

## 1 はじめに

数学Ⅱの「図形と方程式」は、数学Ⅰの「平面図形」と数学Ⅰの「2次関数」などが組み合わせ、高校生にとっては難しい単元である。数学Ⅰの「平面図形」や数学Ⅰの「三角比」や中学校数学では、白紙の上にかかれていた図形を、「図形と方程式」では、座標平面上で代数を用いて扱うため、難易度が上がる。今年度2年商業コースで、数学Ⅱの授業を担当しているが、多くの生徒は数学を苦手とする。夏季休業中に中学2年次に学習した1次関数の基本問題を課題とした。休業明けの課題テストで、その理解度が極めて低いことが分かった。そこで、「図形と方程式」を学習するにあたり、義務教育段階で学習する内容に焦点を当て、基礎をしっかりと定着させたいと考えた。第1学期の様子から、教科書通りの指導をしても、理解度が上がらないと考え、「平面図形」の単元に落とし込んで、視覚的に問題の意味をとらえさせて、考えさせることを実践した。

## 2 1節1 直線上の点の座標

### (1) 2点間の距離

2点間の距離は、線分を目盛をカウントさせることで求めさせた。「(大きい方の座標) - (小さい方の座標)」についても指導した。

### (2) 内分点の座標

線分の内分についても同様に、線分内の目盛から、内分する点の座標を読み取らせた。長さを求めて、その比を最も簡単な比に直せばよいことを理解させた。その上で、直線上に内分点をとる問題に取り組ませた。

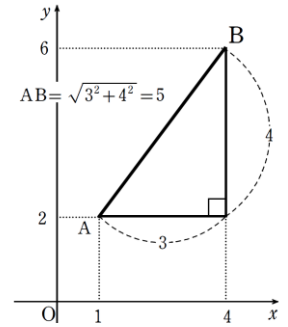
## 3 1節2 平面上の点の座標

### (1) 平面上の2点間の距離

例 2点  $A(1, 2)$ ,  $B(4, 6)$  間の距離を求めよ。

図1のように線分  $AB$  が斜辺になる直角三角形を作

らせた。直角を挟む2辺の長さを2点の  $x$  座標、 $y$  座標をもとに求めさせ、三平方の定理を利用させた。座標を表示し、直角三角形をかくことで、ほぼ正しく答えを導くことができた。

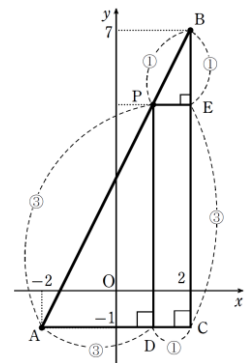


<図1>

### (2) 平面上の内分点の座標

例 2点  $A(-2, -1)$ ,  $B(2, 7)$  を結ぶ線分  $AB$  について、 $3:1$  に内分する点  $P$  の座標を求めよ。

図2のように、線分  $AB$  が斜辺になる直角三角形  $ABC$  を作らせ、点  $P$  から、線分  $AC$  と  $BC$  にそれぞれ垂線を下ろす。直角三角形  $APD$  と  $ABC$  が相似であることに着目し、(2)と同じ考えで線分の内分点を求める方法に帰着させ、内分点の  $x$  座標と  $y$  座標を求めさせた。



<図2>

## 4 1節3 直線の方程式

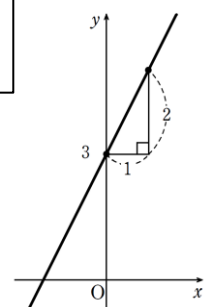
基本的な直線の方程式を  $y=mx+n$  として、取り組んだ。

### (1) 直線の方程式

例 方程式  $y=2x+3$  が表す直線をかけ。

図3のように  $y$  切片から、傾きの意味を考え、2点を取らせて、グラフをかかせた。

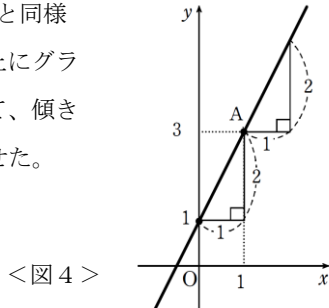
<図3>



(2) 1点を通り、傾きがmの直線

例 点A(1, 3)を通り、傾きが2の直線の方程式を求めよ。

図4のように、(1)と同様に考えて、座標平面上にグラフをかかせた。そして、傾きからy切片を求めさせた。

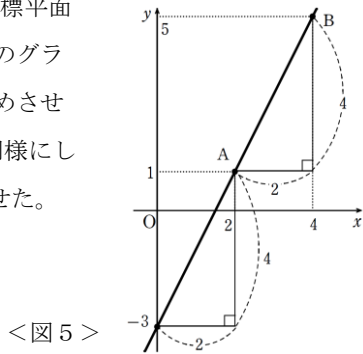


<図4>

(3) 2点を通る直線

例 2点A(2, 1), B(4, 5)を通る直線の方程式を求めよ。

図5のように、座標平面上に2点を通る直線のグラフをかき、傾きを求めさせる。その後、(2)と同様に、y切片を求めさせた。



<図5>

(2)、(3)の通り、条件を満たすグラフをかき、グラフから傾きとy切片を求めることに着目した。教科書で扱う問題の直線方程式は、y切片は整数のみであり、前述した考え方で、求めることができた。一定の定着が確認できた後に、中学校で指導するように、直線の方程式  $y=mx+n$  から、mとnに関する方程式や連立方程式を用いて、mとnの値を求める方法も指導した。

