平成 31 年度愛媛大学入試問題（数学）の研究

愛媛県立松山南高等学校　新海　孝則

１　はじめに

５月 11 日（土）に松山南高等学校において，愛媛大学理学部平野幹教授より平成31年度愛媛大学入試問題の解説があった。実際の入試問題を利用して，本校生徒がどの問題でどのような間違いをするのか，誤答分析を中心に考察していきたい。

２　出題の傾向

（１）出題傾向

今年度は教育学部，農学部，工学部工学科社会デザインコースにおいては　記述４題を100分で，理学部，工学部（工学科社会デザインコースを除く），医学部医学科においては記述５題を120分で，後期は記述５題を120分で解答する形で，去年と大きな変化はなかった。

（２）出題内容

教育学部（学校教育教員養成課程中等教育コース自然科学系を除く），農学部，工学部工学科社会デザインコース

- $\boxed{1}$　小問集合 (数学Ⅰ・A・Ⅱ・B)
- $\boxed{2}$　２次関数，２次不等式
- $\boxed{4}$　平面ベクトル
- $\boxed{5}$　確率

教育学部学校教育教員養成課程中等教育コース自然科学系

- $\boxed{1}$　小問集合 (数学Ⅰ・A・Ⅱ・B)
- $\boxed{3}$　微分・積分 (数学Ⅲ)
- $\boxed{4}$　平面ベクトル
- $\boxed{5}$　確率

理学部，工学部（工学科社会デザインコースを除く）

- $\boxed{4}$　平面ベクトル
- $\boxed{5}$　確率
- $\boxed{6}$　小問集合 (数学Ⅲ)
- $\boxed{7}$　微分法・積分法 (数学Ⅲ)
- $\boxed{8}$　複素数平面

医学部医学科

- $\boxed{5}$　確率
- $\boxed{6}$　小問集合 (数学Ⅲ)
- $\boxed{7}$　微分法・積分法 (数学Ⅲ)
- $\boxed{8}$　複素数平面
- $\boxed{9}$　確率漸化式

後期

- $\boxed{1}$　小問集合（穴埋め）(数学A・Ⅱ・Ⅲ)
- $\boxed{2}$　小問集合（数学Ⅲ）
- $\boxed{3}$　空間ベクトル
- $\boxed{4}$　積分法
- $\boxed{5}$　複素数平面

（３） 出題者の意図と採点基準の考え方

２次試験のポイント

ア基本的な事項が理解できているか。
イ基本的な計算力が身についているか。
ウ応用力を身につけているか。
エ論理的に考察・表現できるか。

の４つの観点を記述式の問題で確認することを意図している。去年と同様のポイントであった。

文系前期数学は，数学ⅠⅡAB 基礎学力の確認である。

理系(理工系)は，数学ⅠⅡAB 基礎学力 ＋数学Ⅲの確認である。特にセンター試験で確認しにくいところを意図的に出題している。

理系(医学)は，やや難易度高めの問題を出題している。

採点基準を公表してはいないが，かなり細かい採点基準が定められているようである。また，受験者の解答の中には，答えを求めることだけに重点をおいた解答が存在したり，解答が一方的であったり数式のみで表現したりしている解答が存在している。採点者は，答えが求められていなくても，解答者がどのように考えたのかを一つ一つ丁寧に確認している。このことから，解答用紙が白紙であることがいかに受験生にとって不利な状況であるかが予想される。論理的な思考ができており，採点者に対して対話的な答案は得点が得られる場合もあることを受験者は理解する必要がある。

３　問題分析

本校の３年生に入試問題を解いてもらう。

３年生の文系生徒（44人）には前期$\boxed{1}$，$\boxed{2}$，$\boxed{4}$，$\boxed{5}$を理系生徒にはそれぞれの志望に合わせた問題を選んでもらった。教育学部，農学部，工学部環境建設工学科社会デザインコースを志望の生徒（２人）は，前期$\boxed{1}$～$\boxed{5}$から選び，理学部，工学部（工学科社会デザインコースを除く）志望の生徒（16人）は前期$\boxed{4}$～$\boxed{8}$を解答，医学部志望の生徒 (15人) は前期$\boxed{5}$～$\boxed{9}$を解答した。理数科生徒（35人）に後期$\boxed{1}$～$\boxed{5}$を解いてもらった。採点基準は公表されていないため，定期考査に準じて 100 点満点で採点し，得点率と誤答例から分析を行った。

