の面積 S を求めよう。D の方程式は

$$y=\boxed{\text{ニ}}\,x^2-\boxed{\text{ヌ}}\,x$$

であるから，定積分を計算することにより，$S=\dfrac{\boxed{\text{ネノ}}}{24}$ となる。

第3問　(選択問題)（配点　20）

数列 $\{a_n\}$ の初項は 6 であり，$\{a_n\}$ の階差数列は初項が 9，公差が 4 の等差数列である。

(1)　$a_2=\boxed{\text{アイ}}$，$a_3=\boxed{\text{ウエ}}$ である。数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよう。$\{a_n\}$ の階差数列の第 n 項が $\boxed{\text{オ}}\,n+\boxed{\text{カ}}$ であるから，数列 $\{a_n\}$ の一般項は

$$a_n=\boxed{\text{キ}}\,n^{\boxed{\text{ク}}}+\boxed{\text{ケ}}\,n+\boxed{\text{コ}} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots ①$$

である。

(2)　数列 $\{b_n\}$ は，初項が $\dfrac{2}{5}$ で，漸化式

$$b_{n+1}=\frac{a_n}{a_{n+1}-1}b_n \quad (n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots) \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots ②$$

を満たすとする。$b_2=\dfrac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シス}}}$ である。数列 $\{b_n\}$ の一般項と初項から第 n 項までの和 S_n を求めよう。

①，②により，すべての自然数 n に対して

$$b_{n+1}=\frac{\boxed{\text{セ}}\,n+\boxed{\text{ソ}}}{\boxed{\text{セ}}\,n+\boxed{\text{タ}}}b_n \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots ③$$

が成り立つことがわかる。

（数学Ⅱ・数学B第3問は次ページに続く。）

ここで

$$c_n=\left(\boxed{\text{セ}}\,n+\boxed{\text{ソ}}\right)b_n \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots ④$$

とするとき，③を c_n と c_{n+1} を用いて変形すると，すべての自然数 n に対して

$$\left(\boxed{\text{セ}}\,n+\boxed{\text{チ}}\right)c_{n+1}=\left(\boxed{\text{セ}}\,n+\boxed{\text{ツ}}\right)c_n$$

が成り立つことがわかる。これにより

$$d_n=\left(\boxed{\text{セ}}\,n+\boxed{\text{テ}}\right)c_n \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots ⑤$$

とおくと，すべての自然数 n に対して，$d_{n+1}=d_n$ が成り立つことがわかる。$d_1=\boxed{\text{ト}}$ であるから，すべての自然数 n に対して，$d_n=\boxed{\text{ト}}$ である。したがって，④と⑤により，数列 $\{b_n\}$ の一般項は

$$b_n=\frac{\boxed{\text{ト}}}{\left(\boxed{\text{セ}}\,n+\boxed{\text{ソ}}\right)\left(\boxed{\text{セ}}\,n+\boxed{\text{テ}}\right)}$$

である。また

$$b_n=\frac{\boxed{\text{ナ}}}{\boxed{\text{セ}}\,n+\boxed{\text{ソ}}}-\frac{\boxed{\text{ニ}}}{\boxed{\text{セ}}\,n+\boxed{\text{テ}}}$$

が成り立つことを利用すると，数列 $\{b_n\}$ の初項から第 n 項までの和 S_n は

$$S_n=\frac{\boxed{\text{ヌ}}\,n}{\boxed{\text{ネ}}\,n+\boxed{\text{ノ}}}$$

であることがわかる。

第4問 （選択問題）（配点　20）

座標空間において，立方体 OABC–DEFG の頂点を

O(0，0，0)，A(3，0，0)，B(3，3，0)，C(0，3，0)，

D(0，0，3)，E(3，0，3)，F(3，3，3)，G(0，3，3)

とし，OD を 2：1 に内分する点を K，OA を 1：2 に内分する点を L とする。BF 上の点 M，FG 上の点 N および K，L の 4 点は同一平面上にあり，四角形 KLMN は平行四辺形であるとする。

(1)　四角形 KLMN の面積を求めよう。ベクトル $\overrightarrow{\mathrm{LK}}$ を成分で表すと

$$\overrightarrow{\mathrm{LK}}=\left(\boxed{\text{アイ}},\ \boxed{\text{ウ}},\ \boxed{\text{エ}}\right)$$

となり，四角形 KLMN が平行四辺形であることにより，$\overrightarrow{\mathrm{LK}}=\boxed{\text{オ}}$ である。$\boxed{\text{オ}}$ に当てはまるものを，次の⓪～③のうちから一つ選べ。

⓪ $\overrightarrow{\mathrm{ML}}$　　① $\overrightarrow{\mathrm{LM}}$　　② $\overrightarrow{\mathrm{NM}}$　　③ $\overrightarrow{\mathrm{MN}}$

