中四国の国公立大学入試問題の研究

－ AO・推薦入試の問題から －

愛媛県立 川 之 江 高等学校　登　　誠治

１　はじめに

2021年度からの入試改革を控え，現行入試制度は幕をおろす。しかし，これまでＡＯ入試の導入に消極的だった国立大でも，近年になって導入校が急増し全体の約７割が実施している。また，東京大･京都大･大阪大などが近年，推薦入試の導入や拡大をはかっており，国公立大の推薦入試も質的な転換期の様相を呈した。来年度以降，ＡＯ入試は「総合型選抜」へ，推薦入試は「学校推薦型選抜」へと形を変え，その原型を引き継ぎながら大学入試の中で重要な役割を果たすことは言うまでもない。今年度入試での形態別の学校数は，国立大学82校中ＡＯ入試は58校（70.7%），公募制推薦入試は76校（92.7%），公立大学91校中ＡＯ入試は32校（35.2%），公募制推薦入試は89校（97.8%），公立短大13校中ＡＯ入試は５校（38.5%），公募制推薦入試は13校（100%）であり，推薦入試（ＡＯ入試）による入学者の比率が，国立大12.2%（3.7%），公立大24.6%(2.8%)，私立大41.0%(11.4%)，公立短大43.3%(5.1%)，私立短大58.3%(26.5%)となっている。

ＡＯ入試に関しては，2011年度に実施要項の改定が行われ，大きな転換期を迎えた。入学者選抜の基本方針では，学力の重要な要素を適切に把握することが求められ，入学者受入方針の明確化で，高校で履修すべき科目や取得が望ましい資格等の明示が新たに義務付けられた。さらに，センター試験を含む学力把握措置が具体的に明示されたことなどによって，セ試併用型ＡＯが増加している。また，ＡＯ入試は，新しい人材発掘の理念と戦略を備えており，岩手大の「地域創生特別プログラム」，岡山大学の「ディスカバリー入試」など，独自のプログラムが組み込まれている。2020年度入試での新規実施校は，新潟大（工），新潟県立大，神戸市外国語大の３校で，学部での新規導入は，東北大経済（理系Ⅲ期），千葉大（文・理）などが注目される。なお，一部ではすでに新しい名称の「総合型選抜」が用いられている。

推薦入試に関しては，学力検査容認へ大きく転換しており，特に国立大ではセ試併用タイプが増加している。厳しい出願基準に加え，学力把握措置(評定平均値)をクリアしなければならないため，万全の受験対策で臨む必要がある。また，１高校からの推薦人数制限を設けている大学も多くある。2020年度新規実施校は公立千歳科学技術大で，学部での新規導入は信州大や広島大などがある。

以下，昨年度の中国地方におけるＡＯ入試問題，推薦入試問題の一部を取り上げてみる。

２　平成３１年度　ＡＯ入試問題

広島大学　理学部　数学科　筆記試験問題

［１］　p を正の実数とし，数列 $\{a_n\}$ を

$$a_1=1,\ a_{n+1}=pa_n+p-1\ \ (n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$$

により定める。以下の問いに答えよ。

(1)　数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

(2)　次の条件 (A) を満たす p の範囲を求めよ。

(A)　$n\geqq 100$ を満たすすべての自然数 n に対し，$a_n<0$ が成り立つ。

［２］　β は $|\beta|=1$ を満たす複素数とする。t が実数全体を動くとき，複素数平面において点 $z_1=t(1+i)\beta+1+4i$ が描く図形を L とする。また，複素数平面において点 ω が原点を中心とする半径１の円周上を動くとき，点 $z_2=\dfrac{\omega+4}{\omega-2}$ が描く図形を C とする。以下の問いに答えよ。

