

表現力を養成する課題学習の研究・実践

愛媛県立宇和高等学校 福山 幸司

1 はじめに

課題研究において、生徒一人一人の表現力を養成するには、何をどうすればよいか。昨年度、このことを考察するために、生徒の課題研究を分析することから始めた。生徒が自由にテーマを設定し、自由な発想で取り組ませた。他に例のないテーマを設定し、発想や考察が独特で面白かったが、表現方法については助言・指導をしなければならないものが多かった。今年度については、昨年度の内容を踏まえ、実施方法を考察し、クラス数を増やして実施した。

2 研究の目標

- (1) 現在の生徒各個人の数学的な表現力を測る
- (2) 生徒一人一人の表現力を踏まえて、テーマと内容を考察する
- (3) 表現力を養成させる課題学習のポイントを考察する

3 研究・実践内容

今年度の研究については、1年生普通科2クラス、3年生生物工学科1クラス、普通科1クラスで実施した。3年生の2クラスについては、多くの生徒が数学に苦手意識を持っているが、授業中ユニークな表現や発想を見ることがあり、夏休みの課題として実施した。課題研究の事前指導として、テーマを選択させ、図、表、グラフを用いるよう指示し、さらに自分の周りにある事柄について考察することを指導した。

(1) 形式

昨年度と同様に紙媒体のレポートにして提出させた。発表については、レポートの中での表現力を見るために事前に連絡をしていない。

(2) テーマ

昨年度は、生徒が自由にテーマを決めていたが、今年度については、予め用意した以下のテーマから選択させた。

- ・三角比を用いて自宅の高さを測る
- ・同じ誕生日の人がいる確率
- ・道順の総数
- ・日常に隠れた確率
- ・偏差値
- ・絶対値を含む関数と方程式
- ・生活の中の黄金比を調べる
- ・生活の中の白銀比を調べる
- ・正多角形と円周率の値

- ・ピザの等分法（何人分まで均等に？）
- ・相似を利用する作図
- ・正五角形の作図
- ・天文航法
- ・ものの数え方
- ・時計を使って方位を調べる
- ・トランプの確率の問題
- ・和算の問題を解く

4 生徒の課題学習

(1) 黄金比と白銀比

このテーマでは、黄金比・白銀比を選択した1年生のほとんどが計算していた。これに対して、3年生のものは、日常生活の中にある黄金比・白銀比を取り上げるものが多かった。計算で算出するものと日常生活にあるもので分かれるようになった。3年生との話の中では、黄金比と白銀比を見つけることが楽しい、という意見が多かった。表現力においても、計算による数式によるものと、絵や図を用いてユニークな構成のものとの対照的であった。

<1年生>

課題研究

「美しく見える不思議な比」

研究内容

縦と横の長いの比が「黄金比」になっている長方形は、とても美しいといわれ、古くから建築物や美術品に使われてきました。

「黄金比」は、次のような比です。

「ある長さの直線を $a:b$ の比に分けて、1辺が a の正方形と、

1辺 b 、横 $a+b$ の長方形の面積が等しくなるようにしたときの $a:b$ の比、

面積の関係から $a^2 = b(a+b)$ です。比の値を求めやすいように $b=1$ とすると、

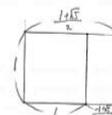
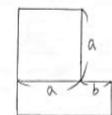
$a^2 = a+1$, $a^2 - a - 1 = 0$

これは2次方程式を学習すると、 $a = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$ であることがわかります。

$a:b = \frac{1+\sqrt{5}}{2}:1$ です。 $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ は、フィボナッチ数列のとなり合う2数の比の値に近づいていく数でした。

黄金比の長方形は、正方形を切り取った残りの長方形 A' も、また黄金比になります。

$$1 + \frac{1+\sqrt{5}}{2} = \frac{2}{1+\sqrt{5}} = \frac{2(1+\sqrt{5})}{(1+\sqrt{5})(1+\sqrt{5})} = \frac{2(1+\sqrt{5})}{1+5} = \frac{2(1+\sqrt{5})}{4} = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$$



<3年生>

美人顔に見える黄金比

目部門

美人 ver. **自分 ver.** **比で考えると**
普通 $1:2=1:1$ ならないと思うが和
特黄金比には「ほい遠い」
目ぐらいい美人で生きたいと
思いたい。

