# 平成28年度愛媛大学入試問題（数学）の研究

愛媛県立松山南高等学校　渡部　靖司

1　はじめに

５月14日（土）に松山南高等学校において，愛媛大学理学部　土屋　卓也　教授より平成28年度愛媛大学数学入試問題の解説があった。では，どこでどのような間違いが生じてくるのか，本校生徒の誤答分析を中心に考察していきたい。

2　出題の傾向

（１）出題傾向

今年度は教育学部，農学部，工学部環境建設工学科社会デザインコースにおいて記述４題を100分で，理学部，工学部（環境建設工学科社会デザインコースを除く），医学部医学科においては記述５題を120分で，後期は記述５題を120分で解答する。

（２）出題内容

教育学部（学校教育教員養成課程中等教育コース自然科学系を除く），農学部，工学部環境建設工学科社会デザインコース

1　小問集合
2　図形と方程式，微分法･積分法
3　数列
5　空間ベクトル

教育学部学校教育教員養成課程中等教育コース自然科学系

1　小問集合
2　図形と方程式，微分法･積分法
3　数列
4　微分法･積分法

理学部，工学部（環境建設工学科社会デザインコースを除く）

5　空間ベクトル
6　小問集合
7　確率，数列
8　複素数平面
9　微分法･積分法

医学部医学科

6　小問集合
7　確率，数列
8　複素数平面
9　微分法･積分法
10　三角関数，微分法

工学部後期

1　小問集合（穴埋め）
2　小問集合（複素数平面，微分法）
3　２次曲線
4　確率，数列
5　微分法･積分法

（３）難易度

今年度の難易度としては基本～標準レベルの問題を中心に出題されているが、各大問の最後の問題は難しめで作成されたそうである。テストは時間が限られているため、全体を見通してどの問題を解くのかということを選び抜くことも１つの能力であると話されていたとおり、計算量が大幅に増えた印象を受けた。

3　問題分析

本校の３年生に入試問題を解いてもらう。３年生の文型の生徒に１～３，５，理型生徒で教育学部，農学部，工学部環境建設工学科社会デザインコースを志望の生徒は，それぞれの学部に応じた問題を１～５から選び，理学部，工学部（環境建設工学科社会デザインコースを除く）医学部を志望の生徒は，それぞれの学部に応じた問題を５～１０から選び，理数科生徒に後期１～５を解いてもらった。採点基準は公表されていないため，定期考査に準じて採点し，得点率と誤答例から分析を行った。

＜前期＞

$\boxed{1}$　次の問いに答えよ。

(1)　$2m^2-n^2-mn-m+n=18$ を満たす自然数 $m$，$n$ を求めよ。

(2)　$0<\theta<\dfrac{\pi}{2}$ のとき

$$\log_{\cos\theta}\left(\tan^2\theta+\frac{\tan\theta}{\cos\theta}+\frac{1}{3}\right)=-2$$

を満たす $\theta$ の値を求めよ。

(3)　袋の中に１，２，３，４，５の数字が１つずつ書かれた５個の玉が入っている。５人が順にこの袋の中から玉を１個ずつ取り出し，玉に書かれた数字を記録する。

この操作が終了したら，すべての玉を袋に戻し，同じ操作をもう一度行う。このとき，１回目と２回目に取り出した玉に書かれた数字が同じであるという人がちょうど３人になる確率を求めよ。

(4)　$1\leqq x\leqq 2$ とする。関数 $f(x)=\displaystyle\int_1^2|t-x|dt$ を最小にする $x$ の値を求めよ。次の問いに答えよ。

| 問題番号 | (1) | (2) | (3) | (4) | 合計 |
|---|---|---|---|---|---|
| 得点率 | 66.0 | 33.0 | 17.0 | 19.1 | 33.8 |
| 標準偏差 | 4.8 | 4.7 | 3.8 | 4.0 | 10.0 |