ここで，M(3，3，s)，N(t，3，3)と表すと，$\overrightarrow{\mathrm{LK}}=\boxed{\text{オ}}$ であるので，$s=\boxed{\text{カ}}$，$t=\boxed{\text{キ}}$ となり，N は FG を 1：$\boxed{\text{ク}}$ に内分することがわかる。

また，$\overrightarrow{\mathrm{LK}}$ と $\overrightarrow{\mathrm{LM}}$ について

$$\overrightarrow{\mathrm{LK}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{LM}}=\boxed{\text{ケ}},\quad |\overrightarrow{\mathrm{LK}}|=\sqrt{\boxed{\text{コ}}},\quad |\overrightarrow{\mathrm{LM}}|=\sqrt{\boxed{\text{サシ}}}$$

となるので，四角形 KLMN の面積は $\sqrt{\boxed{\text{スセ}}}$ である。

（数学Ⅱ・数学B第4問は次ページに続く。）

(2)　四角形 KLMN を含む平面を α とし，点 O を通り平面 α と垂直に交わる直線を ℓ，α と ℓ の交点を P とする。$|\overrightarrow{\mathrm{OP}}|$ と三角錐（すい）OLMN の体積を求めよう。

P(p，q，r) とおくと，$\overrightarrow{\mathrm{OP}}$ は $\overrightarrow{\mathrm{LK}}$ および $\overrightarrow{\mathrm{LM}}$ と垂直であるから，

$\overrightarrow{\mathrm{OP}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{LK}}=\overrightarrow{\mathrm{OP}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{LM}}=\boxed{\text{ソ}}$ となるので，$p=\boxed{\text{タ}}\,r$，$q=\dfrac{\boxed{\text{チツ}}}{\boxed{\text{テ}}}\,r$

であることがわかる。$\overrightarrow{\mathrm{OP}}$ と $\overrightarrow{\mathrm{PL}}$ が垂直であることにより $r=\dfrac{\boxed{\text{ト}}}{\boxed{\text{ナニ}}}$ となり，$|\overrightarrow{\mathrm{OP}}|$ を求めると

$$|\overrightarrow{\mathrm{OP}}|=\frac{\boxed{\text{ヌ}}\sqrt{\boxed{\text{ネノ}}}}{\boxed{\text{ハヒ}}}$$

である。$|\overrightarrow{\mathrm{OP}}|$ は三角形 LMN を底面とする三角錐 OLMN の高さであるから，三角錐 OLMN の体積は $\boxed{\text{フ}}$ である。

第5問 （選択問題）（配点　20）

次の表は，あるクラスの生徒 9 人に対して行われた英語と数学のテスト（各 20 点満点）の得点をまとめたものである。ただし，テストの得点は整数値である。また，表の数値はすべて正確な値であり，四捨五入されていないものとする。

	英　語	数　学
生徒 1	9	15
生徒 2	20	20
生徒 3	18	14
生徒 4	18	17
生徒 5	A	8
生徒 6	18	C
生徒 7	14	D
生徒 8	15	14
生徒 9	18	15
平均値	16.0	15.0
分　散	B	10.00
相関係数	0.500	

以下，小数の形で解答する場合，指定された桁（けた）数の一つ下の桁を四捨五入し，解答せよ。途中で割り切れた場合，指定された桁まで⓪にマークすること。

（数学Ⅱ・数学B第5問は次ページに続く。）

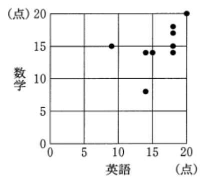
(1)　生徒 5 の英語の得点 A は $\boxed{\text{アイ}}$ 点であり，9 人の英語の得点の分散 B の値は $\boxed{\text{ウエ}}$．$\boxed{\text{オカ}}$ である。また，9 人の数学の得点の平均値が 15.0 点であることと，英語と数学の得点の相関係数の値が 0.500 であることから，生徒 6 の数学の得点 C と生徒 7 の数学の得点 D の関係式

$$\mathrm{C}+\mathrm{D}=\boxed{\text{キク}}$$
$$\mathrm{C}-\mathrm{D}=\boxed{\text{ケ}}$$

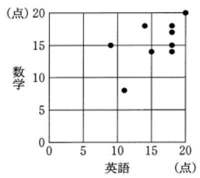
が得られる。したがって，C は $\boxed{\text{コサ}}$ 点，D は $\boxed{\text{シス}}$ 点である。

(2)　9 人の英語と数学の得点の相関図（散布図）として適切なものは $\boxed{\text{セ}}$ である。$\boxed{\text{セ}}$ に当てはまるものを，次の⓪～③のうちから一つ選べ。