(1)　$\beta=\dfrac{1}{5\sqrt{2}}(7+i)$ のとき，L を図示せよ。

(2)　C を求めよ。

(3)　β が $|\beta|=1$ および次の条件 (K) を満たすように動くとき，β の実部 b のとり得る値の範囲を求めよ。

(K)　　L と C は共有点をもつ。

［３］　s と t は実数で，t は $t\geqq 0$ を満たすとする。座標空間において，点 $\mathrm{P}\,(2s,\,1+s^2,\,1)$ を考える。また，原点 O を通り，ベクトル $\vec{n}=(t,\ t,\ 1)$ に垂直な平面を α とする。以下の問いに答えよ。

(1)　点 P は平面 α 上にないことを示せ。

(2)　点 P から平面 α に下ろした垂線を PQ とする。このとき，$|\overrightarrow{\mathrm{PQ}}|^2$ を s と t を用いて表せ。

(3)　s は $-1\leqq s\leqq 0$ の範囲を動き，t は $t\geqq 0$ の範囲を動くとする。このとき，(2) の点 Q に対し，

$$|\overrightarrow{\mathrm{PQ}}|^2\leqq\frac{3}{2}$$

が成り立つことを示せ。さらに，

$$|\overrightarrow{\mathrm{PQ}}|^2=\frac{3}{2}$$

を満たす組 $(s,\,t)$ をすべて求めよ。

［４］　数列 $\{J_n\}$ を

$$J_n=\sum_{k=1}^{n}\int_{a_k}^{b_k}\frac{\sin^2 x}{x}dx\ \ (n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$$

により定める。ただし，$k=1,\ 2,\ 3,\ \cdots$ に対し，a_k と b_k はそれぞれ次で定義されているものとする。

$$a_k=\left(\frac{1}{4}+k\right)\pi,\ \ b_k=\left(\frac{3}{4}+k\right)\pi$$

以下の問いに答えよ。

(1)　$k=1,\ 2,\ 3,\ \cdots$ に対し，

$$\int_{a_k}^{b_k}\frac{\sin^2 x}{x}dx\geqq\frac{1}{2}\int_{a_k}^{b_k}\frac{1}{x}dx$$

が成り立つことを示せ。

(2)　$k=1,\ 2,\ 3,\ \cdots$ に対し，

$$2\int_{a_k}^{b_k}\frac{1}{x}dx\geqq\int_{a_k}^{a_{k+1}}\frac{1}{x}dx$$

が成り立つことを示せ。

(3)　$\displaystyle\lim_{n\to\infty}J_n=\infty$ が成り立つことを示せ。

[５]　箱Ａには，１，２，４，５の数字が書かれたカードが１枚ずつの合計４枚のカードが入っている。また，箱Ｂには，２の数字が書かれたカードが１枚，３の数字が書かれたカードが２枚，４の数字が書かれたカードが１枚の合計４枚のカードが入っている。 p は $0<p<1$ を満たす実数とする。このとき，Ｘ，Ｙ，Ｚの３名で次のゲームを行う。

(手順１) Ｘは，箱Ａ，Ｂのいずれか一つを選びＹに渡す。ここで，箱Ａが選ばれる確率は p，箱Ｂが選ばれる確率は $1-p$ である。

(手順２) Ｙは，Ｘから受け取った箱から２枚のカードを同時に取り出し，その２枚のカードに書かれた数の和 M を求める。そして，ＹはＺに M の値を伝える。ただし，２枚のカードのどの組合せが出る事象も同様に確からしいとする。

(手順３) Ｚは，Ｙから聞いた M の値だけをもとにＸが選んだ箱を推測し，Ａ，Ｂのいずれかを答えとして述べる。Ｚの答えがＸの選んだ箱と一致するとき，その答えを正解とする。

以上の手順および p の値は，Ｘ，Ｙ，Ｚの全員が知っているものとする。また，Ｚは，正解となる確率が大きい方の箱を答えとして述べるものとする。ただし，箱Ａが正解となる確率と箱Ｂが正解となる確率が等しいときには，ＺはＡを答えとして述べるものとする。以下の問いに答えよ。