【誤答例】

(1)　$m=4, n=5$，$m=7, n=6$，$m=7, n=5$ など

(2)　$\theta=\dfrac{\pi}{3}$

(3)　$\dfrac{1}{7200}$，$\dfrac{1}{2}$，$\dfrac{1}{24}$，$\dfrac{5}{108}$，$\dfrac{1}{6}$　など

(4)　$x=2$，$x=1$　など

2　放物線 $C: y=x^2+2ax+b$ について次の問いに答えよ。ただし，$a$，$b$ は実数とする。

(1)　放物線 $C$ 上の点 $(t, t^2+2at+b)$ を通る接線の方程式を求めよ。

(2)　平面上の点 $\mathrm{P}(p, q)$ から $C$ に相異なる 2 本の接線 $l_1$，$l_2$ が引けるとする。

(ⅰ)　$p$，$q$ は $q<p^2+2ap+b$ を満たすことを示せ。

(ⅱ)　$l_1$ と $l_2$ が直交するとき，$q$ を $a$ と $b$ を用いて表せ。

| 問題番号 | (1) | (2)(ⅰ) | (2)(ⅱ) | 合計 |
|---|---|---|---|---|
| 得点率 | 88.1 | 17.6 | 3.4 | 29.9 |
| 標準偏差 | 2.9 | 5.4 | 2.3 | 7.6 |

【誤答例】

(1)　微分を $y'=2x+2$ や $y'=2x+a$ にしていた。

$y=(2t+2a)x-t^2-b$

(2)(ⅰ)　方針が立っていない。

(ⅱ)　$l_1$ と $l_2$ が直交の条件までは立式できているが，その後の処理ができていない。

3＜教育学部学校教育教員養成課程中等教育コース自然科学系希望者を除く＞

2 つの数列 $\{a_n\}$，$\{b_n\}$ が $a_1=0$，$b_1=1$ および

$$\begin{cases} a_{n+1}=a_n-b_n \\ b_{n+1}=a_n+3b_n+1 \end{cases} \quad (n=1, 2, 3, \cdots)$$

によって定められている。

(1)　$c_n=a_n+b_n+1$ によって定められる数列 $\{c_n\}$ の一般項を求めよ。

(2)　$a_{n+1}$ を $a_n$ と $n$ を用いて表せ。

(3)　$d_n=\dfrac{a_n+1}{2^n}$ によって定められる数列 $\{d_n\}$ の一般項を求めよ。

(4)　$\displaystyle\sum_{k=1}^{n}\frac{a_k}{2^k}$ を求めよ。

| 問題番号 | (1) | (2) | (3) | (4) | 合計 |
|---|---|---|---|---|---|
| 得点率 | 47.4 | 24.6 | 10.0 | 2.6 | 21.1 |
| 標準偏差 | 3.4 | 4.3 | 2.5 | 1.0 | 8.5 |

【誤答例】

(1)　$C_n=2n$，$C_n=3n-1$，$C_n=\dfrac{3}{2}\cdot 3^{n-1}-\dfrac{1}{2}n$

(2)　$a_{n+1}=2a_n-2^n$，$a_{n+1}=2a_n-n\cdot 2^{n-1}$ など

(3)　$a_{n+1}=2a_n-2^n+1$ の両辺を $2^{n+1}$ で割って手詰まり。

$d_n=-\dfrac{1}{2}n+\dfrac{1}{2}$

(4)　$\displaystyle\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{2^k}$ の計算が間違っている。

(3)を利用できていない。

4＜教育学部学校教育教員養成課程中等教育コース自然科学系希望者＞

$f(x)=xe^{-x}$ とし，関数 $y=f(x)$ のグラフを $C_1$ とする。また，$C_1$ を $x$ 軸方向に $\log a$ だけ平行移動したグラフを　$C_2$ とする。

ただし，$a$ は $a>1$ を満たす実数である。

(1)　関数 $y=f(x)$ の増減，極値を調べ $C_1$ の概形をかけ。なお，$\displaystyle\lim_{x\to\infty}xe^{-x}=0$ であることを用いてよい。