＜前期＞

$\boxed{1}$＜教育学部，農学部，工学部工学科社会デザインコース＞

次の問いに答えよ。

(1)　$\log_{10}12$，$\log_{10}\dfrac{1}{18}$ をそれぞれ $\alpha=\log_{10}2$，$\beta=\log_{10}3$ を用いて表せ。

(2)　$\tan\dfrac{\pi}{12}$ の値を求めよ。

(3)　$1\leqq a\leqq b\leqq 100$ を満たす整数 a，b の組の個数を求めよ。

(4)　t を実数とし，$f(x)=x^2-3x+2$ とする。
放物線 $y=f(x)$ 上の２点 $\mathrm{P}(t,\ f(t))$，$\mathrm{Q}(t+1,\ f(t+1))$ における接線をそれぞれ ℓ_1，ℓ_2 とする。接線 ℓ_1，ℓ_2 が直交するように t の値を定め，そのときの ℓ_1，ℓ_2 の交点の座標を求めよ。

(5)　定積分 $\displaystyle\int_0^2 |x(x-1)|\,dx$ を求めよ。

問題番号	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	合計
文系 得点率(44名)	87.3	30.0	48.2	57.3	58.6	65.3
標準偏差	1.4	2.3	2.5	2.1	2.4	7.3
農学部得点率(2名)	100	20.0	80.0	90.0	100	78.0
標準偏差	0	0	1.4	0.7	0	0.7

【誤答例】

(1) $\log_{10}12=\log_{10}3\cdot\log_{10}4$ としていた。

(2) tan　の加法定理が正確でなかった。

(3) $a<b$ の場合を ${}_{100}C_2$ として計算していたが，

$a=b$ の 100 通りが抜けていた。

(4) $t=1$ までは求めることができていたが，交点の座標まで正確に処理することができていない答案が多かった。

(5) 絶対値のグラフが正確でなく，$\int_0^2 (x^2-x)dx$ として計算をしていた。

【教授コメント】

オムニバスの問題で，正確な計算ができているかを見ている。得点がつきやすいが，問題作成者はみんながでできる前提で作成している。予想に反して (2) の正解率が低く，(5) のような絶対値はよく間違える。あせらずに絶対値の定義を利用すること。

$\boxed{2}$＜教育学部，農学部，工学部工学科社会デザインコース＞

a を実数とし， $f(x)=x^2+2x+6$， $g(x)=-x^2+2ax-4a$ とする。次の問いに答えよ。

(1) (ⅰ) 関数 $y=f(x)$ の最小値を求めよ。

(ⅱ) 関数 $y=g(x)$ の最大値を求めよ。

(ⅲ) すべての実数 s， t に対して $f(s) \geqq g(t)$ が成り立つような a の値の範囲を求めよ。

(2) (ⅰ) すべての実数 s に対して $f(s) \geqq g(s)$ が成り立つような a の値の範囲を求めよ。

(ⅱ) $-1 \leqq s \leqq 1$ を満たすすべての実数 s に対して $f(s) \geqq g(s)$ が成り立つような a の値の範囲を求めよ。

問題番号	(1)(ⅰ)	(1)(ⅱ)	(1)(ⅲ)	(2)(ⅱ)	(2)(ⅲ)	合計
文型 得点率(44名)	100	96.6	63.3	25.9	9.8	54.2
標準偏差	0	0.7	2.8	1.8	1.6	4.7
農学部得点率(2名)	100	100	100	90．0	50．0	86．0
標準偏差	0	0	0	0.7	4.2	4.9

【誤答例】

(1)(ⅰ) 誤答なし

(ⅱ) $-x^2+2ax-4a=-(x-a)^2-a^2-4a$ と平方完成で符号のミスがあった。

(ⅲ) $f(0) \geqq g(0)$ かつ $a \leqq -1$ を条件として考えていた。

(2)(ⅰ) $f(s)$ の最小値と $g(s)$ の最小値を考えていたが，問題の題意を満たさなかった。

(ⅱ) 問題の題意を満たす条件を考えることができず，空欄の答案が多かった。

【教授コメント】

問題を解くときに振り返っているかどうかがポイントである。また，図の中で解釈することができているか。

$\boxed{3}$＜教育学部学校教育教員養成課程中等教育コース自然科学系＞

曲線 $y=\log x$ 上に点A$(s,\ \log s)$ と点B$(t,\ \log t)$ をとる。ただし， s， t は $0<s<t$ を満たす実数とする。線分ABの中点が点P$\left(\frac{5}{4},\ 0\right)$ であるとする。次の問いに答えよ。

