

就職問題集の「割合」に関する指導法の研究

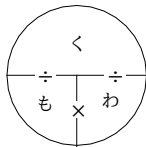
1 はじめに

本校生徒の進路希望は、専門学校、短期大学、四年制大学への進学、そして就職など、多岐にわたる。3年生3クラスの内2クラスは、愛媛県高等学校教育研究会数学会が編集する数学就職問題集を授業で活用している。数学Ⅰ、数学Ⅱ、数学Aで学習する内容だけではなく、公務員試験対策問題、SPIの問題など幅広く取り扱われており、本校では毎年第1章のSPI問題から始める。難問ではないと言われるが、本校生徒にとっては、難問の部類に属するようである。特に、「割合」や「速さ・時間・距離」に関する問題を苦手とする生徒が例年多い。そこで、公式を覚えさせ、解法を理解させることに重きを置く指導で、自らの力で解けるようにしたいと考え、この主題を設定した。

2 研究実践の内容

(1) 金銭計算，濃度算

濃度算や金銭計算については、図1のように比べる量「く」、もとにする量「も」、割合「わ」の関係を明確にさせる。



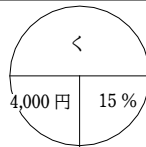
<図1>

① 金銭計算

例 p.1

1. (1) 4,000円の15%は()円である。

$$4000 \times 0.15 = 600 \text{ 円}$$



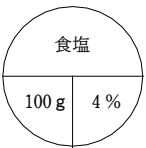
② 濃度算

例 p.3

18. 4%の食塩水100gに400gの水を加えると、濃度は何%になるか。

この問題であれば、図2のように、問題文から読み取れた所を埋めさせ、1か所埋まらない所を、計算して求めさせた。食塩の量は、

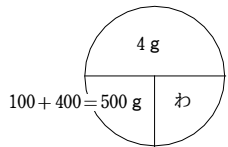
$$100 \times 0.04 = 4 \text{ g}$$



<図2>

400gの水を加えるので、図3のようになり、濃度は、

$$\frac{4}{500} \times 100 = 8 \%$$

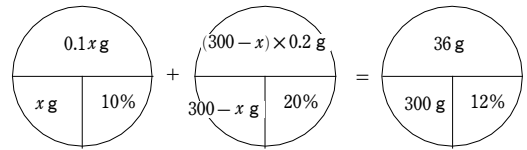


<図3>

例 p.4

24. 10%の食塩水Aと20%の食塩水Bを混ぜて、12%の食塩水を300g作りたい。食塩水Aは何g混ぜればよいか。

この問題では、食塩水Aをxgとおくと、図4のような関係から、食塩の量に着目して、一次方程式を用いて求めることができた。

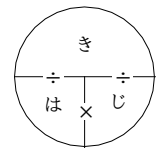


<図4>

$$0.1x + (300 - x) \times 0.2 = 36 \text{ よって, } x = 240 \text{ g}$$

(2) 速さ・時間・距離

図5のように速さ「は」、時間「じ」、距離「き」の関係を明確にさせる。



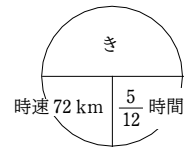
<図5>

例 p.8

7. (6) ある列車の時は速は72 kmである。Xから出発し、Yに到着するまでに25分かかった。XからYまでの距離は何kmか。

$$25 \text{ 分} = \frac{25}{60} \text{ 時間} = \frac{5}{12} \text{ 時間}$$

$$72 \times \frac{5}{12} = 30 \text{ km}$$



例 p.8

7. (7) 長さが120 mの電車が、時速54 kmで360 mのトンネルを通過するには何秒かかるか。

$$120 + 360 = 480 \text{ m} = 0.48 \text{ km}$$

0.48 ÷ 54 時間だから

$$0.48 \div 54 \times 60 \times 60 = 32 \text{ 秒}$$

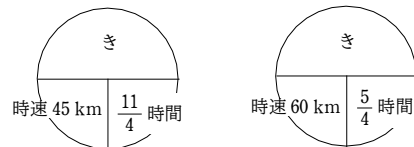


例 p.8

7. (8) 時速45 kmで2時間45分進んだあと、時速60 kmで1時間15分進んだ。このとき、進んだ距離は合計で何kmか。

$$2 \text{ 時間 } 45 \text{ 分} = 2 \frac{45}{60} \text{ 時間} = 2 \frac{3}{4} \text{ 時間}$$

$$1 \text{ 時間 } 15 \text{ 分} = 1 \frac{15}{60} \text{ 時間} = 1 \frac{1}{4} \text{ 時間}$$



$$45 \times \frac{11}{4} + 60 \times \frac{5}{4} = 198.75 \text{ km}$$

(3) 仕事算

例 p.2

6. ある仕事をするのに、Aさんは6時間、Bさんは4時間かかる。2人で一緒にすると、何分かかかるか。

仕事量全体を1として、以下のように解決するのがよく

紹介されている。

仕事量全体を1とすると、AさんとBさんの1時間の仕事量はそれぞれ、 $\frac{1}{6}$ と $\frac{1}{4}$ である。2人で一緒に行った1時間の仕事量は、

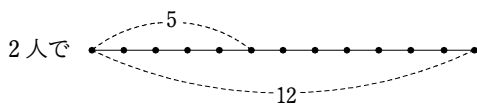
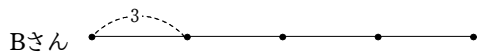
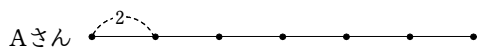
$$\frac{1}{6} + \frac{1}{4} = \frac{5}{12}$$

