

数学Ⅱ・Bにおける課題学習の研究（2）

愛媛県立新居浜商業高等学校 松浦 宏明

1 はじめに

2018年3月、文部科学省より「高等学校学習指導要領」が告示された。新学習指導要領における数学科の目標は、

数学的な見方・考え方を働かせ、数学的活動を通して、数学的に考える資質・能力を次のとおり育成することを目指す。

(1) 数学における基本的な概念や原理・法則を体系的に理解するとともに、事象を数学化したり、数学的に解釈したり、数学的に表現・処理したりする技能を身に付けるようにする。

(2) 数学を活用して事象を論理的に考察する力、事象の本質や他の事象との関係を認識し統合的・発展的に考察する力、数学的な表現を用いて事象を簡潔・明瞭・的確に表現する力を養う。

(3) 数学のよさを認識し積極的に数学を活用しようとする態度、粘り強く考え数学的論拠に基づいて判断しようとする態度、問題解決の過程を振り返って考察を深めたり、評価・改善したりしようとする態度や創造性の基礎を養う。

とされており、育成を目指す資質・能力が明確化されている。

課題学習は、現行課程では数学Ⅰと数学Aに、新課程では数学Ⅰ、数学Ⅱ、数学Ⅲに位置づけられた。また数学Aにおける数学と人間の活動や数学Bにおける数学と社会生活などの単元では、課題学習に通じるものがあると考え、数学Bにおける内容についても触れていきたい。

本年度の研究では、昨年度に引き続き、新学習指導要領に向けた数学Ⅱ・Bにおける課題学習の内容をまとめたいと思い、この主題を設定した。

2 課題学習について

(1) 課題学習とは

ア 学習指導要領

内容またはそれらを相互に関連付けた内容を生活と関連付けたり発展させたりするなどした課題を設け、生徒の主体的な学習を促し、数学のよさを認識させ、学習意欲を含めた数学的に考える資質・能力を高めるようにする学習である。

イ 学習指導要領解説数学編理数編

課題については、各内容で学習する内容を総合したり日常の事象や他教科等での学習に関連付けたりするなどして見出されるものや、生徒の疑問を基にしたものなどを設定する。

(2) 取り上げる課題

ア 生徒の興味・関心や意識を高める課題

イ 実生活と関連付けた課題

ウ 生徒の疑問からの課題

エ 既習事項を発展させた課題

3 単元別課題学習内容

昨年度に紹介したテーマについては、テーマのみ掲載する。

(1) 数学Ⅱにおける題材・具体例

ア 図形と方程式

(ア) テーマ「線形計画法を用いて」

(イ) テーマ「メネラウスの定理を座標で証明」

(ウ) テーマ「三角形の傍心の座標」

イ 指数関数・対数関数

(ア) テーマ「複利計算について」

(イ) テーマ「計算尺を用いた指数・対数の計算」

(ウ) テーマ「電卓を利用して常用対数 $\log_{10} 2$ の近似値を求める」

(エ) テーマ「指数を用いた人口の移り変わり」

都市A、Bの人口がそれぞれ100万人、50万人であった。B市からA市に毎年5万人の住人の移動があり、A市からB市にはその年からn年目に 2^{n-1} 万人の移動があるという。何年か後にB市の人口の方がA市の人口よりも多くなる可能性があるか。

ウ 三角関数

(ア) テーマ「3倍角や4倍角の公式について」

(イ) テーマ「三角関数からピタゴラス数を」

(ウ) テーマ「三角比の真の値について」

(エ) テーマ「等速円運動と三角関数のグラフの関係について」

物理学の現象と数学を関連付ける。物理の等速円運動、単振動に関わる学習内容は、数学の度数法や弧度法、三角関数の内容に深く関係する。

物理では、半径rの一般的な等速円運動を

考えるのに対して、数学では、単位円を利用して考える。また、物理では一般的な等速円運動をとらえる立場で指導すると聞くが、数学では半径1でラジアンを定義することで、弧の長さや角の大きさが一致することを明示できるなど、物理と数学の関連を意識できる内容が考えられる。

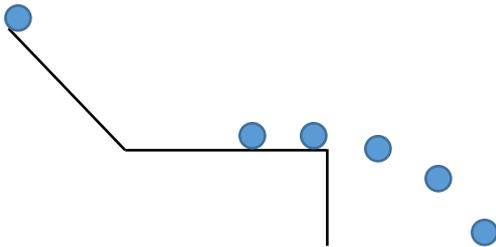
エ 微分・積分の考え

(ア) テーマ「船の沈む深さはどれくらい」

物理学の現象を数学で裏付ける。水圧と水深の関係をもとに、浮力の公式を導き、船の沈む深さを求める。また、平面図形や立体の性質、方程式などの既習事項を組み合わせさせて考えさせることもできる。

(イ) テーマ「ジェットコースターの安全性について」

ジェットコースターのレールから鉄球を転がし、鉄球がレールから浮かないコースを設計するためにはどうすればよいかを考える。そのために、水平投射された鉄球が描く軌跡の方程式を求める。



(2) 数学Bにおける題材・授業例

ア 数列

(ア) テーマ「単利法、複利法、利息について」

(イ) テーマ「フィボナッチ数列と黄金比」

(ウ) テーマ「三角数、四角数について」

(エ) テーマ「パスカルの三角形について」

(オ) テーマ「 n 乗数の和の規則性について」

(カ) テーマ「隣接4項間の漸化式について」

(キ) テーマ「カレンダーを題材にした数列」

(ク) テーマ「特別な直角三角形」

図形と数列の別単元を関連付けて、3辺が等差数列や等比数列をなすような直角三角形を考える。

等差数列をなす直角三角形では、3:4:5の辺の比が結果として出てくる。また、等比数列をなす直角三角形では、公比 r の2乗に黄金比が出てくる。

4 問題例

(1) テーマ「三角関数からピタゴラス数を」

$a^2 + b^2 = c^2$ を満たす自然数の組 (a, b, c) をピタゴラス数という。よく知られているものとして $(3, 4, 5)$, $(5, 12, 13)$ が挙げられる。三角関数の加法定理を利用してその他の自然数解を求めてみよう。