(2)　$C_1$ と $C_2$ の交点の $x$ 座標を求めよ。

(3)　原点を O とし，$C_2$ と $x$ 軸の交点を A とする。$a=2$ のとき $C_1$，$C_2$ および線分 OA で囲まれた部分の面積 $S$ を求めよ。

| 問題番号 | (1) | (2) | (3) | 合計 |
|---|---|---|---|---|
| 得点率 | 100 | 23.1 | 0 | 16 |

【誤答例】

解答者は 1 名であった。

(2)　$C_1$ と $C_2$ の交点の $x$ 座標を求める立式はできているが，その後の計算が間違っている。

(3)　方針が立っていない。

5　＜医学部希望者は除く＞

空間内の 2 点 $\mathrm{A}(4, -2, 2)$，$\mathrm{B}(2, -4, 4)$ に対して，線分 AB を直径とする球 $S$ の中心を C とする。

(1)　球 $S$ の方程式を求めよ。

(2)　$xy$ 平面と平行な平面 $\alpha$ のうち $S$ と $\alpha$ が交わってできる円の半径が最大となるような $\alpha$ の方程式を求めよ。

(3)　原点から最も近い $S$ 上の点 D，および最も遠い点 Eの座標をそれぞれ求めよ。

(4)　(2) で求めた $\alpha$ と $S$ が交わってできる円上を動く点 P に対して，△CDP の面積を最大とする P の座標をすべて求めよ。ただし，D は (3) で求めた点である。

| 問題番号 | (1) | (2) | (3) | (4) | 合計 |
|---|---|---|---|---|---|
| 文型 得点率 | 58.5 | 23.7 | 1.4 | 0.0 | 20.4 |
| 文型 標準偏差 | 3.4 | 3.4 | 0.9 | 0.0 | 19.7 |
| 理型 得点率 | 79.4 | 80.6 | 27.2 | 0.3 | 40.2 |
| 理型 標準偏差 | 2.3 | 2.0 | 5.0 | 0.2 | 8.1 |

【誤答例】

(1)　ABの長さは直径であるが，半径と勘違いしている。

(2)　$z=3\pm\sqrt{3}$，$z=6\pm\sqrt{3}$

(3)　OC，OD，OEの長さまでは求められているが，その後内分の比を利用して座標が求められていない。

$\mathrm{D}\left(\frac{\sqrt{3}}{3},-\frac{\sqrt{3}}{3},\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$,

$\mathrm{E}\left(\frac{5\sqrt{3}}{3},-\frac{5\sqrt{3}}{3},\frac{5\sqrt{3}}{3}\right)$

(4)　$(s-3)^2+(t+3)^2=0$を満たす$s$，$t$において，点$\mathrm{P}(s,t,0)$とおくところまででき，その後，手詰まりである。

ほとんどが空欄の答案であった。

$\boxed{6}$　次の問いに答えよ。

(1)　$a$，$b$を正の実数とする。楕円 $\frac{x^2}{4}+y^2=1$ を $x$ 軸方向に $a$，$y$ 軸方向に $b$ だけ平行移動して得られる楕円が $y$ 軸と直線 $y=x$ に接するような $a$，$b$ を求めよ。

(2)　1辺の長さが $\sqrt{n}$ の正 $n$ 角形 $\mathrm{A}_1\mathrm{A}_2\cdots\mathrm{A}_n$ における三角形$\mathrm{A}_1\mathrm{A}_2\mathrm{A}_3$ の面積を $S_n$ とする。このとき $\lim_{n\to\infty}S_n$ を求めよ。

(3)　$a$，$b$ は実数で $a>0$ を満たすとする。放物線 $y=\frac{1}{2a^2}x^2$ と曲線 $y=\log x+b$ がただ1つの共有点Pをもつとき，Pの座標および $b$ を $a$ を用いて表せ。

(4)　$1\leqq x\leqq 2$ とする。関数 $f(x)=\int_1^2\frac{|t-x|}{t^2}dt$ を最小にする $x$ の値を求めよ。

| 問題番号 | (1)$a$ | (1)$b$ | (2) | (3)P | (3)$b$ | (4) | 合計 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 得点率 | 64.6 | 2.9 | 0 | 45.7 | 37.1 | 0 | 18.8 |
| 標準偏差 | 2.4 | 0.8 | 0 | 2.5 | 2.5 | 0 | 5.9 |