唇部門

美人 ver. **自分 ver.** **比で考えると**
おと0.5cmで黄金比で「ほい」
またもや美人顔ならず
で「ほい」

顔全体部門

美人 ver. **自分 ver.** **比で考えると**
日本人に好まれるやすい四角形の比率

白銀比が使われている物

・A利用紙、法隆寺、五重塔、日本の壺、トトロ(しほを除く)、せんと君キティ(顔のみ)、ドラえもん

法隆寺「大和比」 **五重塔**

一本の丸太から効率よく木材を伐り出すには正方形が適していました。そして、寸法の測定に使用する「曲尺(かねばく)」という道具にB反が登場します。大工さんが使う物産です。

まとめ

- ・白銀比は日本には建築物からキャラクターまで幅広くお世話になっている。馬場塚みか深いため日本人には美しく感じる比率だと思われる。

日本人に好まれるやすい四角形の比率

1位 (19.3%)	1:1.43 (白銀長方形に極めて近い)
2位 (17.7%)	1:1 (長方形)
3位 (15.0%)	1:1.62 (黄金長方形に極めて近い)

キャラクターの白銀比

ドラえもん

白銀比とは...

- ・ $1:1+\sqrt{5}$ の比。黄金比の二倍。
- ・ $1:\sqrt{5}$ の比。靴の寸法に使用される。
- ・ 5分割に黄金比は $1:1.618$

日本人に好まれるやすい黄金比ではないが $1:1.414$ の白銀比らしい。かわいさと言われるキャラクターにも白銀比が隠れている。ドラえもんは白銀比。

ドラえもんは白銀比 1.414

ハローキティ 1.414

バインキン 1.414

人気キャラクターの多くは白銀比だといわれています。ドラえもん以外にも Apple のロゴや Google のマークも白銀比であり、東京スカイツリーも白銀比です。高層ビルや建物はもともと隠れていることで知られていました。人気が高いデザインにしたいときにはこの白銀比を用いることがいいといわれています。白銀比のキャラクターはかわいくて親しみやすいものが多いと思われています。

(2) 同じ誕生日の人がいる確率

このテーマについては、1年生だけが多数選択していた。どの課題研究を見ても、計算によって確率を出しており、結果の考察について取り上げているものはなかった。1年生と話をしたときには、誕生日については個人情報のため、自分のクラスでの検証は難しいということであった。

<1年生>

課題研究「20の中に同じ誕生日の人がいる確率」

1. 研究の意義
人生の中で入居する人と出会います。そこで、同じ誕生日の人と出会うこともあると思います。同じ誕生日の人がいる確率は20人の中に何人いるのか気になったので、この研究をしてみることになりました。