だから、ある仕事を2人で一緒にした時の時間は、

$$1 \div \frac{5}{12} = \frac{12}{5} \text{ (時間)}$$

$$\text{よって、} \frac{12}{5} \times 60 = 144 \text{ (分)}$$

仕事量全体を1として考えると、AさんとBさんの1時間の仕事量が分数になること、また、仕事量全体が1で解決できることに生徒は難色を示した。そこで、仕事量全体をより具体的な数値にするために、仕事量全体を6と4の最小公倍数12として、次のようにも解決してみた。

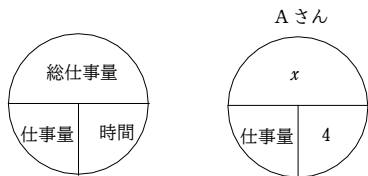


よって、1日の仕事量は、

$$2 + 3 = 5 \text{ となるので、}$$

$$12 \div 5 = \frac{12}{5} \text{ (時間)}$$

この方法は、視覚的にも理解するには良かったようだが、解きやすさという面では、最小公倍数を考え、時には数直線を用いるなど、手間がかかる面もあった。そこで、最初の考えに戻り、仕事量全体を x という文字に置き換えて考えてみた。



仕事量全体を x (パワー) とすると、AさんとBさんの1時間の仕事量はそれぞれ、 $\frac{x}{6}$ と $\frac{x}{4}$ である。2人で一緒に行った1時間の仕事量は、

$$\frac{x}{6} + \frac{x}{4} = \frac{5}{12}x \text{ だから、}$$

ある仕事を2人で一緒にした時の時間は、

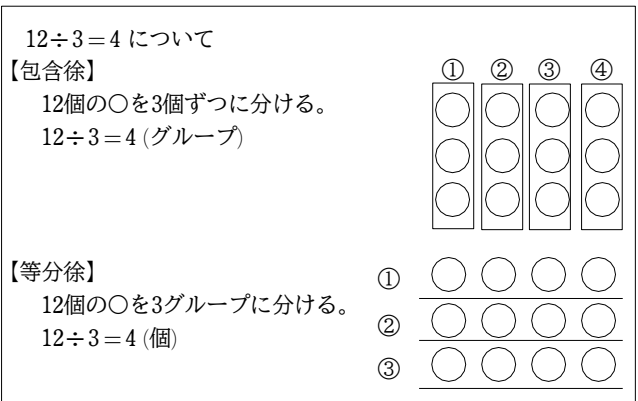
$$x \div \frac{5x}{12} = x \times \frac{12}{5x} = \frac{12}{5} \text{ (時間)}$$

生徒にとっては、仕事量に関する問題で仕事量全体を x と置くことで、「割合」や「速さ・時間・距離」と同じように解決できることが分かり、仕事量全体を1とすることよりも x (パワー) のほうが生徒に定着した。

3 研究のまとめ

今回扱った内容は、義務教育で学習済みである。日常生活の中でもよく活用され、しっかりと身に付けておきたい内容である。今回は公式を覚えさせ、解法を理解させることに重きを置く指導を行った。解くことに関しては一定の成果が上がったように感じた。しかし、なぜ「割合」のか、なぜ「掛ける」のか、その意味まで理解できているのかは疑問が残る。

改めて、そこで「割り算」について調べていくうちに、「等分徐」と「包含徐」について知り、以下の図Aのようにまとめた。



<図A>

考え方そのものはいたって簡単で、数式は同じだが、その意味は異なる。「割合」がある数をもとにしたとき、比較する対象がもとにする数のいくつ分かを考えるものであり、

$$(\text{くらべる量}) \div (\text{もとにする量}) = (\text{割合})$$

は、包含徐であり、

$$(\text{くらべる量}) \div (\text{割合}) = (\text{もとにする量})$$

が等分徐ととらえることができると考えた。すなわち、「割合」は、小学校の早い段階で学習済みで、割り算の意味がしっかりと理解できていれば、「割合」の単元に入っても理解しやすいものになるのではないかと考える。さらに、「速さ」を時間あたりの変化の「割合」としてとらえるならば、

$$(\text{距離}) \div (\text{時間}) = (\text{速さ})$$

は、包含徐であり、

$$(\text{距離}) \div (\text{速さ}) = (\text{時間})$$

が、等分徐ととらえることができる。「速さ」も「割合」と同様に、「割り算」の意味がしっかりと理解できていれば、理解しやすいものになるのではないかと考える。「割り算」「割合」「速さ」にはつながりがあり、最初の「割り算」における等分徐と包含徐が正しく理解できているか、そして、それらとつながりを持つことを理解できているかどうかで、「割合」と「速さ」の理解度に差が生まれるのではないかと推測する。実際、「 $12 \div 3 = 4$ を説明してください。」と、私が担当する3年生2講座約40名の生徒に質問したところ、1割の生徒が「 $3 \times 4 = 12$ だから」と答え、2割の生徒が「等分徐」、6割の生徒が「包含徐」の考えで答えた。「 $3 \times 4 = 12$ だから」と答えた生徒が、「等分徐」や「包含徐」の考え方が全く身に付いていないとは、この回答のみからは言えないが、「 $3 \times 4 = 12$ だから」と答えた全員が習熟度の低い講座であることは興味深い。

本校は、義務教育で身に付けておくべき事柄が十分に身に付いていないまま入学する生徒の割合が増加している。この現状に対し、学校全体で取り組むべき課題であると考えている。