(1) $s+t$ および st の値を求めよ。

(2) 点A，Bの座標を求めよ。

(3) 関数 $f(x)=x\log x-x$ を微分せよ。

(4) 曲線 $y=\log x$ と線分ABで囲まれた図形の面積を求めよ。

選択が一人だったため，分析を控えた。

【教授コメント】

図を正確に書くこと。

$\boxed{4}$＜教育学部，農学部，工学部，理学部＞

1辺の長さが1の正三角形OABがある。$0<s<1$ を満たす実数 s に対し，OM＝ON＝ s となる点M，Nをそれぞれ辺OA，OB上にとり，ANとBMの交点をPとする。 $\overrightarrow{OA}=\vec{a}$， $\overrightarrow{OB}=\vec{b}$， $\angle APB=\theta$ とおく。

次の問いに答えよ。

(1) 内積 $\vec{a}\cdot\vec{b}$ を求めよ。

(2) (ⅰ) ベクトル $\overrightarrow{AN}$，$\overrightarrow{BM}$ をそれぞれ $\vec{a}$，$\vec{b}$，s を用いて表せ。

(ⅱ) $\cos\theta$ を s を用いて表せ。

(ⅲ) $\overrightarrow{AN}$ と $\overrightarrow{BM}$ が直交するとき， s の値を求めよ。

(3) (ⅰ) ベクトル $\overrightarrow{OP}$ を $\vec{a}$，$\vec{b}$，s を用いて表せ。

(ⅱ) 直線OPと辺ABの交点をQとする。

点PがOQの中点であるとき， s の値を求めよ。

問題番号	(1)	(2)(ⅰ)	(2)(ⅱ)	(2)(ⅲ)	(3)(ⅰ)	(3)(ⅱ)	合計
文系 得点率(44名)	96.6	84.1	23.4	57.6	32.4	12.3	44.1
標準偏差	0.3	1.3	2.7	1.4	1.5	1.5	5.8
農学部 得点率(2名)	100	100	7.1	66.7	0	0	34.0
標準偏差	0	0	0.7	1.4	0	0	0.7
工学部 得点率(16名)	100	93.8	47.5	75.0	64.1	41.7	67.2
標準偏差	0	1.0	2.4	0.7	1.8	1.5	7.3

【誤答例】

(1) $\cos 60^\circ=\frac{\sqrt{3}}{2}$ として計算していた。

(2)(ⅰ) $\overrightarrow{AN}=s(\vec{b}-\vec{a})+(1-s)\vec{a}$ としていた。

(ⅱ) $\cos\theta=\dfrac{\overrightarrow{AN}\cdot\overrightarrow{BM}}{|\overrightarrow{AN}||\overrightarrow{BN}|}$ を考えることはできていたが，長さと内積を求める際に計算ミス が多かった。

(ⅲ) s の２次方程式を計算することはできていたが，問題文の条件である $0<s<1$を満たしていなかった。

(3) $\overrightarrow{OP}$ を2通りで表すことはできていたが，連立方程式の計算が不十分であり，文字が答えであることに抵抗感があったように感じる。

【教授コメント】

問題設定で気が付いたことと対称性を大切にすること。

$\boxed{5}$＜教育学部，農学部，理学部，工学部，医学部＞

1から20までの整数が1つずつ書かれた20枚のカードがある。以下の手順に従って，整数 T_1，T_2，T_3，…… を順次定める。

① 1枚のカードを取り出し，書かれている数を T_1 とし，取り出したカードを元に戻す。

② 1枚のカードを取り出し，書かれている数を T_1 に掛けた値を T_2 とし，取り出したカードを元に戻す。

同様に $n=3$，4，5，…… に対して，1枚のカードを取り出し，書かれている数を T_{n-1} にかけた値を T_n とし，取り出したカード　を元に戻す。

自然数 n に対し， T_n が素数である確率を a_n とし， T_n が素数2個（同じ素数でもよい）の積である確率を b_n とする。なお，1は素数ではない。