2. 研究の方法
条件 (1) 人数は20人とする。
(2) うらなう年を考慮して366日とする。

方法 ① 全員が同じ誕生日に「ない」確率を出す。
1人目の場合... 366日どの日付でも良いので $\frac{366}{366} = 1$ 100%
つまり、1人だと誕生日が同じ人がいない確率は100%(全員違日)
2人目の場合... 366日のうち1人目の日付を除く365日しかありせん。なので、 $\frac{365}{366} \times \frac{366}{366} = 0.997$ 99.7%
3人目の場合... 3人目も1人目、2人目と同じことをして $\frac{365}{366} \times \frac{365}{366} \times \frac{366}{366} = 0.992$ 99.2%
5人目の場合... 5人目も1日、2日、3日、4日と同じことをして $\frac{365}{366} \times \frac{364}{366} \times \frac{363}{366} \times \frac{362}{366} \times \frac{361}{366} \times \frac{360}{366} \times \frac{366}{366} = 0.972$ 97.2%
20人目の場合... 20人目も同じことをして $\frac{365}{366} \times \frac{364}{366} \times \frac{363}{366} \times \frac{362}{366} \times \frac{361}{366} \times \frac{360}{366} \times \frac{359}{366} \times \frac{358}{366} \times \frac{357}{366} \times \frac{356}{366} \times \frac{355}{366} \times \frac{354}{366} \times \frac{353}{366} \times \frac{352}{366} \times \frac{351}{366} \times \frac{350}{366} \times \frac{349}{366} \times \frac{348}{366} \times \frac{347}{366} \times \frac{346}{366} \times \frac{345}{366} \times \frac{344}{366} \times \frac{343}{366} \times \frac{342}{366} \times \frac{341}{366} \times \frac{340}{366} \times \frac{339}{366} \times \frac{338}{366} \times \frac{337}{366} \times \frac{336}{366} \times \frac{335}{366} \times \frac{334}{366} \times \frac{333}{366} \times \frac{332}{366} \times \frac{331}{366} \times \frac{330}{366} \times \frac{329}{366} \times \frac{328}{366} \times \frac{327}{366} \times \frac{326}{366} \times \frac{325}{366} \times \frac{324}{366} \times \frac{323}{366} \times \frac{322}{366} \times \frac{321}{366} \times \frac{320}{366} \times \frac{319}{366} \times \frac{318}{366} \times \frac{317}{366} \times \frac{316}{366} \times \frac{315}{366} \times \frac{314}{366} \times \frac{313}{366} \times \frac{312}{366} \times \frac{311}{366} \times \frac{310}{366} \times \frac{309}{366} \times \frac{308}{366} \times \frac{307}{366} \times \frac{306}{366} \times \frac{305}{366} \times \frac{304}{366} \times \frac{303}{366} \times \frac{302}{366} \times \frac{301}{366} \times \frac{300}{366} \times \frac{299}{366} \times \frac{298}{366} \times \frac{297}{366} \times \frac{296}{366} \times \frac{295}{366} \times \frac{294}{366} \times \frac{293}{366} \times \frac{292}{366} \times \frac{291}{366} \times \frac{290}{366} \times \frac{289}{366} \times \frac{288}{366} \times \frac{287}{366} \times \frac{286}{366} \times \frac{285}{366} \times \frac{284}{366} \times \frac{283}{366} \times \frac{282}{366} \times \frac{281}{366} \times \frac{280}{366} \times \frac{279}{366} \times \frac{278}{366} \times \frac{277}{366} \times \frac{276}{366} \times \frac{275}{366} \times \frac{274}{366} \times \frac{273}{366} \times \frac{272}{366} \times \frac{271}{366} \times \frac{270}{366} \times \frac{269}{366} \times \frac{268}{366} \times \frac{267}{366} \times \frac{266}{366} \times \frac{265}{366} \times \frac{264}{366} \times \frac{263}{366} \times \frac{262}{366} \times \frac{261}{366} \times \frac{260}{366} \times \frac{259}{366} \times \frac{258}{366} \times \frac{257}{366} \times \frac{256}{366} \times \frac{255}{366} \times \frac{254}{366} \times \frac{253}{366} \times \frac{252}{366} \times \frac{251}{366} \times \frac{250}{366} \times \frac{249}{366} \times \frac{248}{366} \times \frac{247}{366} \times \frac{246}{366} \times \frac{245}{366} \times \frac{244}{366} \times \frac{243}{366} \times \frac{242}{366} \times \frac{241}{366} \times \frac{240}{366} \times \frac{239}{366} \times \frac{238}{366} \times \frac{237}{366} \times \frac{236}{366} \times \frac{235}{366} \times \frac{234}{366} \times \frac{233}{366} \times \frac{232}{366} \times \frac{231}{366} \times \frac{230}{366} \times \frac{229}{366} \times \frac{228}{366} \times \frac{227}{366} \times \frac{226}{366} \times \frac{225}{366} \times \frac{224}{366} \times \frac{223}{366} \times \frac{222}{366} \times \frac{221}{366} \times \frac{220}{366} \times \frac{219}{366} \times \frac{218}{366} \times \frac{217}{366} \times \frac{216}{366} \times \frac{215}{366} \times \frac{214}{366} \times \frac{213}{366} \times \frac{212}{366} \times \frac{211}{366} \times \frac{210}{366} \times \frac{209}{366} \times \frac{208}{366} \times \frac{207}{366} \times \frac{206}{366} \times \frac{205}{366} \times \frac{204}{366} \times \frac{203}{366} \times \frac{202}{366} \times \frac{201}{366} \times \frac{200}{366} \times \frac{199}{366} \times \frac{198}{366} \times \frac{197}{366} \times \frac{196}{366} \times \frac{195}{366} \times \frac{194}{366} \times \frac{193}{366} \times \frac{192}{366} \times \frac{191}{366} \times \frac{190}{366} \times \frac{189}{366} \times \frac{188}{366} \times \frac{187}{366} \times \frac{186}{366} \times \frac{185}{366} \times \frac{184}{366} \times \frac{183}{366} \times \frac{182}{366} \times \frac{181}{366} \times \frac{180}{366} \times \frac{179}{366} \times \frac{178}{366} \times \frac{177}{366} \times \frac{176}{366} \times \frac{175}{366} \times \frac{174}{366} \times \frac{173}{366} \times \frac{172}{366} \times \frac{171}{366} \times \frac{170}{366} \times \frac{169}{366} \times \frac{168}{366} \times \frac{167}{366} \times \frac{166}{366} \times \frac{165}{366} \times \frac{164}{366} \times \frac{163}{366} \times \frac{162}{366} \times \frac{161}{366} \times \frac{160}{366} \times \frac{159}{366} \times \frac{158}{366} \times \frac{157}{366} \times \frac{156}{366} \times \frac{155}{366} \times \frac{154}{366} \times \frac{153}{366} \times \frac{152}{366} \times \frac{151}{366} \times \frac{150}{366} \times \frac{149}{366} \times \frac{148}{366} \times \frac{147}{366} \times \frac{146}{366} \times \frac{145}{366} \times \frac{144}{366} \times \frac{143}{366} \times \frac{142}{366} \times \frac{141}{366} \times \frac{140}{366} \times \frac{139}{366} \times \frac{138}{366} \times \frac{137}{366} \times \frac{136}{366} \times \frac{135}{366} \times \frac{134}{366} \times \frac{133}{366} \times \frac{132}{366} \times \frac{131}{366} \times \frac{130}{366} \times \frac{129}{366} \times \frac{128}{366} \times \frac{127}{366} \times \frac{126}{366} \times \frac{125}{366} \times \frac{124}{366} \times \frac{123}{366} \times \frac{122}{366} \times \frac{121}{366} \times \frac{120}{366} \times \frac{119}{366} \times \frac{118}{366} \times \frac{117}{366} \times \frac{116}{366} \times \frac{115}{366} \times \frac{114}{366} \times \frac{113}{366} \times \frac{112}{366} \times \frac{111}{366} \times \frac{110}{366} \times \frac{109}{366} \times \frac{108}{366} \times \frac{107}{366} \times \frac{106}{366} \times \frac{105}{366} \times \frac{104}{366} \times \frac{103}{366} \times \frac{102}{366} \times \frac{101}{366} \times \frac{100}{366} \times \frac{99}{366} \times \frac{98}{366} \times \frac{97}{366} \times \frac{96}{366} \times \frac{95}{366} \times \frac{94}{366} \times \frac{93}{366} \times \frac{92}{366} \times \frac{91}{366} \times \frac{90}{366} \times \frac{89}{366} \times \frac{88}{366} \times \frac{87}{366} \times \frac{86}{366} \times \frac{85}{366} \times \frac{84}{366} \times \frac{83}{366} \times \frac{82}{366} \times \frac{81}{366} \times \frac{80}{366} \times \frac{79}{366} \times \frac{78}{366} \times \frac{77}{366} \times \frac{76}{366} \times \frac{75}{366} \times \frac{74}{366} \times \frac{73}{366} \times \frac{72}{366} \times \frac{71}{366} \times \frac{70}{366} \times \frac{69}{366} \times \frac{68}{366} \times \frac{67}{366} \times \frac{66}{366} \times \frac{65}{366} \times \frac{64}{366} \times \frac{63}{366} \times \frac{62}{366} \times \frac{61}{366} \times \frac{60}{366} \times \frac{59}{366} \times \frac{58}{366} \times \frac{57}{366} \times \frac{56}{366} \times \frac{55}{366} \times \frac{54}{366} \times \frac{53}{366} \times \frac{52}{366} \times \frac{51}{366} \times \frac{50}{366} \times \frac{49}{366} \times \frac{48}{366} \times \frac{47}{366} \times \frac{46}{366} \times \frac{45}{366} \times \frac{44}{366} \times \frac{43}{366} \times \frac{42}{366} \times \frac{41}{366} \times \frac{40}{366} \times \frac{39}{366} \times \frac{38}{366} \times \frac{37}{366} \times \frac{36}{366} \times \frac{35}{366} \times \frac{34}{366} \times \frac{33}{366} \times \frac{32}{366} \times \frac{31}{366} \times \frac{30}{366} \times \frac{29}{366} \times \frac{28}{366} \times \frac{27}{366} \times \frac{26}{366} \times \frac{25}{366} \times \frac{24}{366} \times \frac{23}{366} \times \frac{22}{366} \times \frac{21}{366} \times \frac{20}{366} \times \frac{19}{366} \times \frac{18}{366} \times \frac{17}{366} \times \frac{16}{366} \times \frac{15}{366} \times \frac{14}{366} \times \frac{13}{366} \times \frac{12}{366} \times \frac{11}{366} \times \frac{10}{366} \times \frac{9}{366} \times \frac{8}{366} \times \frac{7}{366} \times \frac{6}{366} \times \frac{5}{366} \times \frac{4}{366} \times \frac{3}{366} \times \frac{2}{366} \times \frac{1}{366} = 0.586$ 58.6%
② 20人の中で同じ誕生日がいる確率を出す。
 $1 - 0.586 = 0.414$ 41.4%