5 1節4 2直線の関係

(1) 2直線の交点

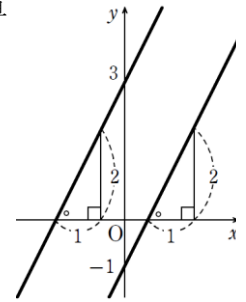
例 2直線  $y=2x-1$ ,  $y=-x+5$  の交点の座標を求めよ。

座標平面上に2本の直線をかかせ、座標を読み取らせる。この座標は、およそその値であることから、直線の方程式に代入して、それぞれの直線がその点を通ることを確認させた。

(2) 2直線の平行

例 2直線  $y=2x+3$ ,  $y=2x-1$  は平行か調べよ。

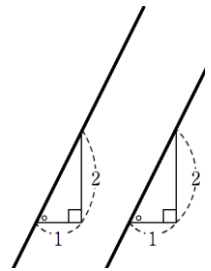
図7のように、座標平面上に2直線のグラフをかかせ、さらにそれぞれの直線とx軸との共有点から、傾きの意味を考えた直角三角形をかかせる。2つの直角三角形が合同であるから、2本の直線とx軸でできる同位角が等しい。ゆえに、同位角の性質から2直線が平行であることを



<図7>

理解させる。担当する生徒は「傾きが等しいので2本の直線が平行である」という中学数学の基礎は知っているが、図形を見ても、なぜそうなのかがはっきりと理解できていないと感じた。そこで、直角三角形の合同と同位角の性質を利用して考えることにした。

また、座標平面上に2直線のグラフをかかなくても、図8のように、傾きに注目して、2直線をかかただけで、それらが平行になっていることに気付かせることができた。簡潔な図で、2直線が平行な関係にある問題を扱うことができるようになった。

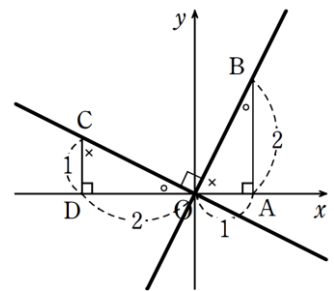


<図8>

(3) 2直線の垂直

例 直線  $y=2x$  に垂直で、原点を通る直線の方程式を求めよ。

座標平面上に直線  $y=2x$  のグラフをかかせる。直線とx軸との共有点である原点Oから、傾きの意味を考えて、図8のように  $\angle A=90^\circ$  の直角三角形を考える。直角三角形OABと合同な直角三角形CDOをとることで、 $\angle BOC=90^\circ$  になり、直線OBとOCは原点で垂直に交わっている。直角三角形CDOを利用して、傾きを求めさせた。

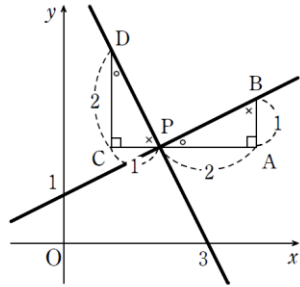


<図9>

例 2 直線  $y=-2x+6$ ,  $y=\frac{1}{2}x+1$  が垂直に交わるか調べよ。

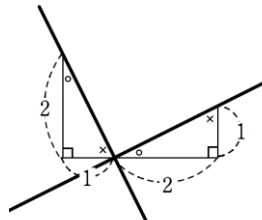
前の例と同様に考えさせ

た。図9のように、座標平面上に2直線のグラフをかき、2直線の交点から、傾きの意味を考えて、2つの直角三角形が合同であるかどうかに着目させて考えさせた。2つの例を通して、



<図 10>

2直線の平行と同様に、座標平面上に2直線のグラフをかく必要はなく、図11のように、傾きに注目して、2直線をかくだけで、垂直に交わっているかが分かることに気付かせることができた。簡潔な図で、2直線が垂直関係にある問題を扱うことができるようになった。



<図 11>

(1)～(3)に関する練習問題に取り組む中で、生徒自身が答えまでたどり着くが、グラフをかくこと、読み取ること、確認することなど、手間がかかることに気付いてきた。そこで生徒に、(1)連立方程式で解く方法、(2)2直線が平行ならば傾きが等しい、(3)2直線が垂直に交わるならば傾きの積が-1であることの利用を指導した。すると、今までにはただ操作でしかなかった方法について、その処理の速さ、正確性、便利さなどを生徒は実感していた。

## 6 まとめと今後の課題

「計算をして求める」のではなく、「図形をかいて調べる」感覚で指導に当たること、生徒も苦手とする計算の負担が少なく、積極的な姿勢で授業に臨むことができたと感じる。一方で、内分の公式などを利用し計算することで、容易に求めることができることまで、指導するには至らなかった。「図形と方程式」で目指す代数処理で解決に至らなかった部分が多かったのは反省点である。学びながら、義務

教育段階の計算技術も身に付ける、また磨き上げることも必要ではないかと考え、今後もそれらのバランスや精選について研究していきたいと考える。