次の問いに答えよ。

(1) a_1，b_1 を求めよ。

(2) a_2，b_2 を求めよ。

(3) a_n を n の式で表せ。

(4) b_n を n の式で表せ。

問題番号	(1)	(2)	(3)	(4)	合計
文系 得点率(44名)	57.4	18.2	9.5	0.8	16.1
文系 標準偏差	1.7	1.9	1.6	0.5	4.0
農学部 得点率(2名)	100	8.3	0	0	18.0
農学部 標準偏差	0	0.7	0	0	0.7

問題番号	(1)	(2)	(3)	(4)	合計
工学部得点率(16名)	59.4	31.3	17.2	7.5	28.1
標準偏差	1.3	2.1	1.6	1.2	4.1
医学部 得点率(15名)	86.7	50.5	21.7	16.0	43.3
標準偏差	1.2	3.1	1.6	1.8	6.0

【誤答例】
(1) 素数の定義が不十分であった。
(2) $a_2=\left(\frac{1}{20}\right)\left(\frac{2}{5}\right)=\frac{1}{50}$ とし，順番についての考えが抜けていた答案が目立った。
　また，b_2 に関しては 素数×素数 の場合を考えていなかった。
(3) $a_n=\left(\frac{2}{5}\right)\left(\frac{1}{20}\right)^{n-1}$ としており ${}_nC_1$の順番を考慮することができなかった。
(4) b_n を求める場合に 2 つの場合を考えることができずに，一方のみの場合分けを行っていた。
【教授コメント】
(1) で間違えるとすべてが違ってくるので，素数の定義，素因数分解を正確に処理する。

$\boxed{6}$＜理学部，工学部（工学科社会デザインコースを除く），医学部＞
　次の問いに答えよ。
(1)　不等式 $x^2-4x-4\leqq -2|x-1|$ を解け。
(2)　関数 $f(x)=\log(\log x)$ の $x=e^2$ における微分係数 $f'(e^2)$ を求めよ。
(3)　$S_n=\sum_{k=1}^{n}\frac{k}{n}e^{\frac{k}{n}}$ とおくとき，極限 $\lim_{n\to\infty}\frac{S_n}{n}$ を求めよ。
(4)　極限 $\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{3-2x}-\sqrt{3+2x}}{x}$ を求めよ。

問題番号	(1)	(2)	(3)	(4)	合計
工学部 得点率(16名)	79.2	68.8	52.5	73.8	69.1
標準偏差	1.3	1.8	2.5	1.8	7.8
医学部 得点率(15名)	83.3	91.3	61.3	78.7	78.3
標準偏差	1.4	1.0	2.4	1.8	8.6

【誤答例】
(1) 絶対値の場合分けはできているが，
　$x^2-6x+2\leqq 0$ の解と場合分けの範囲を考えていなかった。
(2) $f'(x)=\frac{1}{\log x}\cdot\frac{1}{\log x}=\frac{1}{(\log x)^2}$ と計算していた。
(3) $n=1$ などを代入して性質を見つけようとしていたが，解答には至らなかった。
(4) $x=\frac{1}{t}$ とおき，符号のミスが起きた。
【教授コメント】
オムニバスで計算ミス等をしないようにする。

$\boxed{7}$＜理学部，工学部（工学科社会デザインコースを除く），医学部＞
　$0\leqq x\leqq\frac{\pi}{2}$ の範囲で定義された関数 $f(x)=\sin x-\sin^2 x$ を考える。
　次の問いに答えよ。
(1)　$f(x)$ の導関数 $f'(x)$ を求めよ。
(2)　$0\leqq x\leqq\frac{\pi}{2}$ における $f(x)$ の増減を調べよ。
(3)　$0\leqq x\leqq\frac{\pi}{2}$ において，2 つの曲線 $y=\sin x$ と
　$y=\sin^2 x$ で囲まれた図形を D とする。
　(ⅰ)　D の面積 S を求めよ。
　(ⅱ)　D を x 軸のまわりに 1 回転させてできる回転体の体積 V を求めよ。

問題番号	(1)	(2)	(3)(ⅰ)	(3)(ⅱ)	合計
工学部 得点率(16名)	87.5	77.1	91.7	33.3	69.4
標準偏差	0.7	1.6	1.4	2.0	7.2
医学部 得点率(15名)	96.7	82.2	80.0	40.0	70.3
標準偏差	0.3	1.7	2.1	2.9	7.7