3. 結論
4割の確率で20の中に同じ誕生日の人がいた。

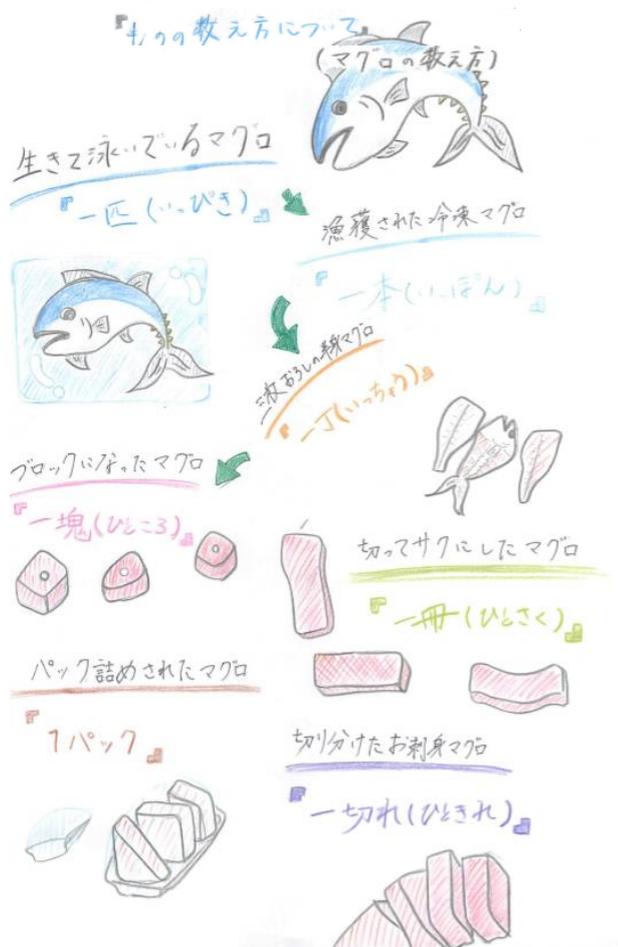
4. 感想
私はあまり確率を求めたりすることは好きではないけれど、この問題は大変だけ楽しかったので自分の中で達成感を味わうことができて良かったです。

白銀比 ~日本人に馴染み深い比率~

- 白銀比とは**
- ・ $1:\sqrt{2} = 1:1.414...$ として表される比、大和比とも呼ばれる。
 - ・ $1:1+\sqrt{2} = 1:2.414...$ として表される比、第2黄金比とも呼ばれる。

(3) ものの数え方

このテーマについては、3年生生物工学科の生徒のほとんどが選択した。数学的な考察よりも知識を広げるテーマであるため、取り組み易かったようである。課題研究の内容を見ると、個性豊かなものが多く、分かりやすく表現されている。



意味が分からず、やる気を出して取り組むことが少なかった。この課題研究によって、日常生活の中に数学を発見することができ、少しだけ数学が楽しくなった。」というものがあつた。今回の目的とは違うが、生徒が数学の楽しさを少しでも知ることができたことは良かったと思う。

(2) 今後の課題学習について

自由にテーマを選定した昨年度に対して、今年度は数学的なテーマから選択させたことで、課題研究の内容も数学的な表現のあるものになった。数学に苦手意識を持っている生徒でも、頑張りを見て取れる数学的な表現をしていた。ただ、現段階ではテーマの選定によって表現力の養成を図る部分が多くなっている。昨年度の反省点として上がった、課題学習の構成例、目的、目標、予想、考察、結果などを、徹底することができていない。次の機会では、事前指導の時間を確保し、生徒の積極的な課題研究になるように十分な説明をしたい。

5 今後の課題研究について

(1) 今回の課題研究について

今回はテーマを提示し、自分で選択して取り組ませた。数学的な内容のテーマであるため、ネット上の内容そのままのものがあるが、昨年度よりも数学的な表現が多くなり、表現力の向上につながったと思う。生徒の課題研究全体を見ると、同じテーマであっても、数式によって考察し表現したものと、日常生活の中にあるものを見つけて考察し表現したものに分かれている。数学に苦手意識を持っている生徒が多い3年生普通科・生物工学科では、後者の方が圧倒的に多い。昨年度の課題研究を振り返ると、同様の傾向が見られた。これらの生徒の感想の中に、「学校で数学を勉強する