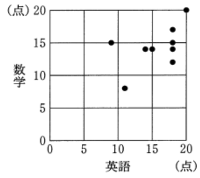
⓪



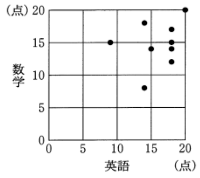
①



②



③



（数学Ⅱ・数学B第5問は次ページに続く。）

(3) 生徒 10 が転入したので，その生徒に対して同じテストを行った。次の表は，はじめの 9 人の生徒に生徒 10 を加えた 10 人の得点をまとめたものである。ただし，表の数値はすべて正確な値であり，四捨五入されていないものとする。

	英　語	数　学
生徒 1	9	15
生徒 2	20	20
生徒 3	18	14
生徒 4	18	17
生徒 5	A	8
生徒 6	18	C
生徒 7	14	D
生徒 8	15	14
生徒 9	18	15
生徒10	6	F
平均値	E	14.0
分　散	18.00	18.00
相関係数	0.750	

10 人の英語の得点の平均値 E は $\boxed{\text{ソタ}}$. $\boxed{\text{チ}}$ 点であり，生徒 10 の数学の得点 F は $\boxed{\text{ツ}}$ 点である。

(数学Ⅱ・数学B第 5 問は次ページに続く。)

(4) 生徒 10 が転入した後で 1 人の生徒が転出した。残った 9 人の生徒について，英語の得点の平均値は 10 人の平均値と同じ $\boxed{\text{ソタ}}$. $\boxed{\text{チ}}$ 点，数学の得点の平均値は 10 人の平均値と同じ 14.0 点であった。転出したのは生徒 $\boxed{\text{テ}}$ である。また，英語について，10 人の得点の分散の値を v，残った 9 人の得点の分散の値を v' とすると

$$\frac{v'}{v} = \boxed{\text{ト}}$$

が成り立つ。さらに，10 人についての英語と数学の得点の相関係数の値を r，残った 9 人についての英語と数学の得点の相関係数の値を r' とすると

$$\frac{r'}{r} = \boxed{\text{ナ}}$$

が成り立つ。$\boxed{\text{ト}}$ ，$\boxed{\text{ナ}}$ に当てはまるものを，次の⓪～⑤のうちから一つずつ選べ。ただし，同じものを選んでもよい。

⓪ -1　　① 1　　② $\frac{9}{10}$

③ $\left(\frac{9}{10}\right)^2$　　④ $\frac{10}{9}$　　⑤ $\left(\frac{10}{9}\right)^2$

第 6 問 (選択問題)(配点 20)

2 以上の自然数 N に対して，1 から N までの自然数の積

$$N! = 1 \times 2 \times \cdots \times N$$

の素因数分解を考える。

(1) $N = 6$ のとき，$N!$ の素因数分解は $6! = 2^{\boxed{\text{ア}}} \times 3^{\boxed{\text{イ}}} \times 5$ である。6! は，素因数 2 を $\boxed{\text{ア}}$ 個，素因数 3 を $\boxed{\text{イ}}$ 個，素因数 5 を 1 個もつ。

(2) $N!$ がもつ素因数 2 の個数を求める方法について考えよう。

まず，$\frac{N}{2}$ の整数部分を M とおく。N 以下の自然数の中には，M 個の偶数 2，4，…，$2M$ がある。その他の奇数の積を Q とおくと，$N!$ は次のように表すことができる。

$$N! = Q \times 2 \times 4 \times \cdots \times 2M = Q \times 2^M \times M!$$

したがって，$N!$ は少なくとも M 個の素因数 2 をもつことがわかる。さらに，$M!$ がもつ素因数 2 の個数を求めるために，$N!$ に対する手順を $M!$ に対して再び用いることができる。

つまり，$N!$ がもつ素因数 2 の個数を求めるためには，N から $\frac{N}{2}$ の整数部分である M を求め，M を改めて N と考えて，同じ手順を用いて新しく M を求める，という手順の繰り返しを $M < 2$ となるまで行えばよい。この手順の繰り返しで求められたすべての M の和が，$N!$ がもつ素因数 2 の個数である。

たとえば，$N = 13$ の場合には，$\frac{13}{2} = 6.5$ であるから，$M = 6$ となる。この手順を繰り返して M を求めた結果は，N から M を求める手順を矢印(→)で表すと，次のようにまとめられる。

$$13 \to \mathbf{6} \to \mathbf{3} \to \mathbf{1}$$

太字で表された 6，3，1 が，この手順を繰り返して求められた M の値である。それらの和 $6 + 3 + 1 = 10$ が，13! のもつ素因数 2 の個数である。