【誤答例】

(1)$a$　$\frac{2\sqrt{5}}{5}$

(1)$b$　2，0，$\frac{2\sqrt{5}}{5}$，$2\pm\sqrt{3}$，$-1$，$-\frac{1}{2}$，4

(2)　0，$\frac{\sqrt{3}}{4}$，$\frac{9\sqrt{3}}{2}$，$\infty$

(3)P　$(a,0)$，$\left(a,\frac{3}{2}\right)$，$(\sqrt{a},0)$

(3)$b$　$\log a-2$，$\frac{3}{2}-\log a$

(4)　1，2，$\frac{3}{2}$，$\log 2-\frac{1}{2}$，$1-\log 2$

$\boxed{7}$　$f(x)=\frac{x}{2}$，$g(x)=x$，$h(x)=\frac{x+1}{2}$ とおく。

$x_0=1$ とし，2枚の硬貨を繰り返して投げ，$n$ 回目の事象により $x_n$ を次のように定める。

$$x_n=\begin{cases}f(x_{n-1}) & (2\text{枚とも表のとき})\\ g(x_{n-1}) & (1\text{枚が表，}1\text{枚が裏のとき})\\ h(x_{n-1}) & (2\text{枚とも裏のとき})\end{cases}$$

また $p_n$，$q_n$，$r_n$ をそれぞれ $0<x_n\leqq\frac{1}{3}$ である確率，$\frac{1}{3}<x_n\leqq\frac{2}{3}$ である確率，$\frac{2}{3}<x_n\leqq 1$ である確率とする。

(1)　すべての自然数 $n$ に対して $0<x_n\leqq 1$ を示せ。

(2)　$p_1$，$q_1$，$r_1$ を求めよ。

(3)　$p_n$，$q_n$，$r_n$ を $p_{n-1}$，$q_{n-1}$，$r_{n-1}$ を用いて表せ。

(4)　$p_n-r_n$ を求めよ。

(5)　$p_n$ を求めよ。

| 問題番号 | (1) | (2) | (3) | (4) | (5) | 合計 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 得点率 | 21.0 | 29.5 | 4.9 | 2.9 | 0.0 | 9.4 |
| 標準偏差 | 2.2 | 2.6 | 1.9 | 1.4 | 0.0 | 6.2 |

【誤答例】

(1)　ほとんどの生徒が数学的帰納法を用いて証明していた。

間違った生徒は証明の方針が立っていない。

(2)　$p_1=\frac{1}{3}$，$q_1=\frac{1}{3}$，$r_1=\frac{1}{3}$　，

$p_1=\frac{1}{2}$，$q_1=\frac{1}{2}$，$r_1=0$

空欄の答案が目立った。

(3)　$p_n=\frac{1}{4}(p_{n-1}+q_{n-1}+r_{n-1})$,

$r_n=\frac{1}{2}(p_{n-1}+q_{n-1}+r_{n-1})$,

$q_n=\frac{1}{4}(p_{n-1}+q_{n-1}+r_{n-1})$　,

$p_n=\frac{3}{4}p_{n-1}$，$q_n=\frac{1}{2}q_{n-1}$，$r_n=\frac{1}{4}r_{n-1}$,

空欄の答案が目立った。

(4)　$p_n-r_n=0$

(3)ができていないため，$p_n-r_n$の計算が手詰まりだっだり，空欄だったりした。

(5)　全て空欄の答案であった。

8　$z_0$を虚数単位$i$と異なる複素数とする。
複素数$z_n$を
$$z_n=i+\frac{\sqrt{2}(z_{n-1}-i)(1+i)}{2}\quad(n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$$
によって定める。

(1)　すべての自然数$n$に対し$z_n\neq i$であることを示せ。

(2)　$\dfrac{z_n-i}{z_{n-1}-i}$の絶対値$r$と偏角$\theta$を求めよ。
ただし，$\theta$の範囲は$0\leqq\theta<2\pi$とする。