(1)　$p=\dfrac{1}{2}$ のとき， $M=7$ である確率を求めよ。

(2)　$p=\dfrac{1}{2}$ とする。 $M=7$ であるとき，Ｚの答えを求めよ。また，それが正解である確率を求めよ。

(3)　一般の $p\ (0<p<1)$ に対して， $M=5$ であるとき，Ｚの答えを求めよ。また，それが正解である確率を求めよ。

広島大学　教育学部　第２類（科学文化教育系）
数理系コース　筆記試験問題（総合評価方式）

[I]　次の問いに答えよ。

(1)　X を集合とし，A，B を X の部分集合とする。A と B の和集合 $A\cup B$，共通部分 $A\cap B$ とは何かそれぞれ説明せよ。

(2)　平均値と中央値が異なる３個の整数からなる集合の例を挙げよ。

(3)　数列 1, 6, 24, 80, 240, …… の一般項を推定せよ。

(4)　方程式 $\dfrac{1}{3}x^3-a^2x+2=0$ が重解を持つような実数 a の値を求めよ。

(5)　任意の自然数 n に対して，多項式 $P_n(x)$ を次のように定義する。

$$P_n(x)=\frac{d^n}{dx^n}\frac{x^n(1-x)^n}{n!}$$

このとき， $P_n(x)$の次数は n であり，各項の係数は整数であることを示せ。

(6)　$\sin x=t$ とおいて，不定積分 $\displaystyle\int\frac{dx}{\cos x}$ を求めよ。

[II]　$-\dfrac{\pi}{2}<x<\dfrac{\pi}{2}$ において定義された関数 $f(x)$ は，等式

$$f(x)=\int_0^x\frac{dt}{\cos t}$$

を満たす。次の問いに答えよ。

(1)　$f(x)$ を求めよ。

(2)　e を自然対数の底として，

$$g(x)=\frac{e^x-e^{-x}}{2},\quad h(x)=\frac{e^x-e^{-x}}{e^x+e^{-x}}$$

とする。このとき，二つの関数 $f(x)$ と $g(x)$ の合成関数 $(g\circ f)(x)$，二つの関数 $f(x)$ と $h(x)$ の合成関数 $(h\circ f)(x)$ を，それぞれできる限り簡単な形で表せ。

(3)　(2) で求めた二つの合成関数 $(g\circ f)(x)$，$(h\circ f)(x)$ に対し，

$$\frac{(g\circ f)(x)}{(h\circ f)(x)}=f'(x)\ (x\neq 0)$$

を示せ。

(4)　関数 $f(x)$ は１対１なので，逆関数 $f^{-1}(x)$ が存在する。このとき，

$$\frac{d}{dx}f^{-1}(x)=\frac{2}{e^x+e^{-x}}$$

を示せ。

[III]　a，b，c，d を実数の定数とする。点Ｏを原点とする座標平面上に２点 $\mathrm{A}(x,\ y)$，$\mathrm{B}(ax+by,\ cx+dy)$ を考える。次の問いに答えよ。

(1)　平面上で点Ａを任意に動かしたとき点Ｂの軌跡が直線 $y=x$ となるような a，b，c，d の値を１組求めよ。

(2)　$a=\dfrac{1}{2}$，$b=c=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，$d=-\dfrac{1}{2}$ とする。このとき，全ての実数 x，y に対して $|\overrightarrow{\mathrm{OA}}|=|\overrightarrow{\mathrm{OB}}|$ が成り立つことを示せ。

(3)　すべての実数 x，y に対して $|\overrightarrow{\mathrm{OA}}|=|\overrightarrow{\mathrm{OB}}|$ が成り立つための a，b，c，d についての条件を求めよ。

(4)　すべての実数 x，y に対して $|\overrightarrow{\mathrm{OA}}|=|\overrightarrow{\mathrm{OB}}|$ が成り立ち，かつ三角形OABが直角三角形であるとき，a，b，c，d の値を求めよ。