この手順にしたがって，2 以上の自然数 N を入力して，$N!$ がもつ素因数 2 の個数を出力する〔プログラム 1〕を作成した。ただし，INT(X) は X を超えない最大の整数を表す関数である。

〔プログラム 1〕

```
100 INPUT PROMPT "N=":N
110 LET D=2
120 LET C=0
130 LET M=N
140 FOR J=1 TO N
150    LET M=INT(M/D)
160    LET [ ウ ]
170    IF [ エ ] THEN GOTO 190
180 NEXT J
190 PRINT "素因数";D;"は";C;"個"
200 END
```

〔プログラム 1〕の $\boxed{\text{ウ}}$ に当てはまるものを，次の⓪～③のうちから一つ選べ。

⓪ C=C+1　　① C=M　　② C=C+M　　③ C=C+M+1

$\boxed{\text{エ}}$ に当てはまるものを，次の⓪～④のうちから一つ選べ。

⓪ M>=D　　① M=D　　② M<=D　　③ M<D　　④ M>D

〔プログラム 1〕を実行し，変数 N に 101 を入力する。170 行の「GOTO 190」が実行されるときの変数 J の値は $\boxed{\text{オ}}$ である。また，190 行で出力される変数 C の値は $\boxed{\text{カキ}}$ である。

(数学Ⅱ・数学B第 6 問は次ページに続く。)

(3) $N!$ がもつ素因数 2 の個数を求める方法は，他の素因数の個数についても同様に適用できる。たとえば，$N!$ がもつ素因数 5 の個数を求める場合は，まず，$\frac{N}{5}$ の整数部分を M とおく。N 以下の自然数の中には M 個の 5 の倍数があるので，$N!$ は少なくとも M 個の素因数 5 をもつ。また，これらの M 個の 5 の倍数を 5 で割った商は 1，2，…，M である。$M!$ の中の素因数 5 の個数を求めるためには，M を N と考えて，同じ手順を繰り返せばよい。

したがって，$N!$ がもつ素因数 5 の個数を求めるためには，〔プログラム 1〕の $\boxed{\text{クケコ}}$ 行を $\boxed{\text{サ}}$ に変更すればよい。$\boxed{\text{サ}}$ に当てはまるものを，次の⓪～⑤のうちから一つ選べ。

⓪ INPUT PROMPT "N=":N　　① INPUT PROMPT "C=":C
② INPUT PROMPT "M=":M　　③ LET C=5
④ LET D=5　　⑤ LET M=D

変更した〔プログラム 1〕を実行することにより，2014！は素因数 5 を $\boxed{\text{シスセ}}$ 個もつことがわかる。したがって，2014！がもつ素因数 2 の個数と素因数 5 の個数について考えることにより，2014！を 10 で割り切れる限り割り続けると，$\boxed{\text{ソタチ}}$ 回割れることがわかる。

(4) N 以下のすべての素数が，$N!$ の素因数として含まれる。その個数は，素数 2 や素数 5 の場合と同様に求められる。N 以下のすべての素因数について，$N!$ がもつ素因数とその個数を順に出力するように，〔プログラム 1〕を変更して〔プログラム 2〕を作成した。行番号に下線が引かれた行は，変更または追加された行である。

ただし，繰り返し処理「FOR K=A TO B～NEXT K」において，A が B より大きい場合，この繰り返し処理は実行されず次の処理に進む。

（数学Ⅱ・数学B第 6 問は次ページに続く。）

〔プログラム 2〕

```
100 INPUT PROMPT "N=":N
110 FOR D=2 TO N
111    FOR K=2 TO D-1
112       IF ツ THEN テ
113    NEXT K
120    LET C=0
130    LET M=N
140    FOR J=1 TO N
150       LET M=INT(M/D)
160       LET ウ
170       IF エ THEN GOTO 190
180    NEXT J
190    PRINT "素因数";D;"は";C;"個"
191 NEXT D
200 END
```

〔プログラム 2〕の 111 行から 113 行までの処理は，D が素数であるかどうかを判定するためのものである。$\boxed{\text{ツ}}$，$\boxed{\text{テ}}$ に当てはまるものを，次の⓪～⑧のうちから一つずつ選べ。ただし，同じものを選んでもよい。

⓪ INT(D/K)=1　　① INT(D/K)>1　　② D=INT(D/K)*K
③ D<>INT(D/K)*K　　④ GOTO 120　　⑤ GOTO 130
⑥ GOTO 180　　⑦ GOTO 190　　⑧ GOTO 191

〔プログラム 2〕を実行し，変数 N に 26 を入力したとき，190 行は $\boxed{\text{ト}}$ 回実行される。$\boxed{\text{ト}}$ 回のうち，変数 C の値が 2 となるのは $\boxed{\text{ナ}}$ 回である。