(3)　$z_m=z_0$となる最小の自然数$m$を求めよ。

(4)　複素数平面上において$z_n$の表す点を$P_n$とする。(3)で求めた$m$に対し$m$本の線分$P_0P_1$，$P_1P_2$，…，$P_{m-1}P_m$で囲まれる図形の面積を$S$とする。$z_0=1-i$のとき$S$の値を求めよ。

| 問題番号 | (1) | (2) | (3) | (4) | 合計 |
|---|---|---|---|---|---|
| 得点率 | 36.3 | 21.7 | 3.4 | 0.0 | 15.4 |
| 標準偏差 | 4.7 | 3.7 | 1.7 | 0.0 | 6.0 |

【誤答例】

(1)　証明の方針が立っていない。
証明が飛躍している。

(2)　$r=\dfrac{3}{2}$，$\theta=\dfrac{\pi}{2}$，$r=\sqrt{2}$
$$|z_n-i|=\sqrt{\left\{\frac{\sqrt{2}}{2}(z_{n-1}+1)\right\}^2+\left\{\frac{\sqrt{2}}{2}(z_{n-1}-1)\right\}^2}$$
を計算して手詰まり。

(3)　$m=1$
$z_n-i=\left(\cos\dfrac{\pi}{4}+i\sin\dfrac{\pi}{4}\right)(z_{n-1}-i)$で止まっている。

(4)　全て空欄の答案であった。

9　$f(x)=xe^{-x}$とし，関数$y=f(x)$のグラフを$C_1$とする。また，$C_1$を$x$軸方向に$\log a$だけ平行移動したグラフを$C_2$とする。ただし，$a$は$a>1$を満たす実数である。

(1)　関数$y=f(x)$の増減，極値を調べ$C_1$の概形をかけ。なお，$\lim\limits_{x\to\infty}xe^{-x}=0$であることを用いてよい。

(2)　$C_1$と$C_2$の交点の$x$座標を求めよ。

(3)　原点をOとし，$C_2$と$x$軸の交点をAとする。$C_1$，$C_2$および線分OAで囲まれた部分の面積$S$を求めよ。

(4)　(3)で求めた$S$に対して，$S<\dfrac{a-1}{a}$が成り立つことを示せ。

| 問題番号 | (1) | (2) | (3) | (4) | 合計 |
|---|---|---|---|---|---|
| 得点率 | 88.3 | 53.4 | 5.4 | 0.0 | 36.8 |
| 標準偏差 | 2.3 | 4.0 | 1.9 | 0.0 | 6.2 |

【誤答例】

(1)　$f'(x)$までしか求められていない。
極大値の値を1にしている。
$x<0$の範囲のグラフがかかれていない。

(2)　交点の$x$座標を求める方程式を立式できているが，方程式の計算を間違えている。
$e^{\log a}=a$に直せていない。

(3)　面積の立式ができていない。
面積の立式までできているが，定積分の計算を間違えている。

(4)　全て空欄の答案であった。

10　＜医学部希望者＞
正方形ABCDの内部の点Pに対して∠CPDが直角であるとき，$\dfrac{BP}{AP}$の最大値を求めよ。

| 得点率 | 2.5 |
|---|---|
| 標準偏差 | 1.2 |

【誤答例】

解答者は４人であった。
四角形ABCDの内部にあるCDを直径とする半円の上に点Pを取るところまでできていた。

＜後期＞

1　次の$\boxed{\phantom{ア}}$に適する数または式を，解答用紙の指定のところに記入せよ。

(1)　$p<q$である素数$p$，$q$と整数$a$が
$$21p^3+ap^2q-(a-4)pq^2-33q^3=0$$
を満たすとき，$p=\boxed{ア}$，$q=\boxed{イ}$，$a=\boxed{ウ}$である。