(5)　点Ａが点Ｏ以外のある特定の位置にあるときに，$\overrightarrow{\mathrm{OA}}$ と $\overrightarrow{\mathrm{OB}}$ が同じ方向になることがあるかどうか，すなわち，

$$t\overrightarrow{\mathrm{OA}}=\overrightarrow{\mathrm{OB}}$$

となる０でない実数 t が存在するかどうか考えよう。ここで「同じ方向」とは反対の向きも含む。すなわち上の t は負の数でもよい。そのような t が存在するための a，b，c，d についての条件を求めよ。

(6)　$a=3$，$b=c=2$，$d=-1$ のとき，(5) の t が存在する。その値をすべて求め， t の値ごとに点Ａの存在範囲を求めよ。

広島大学　理学部　物理科学科　筆記試験問題
（総合評価方式）（抜粋）

[１]　以下の問１と問２に答えよ。

問１．関数 $f(x)=x^3+6x^2+11x+6$ について次の (1)〜(3) に答えよ。

(1)　３次方程式 $f(x)=0$ を解け。ただし，３つの解は全て異なる実数である。

(2)　$y=f(x)$ のグラフを描け。グラフと x 軸や y 軸との交点，グラフが極大極小値を取る点があれば，それらの座標について明示すること。

(3)　次の関数 $g(x)$

$$g(x)=\frac{1}{f(x)}$$

は次のような恒等式を満たす。

$$g(x)=\frac{A}{x-\alpha}+\frac{B}{x-\beta}+\frac{C}{x-\gamma}$$

$A,\ B,\ C$ を求めよ。ただし，$A,\ B,\ C,\ \alpha,\ \beta,\ \gamma$ は定数で $\alpha<\beta<\gamma$ を満たすとする。

問２．次の (1) ～ (3) に答えよ。

(1)　関数 $f(x)=\sqrt{x^2+\sin(x)}$ の導関数を求めよ。

(2)　和 $\displaystyle\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{(k+1)(k+2)(k+3)}$ を求めよ。ただし，n は $n\geqq 1$ の整数とする。

(3)　定積分 $\displaystyle\int_{-\pi}^{\pi}x^2\cos(nx)\,dx$ を計算せよ。ただし，n は $n\neq 0$ を満たす整数とする。

岡山大学　グローバル・ディスカバリー・プログラム
記述問題　（抜粋）

以下の問１から問４に答えよ。

問１　数列 $\{a_n\}$ $(n=1,2,3,\cdots)$ の初項から第 n 項までの和 S_n が $S_n=4n-a_n$ で与えられるとき，以下の問いに答えよ。

(1)　a_1 を求めよ。

(2)　a_{n+1} を a_n の式で表せ。

(3)　a_n を求めよ。

問２　10 個の数 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 から異なる数を 3 個選び，大きい順に左から並べて 3 桁の整数を作る。以下の問いに答えよ。

(1)　整数が全部で何個できるか求めよ。

(2)　偶数が全部で何個できるか求めよ。

(3)　25 の倍数となる整数が全部で何個できるか求めよ。

問３　a を 0 でない実数とする。放物線 $y=x^2$ 上の点 $\mathrm{P}(a,\ a^2)$ における接線を ℓ_1 とし，点 P を通り ℓ_1 と垂直に交わる直線を ℓ_2 とする。また，直線 ℓ_2 に関して点 $\mathrm{Q}(a,\ 2a^2)$ と対称である点を R とする。以下の問いに答えよ。