【誤答例】
(1) $f'(x)=\cos x-2\sin x\cdot\cos^2 x$
(2) 増減表のみで解答を終えている答案が多く，$f(x)$ の増減を文章で表している答案が少なかった。
(3)(ⅰ) $\int\sin^2 x\,dx$ の計算ができていない。
　(ⅱ) $V=\pi\int_0^{\frac{\pi}{2}}(\sin x-\sin^2 x)^2dx$ としていた。
【教授コメント】
グラフは書いた方が良い。
$\boxed{8}$＜理学部，工学部（工学科社会デザインコースを除く），医学部＞
　複素数平面上の 3 点 O (0)，P (z_1)，Q (z_2) をとる。ここで $z_1=2-\sqrt{3}i$，$z_2=5+\sqrt{3}i$ とする。
ただし，i は虚数単位である。次の問いに答えよ。
(1)　$|z_1|$，$|z_2|$ を求めよ。
(2)　$\frac{z_2}{z_1}$ および ∠POQ を求めよ。
(3)　O を中心に P，Q をそれぞれ角 $\frac{\pi}{6}$ だけ回転させた点をP’ (z_1')，Q’ (z_2') とする。
　(ⅰ)　z_1'，z_2' を求めよ。
　(ⅱ)　線分OQ とP’Q’ の交点をR (w) とする。w を求めよ。
　(ⅲ)　△OPQ と△OP’Q’ の重なる部分の面積 S を求めよ。

問題番号	(1)	(2)	(3)(ⅰ)	(3)(ⅱ)	(3)(ⅲ)	合計
工学部 得点率(16名)	100	92.2	64.1	18.8	7.8	56.6
標準偏差	0	0.7	1.9	1.6	1.0	6.2
医学部 得点率(15名)	95.0	90.0	73.3	51.7	31.7	68.3
標準偏差	0.8	1.1	1.8	2.0	1.8	7.7

【誤答例】
(1) 計算ミスをしていた。

(2) $\dfrac{z_2}{z_1}=1+\sqrt{3}\,i=2\left(\dfrac{1}{2}+\dfrac{\sqrt{3}}{2}i\right)$

$=2(\sin 30^\circ+i\cos 30^\circ)$ と変形していた。

(3)(ｉ) 三角比の値が違っていた。

(ⅱ) 直線OQは $y=\dfrac{\sqrt{3}}{5}x$

直線 P′Q′ は $y-2\sqrt{3}=\dfrac{-\frac{1}{2}-4}{\frac{3\sqrt{3}}{2}-2\sqrt{3}}(x-4)$

として交点を取った。

(ⅲ) 重なる交点の座標を求め、ヘロンの公式で三角形の面積を求めていたが、座標にミスがあった。

【教授コメント】

複素数は，苦手意識が強い受験者が多いが問題の本質を見抜けているかが分かる。(1) から (3)(ｉ) までは基本なので落とさないようにしたい。

9＜医学部＞

1 辺の長さが 1 の立方体がある。立方体の頂点 P と Q に対し，線分PQ の長さが 1 であるとき，QをPと隣接する頂点という。

立方体上に次の規則に従って位置が決まる点が 1 つある。その点を動点とよぶことにする。

① 時刻 $t=0$ において，動点は立方体のある頂点にいる。その頂点を O で表す。

② n を 0 以上の整数とする。時刻 $t=n+1$ において，動点は時刻 $t=n$ のときにいた頂点P に $\dfrac{1}{4}$ の確率で留まるか，もしくはP と隣接する 3 つの頂点のいずれかへそれぞれ $\dfrac{1}{4}$ の確率で移る。