$(a, b, c) = (3, 4, 5)$ のとき、

$\angle A = \theta$ とすると、 $\angle C = 90^\circ$ の

直角三角形であるから

$$\sin \theta = \frac{3}{5}, \cos \theta = \frac{4}{5}$$

である。

このとき、2倍角の公式から

$$\sin 2\theta = 2\sin \theta \cos \theta = \frac{24}{25}$$

$$\cos 2\theta = \cos^2 \theta - \sin^2 \theta = \frac{7}{25}$$

である。

三角関数の相互関係から

$$\sin^2 2\theta + \cos^2 2\theta = 1$$

より

$$\left(\frac{24}{25}\right)^2 + \left(\frac{7}{25}\right)^2 = 1$$

である。

よって

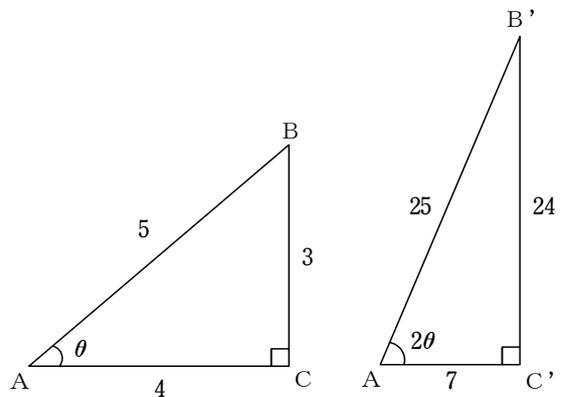
$$24^2 + 7^2 = 25^2$$

であり

ピタゴラス数

$$(a, b, c) = (7, 24, 25)$$

が得られる。



三角関数の加法定理の公式から

$$\sin 3\theta = \sin 2\theta \cos \theta + \cos 2\theta \sin \theta = \frac{117}{125}$$

$$\cos 3\theta = \cos 2\theta \cos \theta - \sin 2\theta \sin \theta = -\frac{44}{125}$$

である。

三角関数の相互関係から

$$\sin^2 3\theta + \cos^2 3\theta = 1$$

より

$$\left(\frac{117}{125}\right)^2 + \left(-\frac{44}{125}\right)^2 = 1$$

である。

よって

$$117^2 + 44^2 = 125^2$$

であり

ピタゴラス数

$$(a, b, c) = (44, 117, 125)$$

が得られる。

(2) テーマ「電卓を利用して常用対数 $\log_{10} 2$ の近似値を求める」

電卓を用いて $\log_{10} 2$ の近似値を求めてみよう。

$$\begin{aligned}\log_{10} 2 &= \frac{1}{4} \log_{10} 2^4 \\ &= \frac{1}{4} \log_{10} (10 \times 1.6) \\ &= \frac{1}{4} (1 + \log_{10} 1.6) \\ &= \frac{1}{4} \left(1 + \frac{1}{5} \log_{10} 1.6^5\right) \\ &= \frac{1}{4} \left(1 + \frac{1}{5} \log_{10} 10.48576\right) \\ &= \frac{1}{4} \left\{1 + \frac{1}{5} \log_{10} (10 \times 1.048576)\right\} \\ &= \frac{1}{4} \left\{1 + \frac{1}{5} (1 + \log_{10} 1.048576)\right\} \\ &= \frac{1}{4} \left\{1 + \frac{1}{5} \left(1 + \frac{1}{49} \log_{10} 1.048576^{49}\right)\right\} \\ &= \frac{1}{4} \left\{1 + \frac{1}{5} \left(1 + \frac{1}{49} \log_{10} 10.218692\right)\right\}\end{aligned}$$

ここで

$$\log_{10} 10.218692 \approx \log_{10} 10 = 1$$

なので

$$\begin{aligned}\log_{10} 2 &\approx \frac{1}{4} \left\{1 + \frac{1}{5} \left(1 + \frac{1}{49}\right)\right\} \\ &= \frac{59}{196} \\ &\approx 0.3010204 \\ &\approx 0.3010\end{aligned}$$

同様にして、 $\log_{10} 3, \log_{10} 7$ の近似値も求めることができる。

5 研究のまとめ

今回の研究では、昨年度に引き続いて数学Ⅱ・Bにおける課題学習のテーマをまとめた。その中で、数学Ⅰ・Aにおける課題学習より数学Ⅱ・Bの課題学習における課題学習の方が、より他の単元や他教科との関連付けた内容を深く考えることができるのではないかと考えた。数学は様々な領域の学問とつながりを持っている。学校教育において、そのつながりを実感できるような教材を我々教員が考え、他領域とのつながりを感じるとともに、その過程で数学的な考え方も深められるような問題選びが必要だと考える。そして、数学的な見方や考え方のよさを認識させ、考えることの楽しさを感じたり、既知の公式や定理から適切な方法を選択、利用することができたりと、生徒の関心や意欲を高めるための教材研究も必要不可欠である。課題学習の必要性について、学習指導要領では「生徒の数学的取り組みを促し、思考力、判断力、表現力等の育成を図る」とある。より多くの生徒が、数学のよさを認識できるようにするために、教師自身の知識や技量もさらに向上していかなければならない。

《参考文献》

- ・「高等学校学習指導要領」（文部科学省）
- ・「高等学校学習指導要領解説」（文部科学省）