(1)　直線 ℓ_2 の方程式を求めよ。

(2)　点 R の座標を求めよ。

(3)　2 点 P, R を通る直線を ℓ_3 とする。ℓ_3 と y 軸との交点の座標を求めよ。

問４　関数 $f(x)=|x^2-x-12|$ について，以下の問いに答えよ。

(1)　$f(x)\leqq 8$ となる x の値の範囲を求めよ。

(2)　a を実数とする。$f(x)\leqq a$ を満たす整数 x がちょうど 6 個存在するような a の値の範囲を求めよ。

(3)　曲線 $y=f(x)$ と直線 $y=4x-6$ とで囲まれた部分の面積を求めよ。

広島大学　工学部　第２類　（電気電子・システム情報系）
小論文　（総合評価方式）（抜粋）

問題２　以下の問いに答えよ。

(1)　さいころを投げて，出る目の標準偏差を求めたい。下の枠内の語句すべてを用いて，標準偏差の求め方を説明せよ。

変量，平均値，分散

(2)　データの平均値と分散に関する数学の問題を創作せよ。問題は複数の小問から構成されていても構わない。

(3)　(2) で作成した問題に対する模範解答を示せ。

３　平成３１年度　推薦入試問題

岡山大学　環境理工学部　環境数理学科　小論文（一部略）

第１問　n は自然数とする。次の関数

$$f_n(x)=1+x+x^2+\cdots+x^n$$
$$g_n(x)=1+2x+3x^2+\cdots nx^{n-1}$$

について，以下の問いに答えなさい。

問１　$x\fallingdotseq 1$ とする。次の等式が成り立つことを示しなさい。

$$f_n(x)=\frac{1-x^{n+1}}{1-x}\qquad(1)$$

問２　$x\fallingdotseq 1$ とする。問１の等式 (1) を用いて，$g_n(x)$ を x の分数関数で表しなさい。

問３　$0<x<1$ とする。正の数 a に対し，次の等式をみたす x を求めなさい。

$$\lim_{n\to\infty}\log g_n(x)=a$$

ただし，$\displaystyle\lim_{n\to\infty}nx^n=0$ が成り立つことは証明なしで用いてもよい。

第２問　n は自然数とする。閉区間 $[0,1]$ で定義された連続関数 $f(x)$ に対して，

$$R_n=\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}f\left(\frac{k}{n}\right),\quad S_n=\frac{1}{n}\sum_{k=0}^{n-1}f\left(\frac{k}{n}\right)$$

とおくと，

$$\lim_{n\to\infty}R_n=\lim_{n\to\infty}S_n=\int_0^1 f(x)dx\qquad(1)$$

が成り立つ。したがって，R_n と S_n の平均

$$T_n=\frac{R_n+S_n}{2}$$

に対しても

$$\lim_{n\to\infty}T_n=\int_0^1 f(x)dx$$

が成り立つ。このことは，n が十分大きいときに，R_n, S_n, T_n は定積分 $\displaystyle\int_0^1 f(x)dx$ の近似値を与えることを意味する。

以下の問いに答えなさい。

問１　等式 (1) が成り立つ理由を説明しなさい。

問２　$f(x)=x^2$ とする。このとき，

$$R_n-\int_0^1 f(x)dx=\frac{1}{2n}+\frac{1}{6n^2}$$

が成り立つことを示しなさい。

問３　$f(x)=x^2$ とする。このとき，

$$T_n-\int_0^1 f(x)dx$$

を n の式で表しなさい。

問４　$f(x)=x^2$ とする。このとき，

$$R_n - \int_0^1 f(x)dx$$

が $\dfrac{1}{10}$ より小さくなるような n で最小のものを求めなさい。

また，この n に対して，次の値を求めなさい。

$$T_n - \int_0^1 f(x)dx$$

島根大学　総合理工学部　機械･電気電子工学科
小論文

課題１．以下の設問に答えよ。

(1)　座標平面において，中心が $(0,\ 0)$ であり，半径が 2 である円 C の方程式を求めよ。さらに，点 $(x,\ y)$ が，円 C の内部または周上にあるときの，$-2x+y$ の最大値と最小値，および，そのときの $(x,\ y)$ の値を求めよ。

(2)　座標平面上で，不等式 $|x-2|+|y-1| \leqq 2$ が表す領域を図示せよ。さらに，$(x,\ y)$ がこの不等式を満たすとき，$-x+2y$ の最大値と最小値，および，そのときの $(x,\ y)$ の値を求めよ。