次の問いに答えよ。

(1) 時刻 $t=2$ において動点が O と隣接する頂点にいる確率を求めよ。

(2) 時刻 $t=3$ において動点が O と隣接する頂点にいる確率を求めよ。

(3) 時刻 $t=4$ において動点が O と隣接する頂点にいる確率を求めよ。

(4) 時刻 $t=5$ において動点が O と隣接する頂点にいる確率を求めよ。

問題番号	(1)	(2)	(3)	(4)	合計
得点率	82.2	31.4	8.0	2.7	26.0
標準偏差	1.1	2.6	0.9	0.5	3.8

【誤答例】

(1) $\dfrac{1}{4}\times\dfrac{1}{4}+\dfrac{1}{4}\times\dfrac{1}{4}=\dfrac{1}{8}$

(2) 動点が止まらずに O に 1 度戻る

$\dfrac{3}{4}\times\dfrac{1}{4}\times\dfrac{1}{4}=\dfrac{3}{64}$

動点が 2 回だけ止まる

${}_3C_2\times\dfrac{1}{4}\times\dfrac{1}{4}\times\dfrac{1}{4}=\dfrac{3}{64}$

動点が止まらず O に戻らない

$\dfrac{3}{4}\times\dfrac{2}{4}\times\dfrac{2}{4}=\dfrac{12}{64}$ したがって $\dfrac{15}{64}$

(3) 3 回動かず，1 回動く

${}_4C_1\times\left(\dfrac{1}{4}\right)^3\times\dfrac{3}{4}=\dfrac{3}{64}$

1 回動かず，3 回動く (2) より

${}_4C_1\times\dfrac{1}{4}\times\dfrac{15}{32}=\dfrac{15}{32}$ よって $\dfrac{33}{64}$

(4) 4 回動かず，1 回動く

${}_5C_1\times\left(\dfrac{1}{4}\right)^4\times\dfrac{3}{4}=\dfrac{15}{1024}$

2 回動かず, 3 回動く (2) より

${}_5C_2\times\left(\dfrac{1}{4}\right)^2\times\dfrac{15}{32}=\dfrac{75}{256}$

5 回動くと確実に O と隣接する頂点にいるので

$\left(\dfrac{3}{4}\right)^5=\dfrac{243}{1024}$ よって $\dfrac{279}{512}$

【教授コメント】

ランダムウォークの問題である。医学部受験生は，長い文章問題から正確な問題把握ができ，処理する力が必要である。

＜後期＞

1 次の $\boxed{}$ に適する数を，解答用紙の指定のところに記入せよ。

(1) 楕円 $3x^2+4y^2=25$ を x 軸方向に a ，y 軸方向に b だけ平行移動して得られる楕円の方程式が $3x^2+4y^2-6x+16y=6$ であるとき，

$a=\boxed{\text{ア}}$ ，$b=\boxed{\text{イ}}$ である。

(2) 大小 2 個のさいころを投げて，出る目をそれぞれ a，b とする。このとき，2 次方程式 $x^2+ax+b=0$ が実数解をもたない確率は $\boxed{\text{ウ}}$ である。

(3) $\left(x-\dfrac{y}{\sqrt{2019}}\right)^{2019}$ の展開式における $x^{2017}y^2$ の項の係数は $\boxed{\text{エ}}$ である。

(4) 関数 $f(x)=2^{\tan x}$ に対して，$f'\left(\dfrac{\pi}{4}\right)=\boxed{\text{オ}}$ である。

(5) $\displaystyle\int_0^2 xe^{x^2}dx=\boxed{\text{カ}}$ である。

(6) $\displaystyle\int_2^3 \frac{2}{(x-1)(x+1)}dx=\boxed{\text{キ}}$ である。

問題番号	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	合計
得点率(35名)	65.7	37.1	31.4	8.6	27.9	34.3	33.9
標準偏差	1.4	1.4	1.4	0.8	1.8	1.9	5.4

【誤答例】

(1) $a=-1$，$b=2$ 平行移動に対しての符号の処理にミスがあった。

(2) $\dfrac{19}{36}$，$\dfrac{1}{12}$，$\dfrac{7}{36}$ などがあり，条件を満たす数が正確ではなかった。

(3) $\dfrac{1}{2019}$，2017などがあった。

(4) $\log 2$ ，$2\log 2$ などがあり，微分の計算できていない。

(5) $\frac{1}{2}(e^{\sqrt{2}}-1)$, $-3e^{x^2}$ などがあり , 合成関数を忘れてしまっている答案が多かった。
(6) $\log 2$, $-\log 2+\log 3$ などがあり、部分分数分解の式変形をしていない答案が多かった。

【教授コメント】
オムニバスの問題であり , 正確に処理するころである。(1)の楕円を嫌わないこと。(4) $(a^x)'$ の計算ミスが多かった。

$\boxed{2}$ 以下の問いに答えよ。

(1) 関数 $f(x)=x^3$ を , 導関数の定義にしたがって微分せよ。

(2) t を媒介変数として , 次の式で表される曲線について , $\frac{dy}{dx}$ を t の関数として表せ。$x=t\sin t+\cos t$, $y=\sin t-t\cos t$ $\left(0<t<\frac{\pi}{2}\right)$

(3) $x \geqq 0$ のとき , 不等式 $\log(1+x) \geqq \frac{x}{1+x}$ が成り立つことを示せ。

問題番号	(1)	(2)	(3)	合計
得点率(35名)	41.0	52.9	50.4	48.3
標準偏差	2.9	2.9	3.6	8.2

【誤答例】
(1) 導関数の定義を利用して問題を解いていない。極限を忘れていた。
(2) $x=t\sin t+\cos t$ を $dx=0-t\cos t+\sin t$ としており , 積の微分ができていなかった。
(3) $f(x)=\log(1+x)-\frac{x}{1+x}$ として
$f'(x)=\frac{1}{1+x}+\frac{1}{(1+x)^2}$ としている。
また , 単調増加を示していない。

【教授コメント】
オムニバスの問題であり , 証明問題である。正しい議論ができるように問題把握に努めること。

$\boxed{3}$ 1辺の長さが1 の正四面体 OABC がある。
$\vec{a}=\overrightarrow{\mathrm{OA}}$, $\vec{b}=\overrightarrow{\mathrm{OB}}$, $\vec{c}=\overrightarrow{\mathrm{OC}}$ とし ,
点 P を $\overrightarrow{\mathrm{OP}}=\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}$ で定める。以下の問いに答えよ。

(1) 内積 $\vec{a}\cdot\vec{b}$, $\vec{b}\cdot\vec{c}$, $\vec{b}\cdot\vec{c}$ をそれぞれ求めよ。
(2) ベクトル $\overrightarrow{\mathrm{AP}}$ と $\overrightarrow{\mathrm{BP}}$ をそれぞれ $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ を用いて表せ。
(3) $\cos\angle\mathrm{APB}$ を求めよ。
(4) 三角形 APB の面積を求めよ。
(5) 線分 OC の中点 Q と直線 AP 上の点 R を考える。直線 AP と QR が直交するとき , $\frac{\mathrm{AR}}{\mathrm{PR}}$ を求めよ。

問題番号	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	合計
得点率(35名)	90.5	94.3	51.4	38.6	30.5	52.7
標準偏差	0.8	0.5	2.2	1.8	2.3	6.3

【誤答例】
(1) $\vec{a}\cdot\vec{b}$ の計算はできていたが , 残りの内積を求めていなかった。
(2) $\overrightarrow{\mathrm{AP}}=\overrightarrow{\mathrm{OA}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OP}}$ としていた。
(3) $\overrightarrow{\mathrm{AP}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{BP}}$ の計算ミスがあった。
(4) (3) の $\cos\angle\mathrm{APB}$ を利用して $\sin\angle\mathrm{APB}$ の値を求めることができていなかった。
(5) 直線 AP 上の点 R を自分で置くことができず , $\overrightarrow{\mathrm{QR}}$ を表すことができなかった。

【教授コメント】
問題としては基本的であるが , 計算だけでなく空間図形を正しく理解できているかを確認する問題ある。

$\boxed{4}$ 以下の問いに答えよ。

(1) 不定積分 $\int t\sin t\,dt$ を求めよ。

(2) 自然数 n に対して , $a_n=\int_0^{n\pi} t\sin t\,dt$ と定める。
(ⅰ) a_n を求めよ。
(ⅱ) 極限 $\lim_{n\to\infty}\int_0^{\pi} t\sin nt\,dt$ を求めよ。

(3) 自然数 n に対して , $b_n=\int_0^{2n\pi} t|\sin t|dt$ と定める。
(ⅰ) b_1 を求めよ。
(ⅱ) b_n を求めよ。
(ⅲ) n を自然数とするとき ,
定積分 $\int_0^{2\pi} t|\sin nt|dt$ を求めよ。

問題番号	(1)	(2)(ⅰ)	(2)(ⅱ)	(3)(ⅰ)	(3)(ⅱ)	(3)(ⅲ)	合計
得点率(35名)	60.0	41.0	19.0	18.6	5.7	2.1	20.3
標準偏差	0.9	1.3	1.2	1.4	0.8	0.4	4.5