(3)　$0 \leqq \theta \leqq \pi$ のとき，$\left|\cos\theta - \dfrac{1}{2}\right| + |\sin\theta|$ の最大値，および，そのときの θ の値を求めよ。

島根大学　総合理工学部　数理科学科　　小論文

問題１　次の問いに答えよ。

(1)　$\triangle \mathrm{ABC}$ と点 P が，$2\overrightarrow{\mathrm{PB}} + 3\overrightarrow{\mathrm{PC}} = \overrightarrow{\mathrm{AP}}$ を満たしている。このとき，面積の比 $\triangle \mathrm{PBC} : \triangle \mathrm{PCA} : \triangle \mathrm{PAB}$ を求めよ。

(2)　$\triangle \mathrm{ABC}$ で $\overrightarrow{\mathrm{AB}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{BC}} = \overrightarrow{\mathrm{BC}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{CA}} = \overrightarrow{\mathrm{CA}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{AB}}$ が成り立つとする。このとき，$\triangle \mathrm{ABC}$ はどんな三角形か。

(3)　空間内に 4 点O，A，B，C がある。$\overrightarrow{\mathrm{OA}} \perp \overrightarrow{\mathrm{BC}}$，$\overrightarrow{\mathrm{OB}} \perp \overrightarrow{\mathrm{CA}}$ ならば，$\overrightarrow{\mathrm{OC}} \perp \overrightarrow{\mathrm{AB}}$ となることを示せ。

問題２　数列 $\{a_n\}$ の初項から第 n 項までの和 S_n が

$$S_n = n(n+1)(n+2)\cdots(n+11)$$

であるとき，次の問いに答えよ。

(1)　すべての自然数 n に対し，次の等式をみたす c を求めよ。

$$\frac{c}{n(n+1)(n+2)\cdots(n+10)} = \frac{1}{n(n+1)(n+2)\cdots(n+9)} - \frac{1}{(n+1)(n+2)(n+3)\cdots(n+10)}$$

(2)　一般項 a_n を求めよ。

(3)　全ての自然数 n に対し，次の不等式が成り立つことを示せ。

$$\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{a_k} < \frac{1}{120 \times 10!}$$

問題３　次の問いに答えよ。

1.　次の関数を微分せよ。

(a)　$(x^2-x+1)^4$　　　(b)　$\sqrt{3+\cos x}$

2.　次の不定積分を求めよ。

(a)　$\displaystyle\int (\sin x)^{2018} \cos x\, dx$　　　(b)　$\displaystyle\int \frac{1}{x^2-4} dx$

問題４　関数 $f(x) = x\log x\ \ (x>0)$ について，次の問いに答えよ。ただし，$\log x$ は e を底とする自然対数である。

(a)　$f(x)$ の増減と凹凸を調べ，グラフの概形を描け。$\displaystyle\lim_{x\to+0} x\log x = 0$ であることを用いてよい。

(b)　点 $(0,\ -e)$ から曲線 $y=f(x)$ に引いた接線 l の方程式を求めよ。

(c)　$y \geqq 0$ の範囲において曲線 $y=f(x)$，直線 l および x 軸で囲まれた領域の面積を求めよ。

４　まとめ

問題の一部を取り上げた。全範囲を基礎･基本から応用まで幅広く問われており、難問もいくつか見受けられた。１１月頃の受験で２次レベルの力が要求されるため、それまでに十分な学力を身につけておく必要がある。また，公式を使って解くだけではなく，公式の導き方や意味（広島大教育学部の和集合と共通部分の説明，工学部の標準偏差の説明，岡山大学環境理工学部の区分求積法の説明など）も確認しておくことが大切である。

今回の研究から，AO入試や推薦入試の問題では，長い問題文を読み解く力に加え，自分の考えを論理的に相手に伝える表現力も求められていると感じた。日頃から数学を含め自然科学の分野に興味関心を持ち，自分なりに考え相手に伝える活動を普段の授業の中で取り入れられるよう工夫していきたい。