【誤答例】
(1) $\int t\sin t\,dt=-\frac{1}{2}t^2\cos t+c$
(2) (ⅰ) $a_n=\int_0^{n\pi} t\sin t\,dt=\Big[-t\cos t\Big]_0^{n\pi}$
で計算していた。
(ⅱ) $\lim_{n\to\infty}(-1)^{n-1}\pi$ となり, 振動する。
(3) (ⅰ) 絶対値の場合分けができていない。
また , その積分範囲が異なるものが多かった。
(ⅱ) $=\int_0^{\pi} t\sin t\,dt+\int_{\pi}^{2\pi}(-t\sin t)dt+\cdot\cdot+\int_{(2n-1)\pi}^{2n\pi}(-t\sin t)dt$
で分けることはできていたが , 計算できずにいた。
(ⅲ) $\frac{1}{n^2}\int_0^{2n\pi} u|\sin u|du=\pi$ と計算していた。

【教授コメント】
微積分の融合問題であり , 完答してほしい問題である。

$\boxed{5}$ Z を複素数とする。複素数平面上の 3 点 A(1) , B(z) , C(z^2-2z+2) を考える。 A , B , C を結んでできる図形を T で表す。以下の問いに答えよ。

(1) 3 点 A , B , C のうち , 少なくとも 2 点が一致するような z の値をすべて求めよ。
(2) T は 3 点 A , B , C を頂点とする正三角形であるとする。
(ⅰ) T の 1 辺の長さを求めよ。
(ⅱ) z の値を求めよ。
(3) T は 3 点 A , B , C を頂点とする直角三角形で , ∠C が直角であるとする。

（ｉ） $\left|z-\dfrac{3}{2}\right|$ の値 を求めよ。

（ii） T の面積の最大値を求めよ。

問題番号	(1)	(2)(ｉ)	(2)(ii)	(3)(ｉ)	(3)(ii)	合計
得点率(35名)	72.6	13.3	2.9	5.0	0	17.6
標準偏差	1.6	1.0	0.4	0.8	0	2.8

【誤答例】

(1) B＝C の場合を考えておらず，$Z=2$ が抜けている。

(2)(ｉ) AB＝BC＝CA として立式をしたが，正確な計算ができていなかった。

(ii) 正の向きに 60° しか考えていなかった。

(3)(ｉ) CA⊥CB の条件が ki (kは実数) になることに気付いていなかった。

(ii) 空欄の解答が多かった。

【教授コメント】

前期試験でも後期試験でも複素数が出題されたことを考えると，大学側がいかに複素数を大切であると考えているかがうかがえる。

４　おわりに

9月初めに実施したこともあり，全体的にあまりできていなかった。その中でも答えを求めるだけの答案が多く，論理的な思考をしているか判断しにくいものがあった。

愛媛大学は各学部の試験問題の中に小問集合のような大問が設けられて，教育学部・農学部以外の学部については数学Ⅲから基本的な計算問題が出題されている。出題側も，ここでは得点の差がつかないと思っているので，確実に得点に結び付けていきたい。しかし，得点をとれる問題の中でも前期$\boxed{1}$(2) や後期$\boxed{1}$(4) のように得点率が低い問題が存在している。まずは，その狙われやすいポイントの傾向と対策を立てる必要が出てくる。やはり，暗記した公式にただ数値を代入したものは確実に生徒にとって定着しにくい傾向があるので，その部分をいかに減らすことができるかが重要である。

計算の中で，文字が含まれているものは得点率が低い。前期$\boxed{4}$(2)(ｉ)のベクトルの計算で文字が含まれているもの，後期 $\boxed{4}$(2)積分範囲に文字が含まれているものが挙げられる。教科書の演習では数値で扱っている部分が文字に変化すると確実に得点率が下がっているので，普段の授業の中で文字を扱うことに慣れていく必要性が考えられる。

受験者が問題のイメージを掴みづらいものは得点率が低い。前期$\boxed{2}$の 2 次関数で問題文の条件を満たす条件を見つけることができていない。また，複素数平面が前期$\boxed{8}$や後期$\boxed{5}$で出題されているが全体的に得点率が低い。生徒の答案を見ると 2 次関数の問題でグラフを書いていない，複素数平面の問題で図を書いてないものが多く存在する。

思考するための考え方やアプローチの仕方について，手を動かして，糸口を見つけ解答を導き出す成功体験を生徒に経験させる指導をしていかなければならない。