(2)　$a$，$b$を実数とする。空間内に4点O(0，0，0)，A($a$，1，2)，B($b$，2，3)，C(1，−1，1)がある。
このとき直線ABと直線OCが交点を持つための条件を$a$，$b$を用いて表すと$\boxed{エ}$である。

(3)　$S_n=\dfrac{1}{2n+1}+\dfrac{1}{2n+2}+\cdots+\dfrac{1}{3n}$ で与えられた数列 $\{S_n\}$ に対して，$\lim\limits_{n\to\infty}S_n=\boxed{\text{オ}}$ である。

(4)　$\displaystyle\int_{-\pi}^{\pi}x^2\cos\frac{x}{3}\,dx=\boxed{\text{カ}}$ である。

(5)　$f(x)=\displaystyle\int_0^{x^2}\sin\sqrt{t}\,dt$ に対して，

$f'\left(\dfrac{\pi}{2}\right)=\boxed{\text{キ}}$ である。

| 問題番号 | (ア) | (イ) | (ウ) | (エ) | (オ) | (カ) | (キ) | 合計 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 得点率 | 8.8 | 8.8 | 0.0 | 2.9 | 5.9 | 11.8 | 8.8 | 5.9 |
| 標準偏差 | 0.6 | 0.9 | 0.0 | 1.4 | 1.9 | 2.6 | 2.3 | 5.3 |

【誤答例】

(ア)　2，11

(イ)　3，11

(ウ)　$-4$，1，7，96，58

(ア)(イ)(ウ)全て空欄の解答がほとんどで，残りは(ア)が合っていて，(イ),(ウ)が間違うことが多かった。

(エ)　$a=b$，$b=-a$，$b=2a$，$6a-3b+1=0$ など

(オ)　0，1，3，$\dfrac{1}{2}$　など

(カ)　$3\sqrt{3}\pi^2-18\pi+54\sqrt{3}$，$\sqrt{3}\pi^2+\pi-\sqrt{3}$，$\dfrac{\sqrt{3}}{3}\pi^2-\dfrac{2}{9}\pi+\dfrac{2\sqrt{3}}{27}$，0，$\dfrac{2}{3}\pi^3$，$9\pi$　など

(キ)　0，1，$\dfrac{2}{3}\pi$，$\dfrac{8}{\pi}$，$-\dfrac{\pi^2}{8}$，$\sin\sqrt{\dfrac{\pi}{2}}$　など

$\boxed{2}$　次の問いに答えよ。

(1)　$\alpha$ は $|\alpha|=1$ を満たす複素数とする。複素数平面において，点 $z$ が点 2 を中心とする半径 1 の円上を動くとき，点 $\alpha z$ が描く図形と虚軸の共有点が 1 点となるような $\alpha$ をすべて求めよ。

(2)　$a$，$b$ を正の実数とし $f(x)=(ax^2+b)e^{-\frac{x}{2}}$ とする。関数 $y=f(x)$ が単調に減少し，かつ $y=f(x)$ のグラフが変曲点をもつための $a$，$b$ の条件を求めよ。

| 問題番号 | (1) | (2) | 合計 |
|---|---|---|---|
| 得点率 | 8.8 | 8.5 | 8.7 |
| 標準偏差 | 5.5 | 3.9 | 8.4 |

【誤答例】

(1)　$\alpha=\pm i$,

複素数を図形的に置き換えられていない。

空欄の答案が目立った。

(2)　$f'(x)$の計算間違い。

$f''(x)$まで求められているが，その後の方針が立っていない。

$\boxed{3}$　$a$，$b$ を実数とし，楕円 $4x^2+y^2=1$ と 2 直線 $l_1: y=x+a$，$l_2: y=x+b$ を考える。楕円と直線 $l_1$ は交点を 2 個もつとし，この交点を $\mathrm{A}(p,\ q)$，$\mathrm{B}(r,\ s)$ とおく。また楕円と直線 $l_2$ も交点を 2 個もつとし，この交点を $\mathrm{C}(t,\ u)$，$\mathrm{D}(v,\ w)$ とおく。ただし，$p>r$，$t>v$ とする。

(1)　$a$ の値の範囲を求め，$p$，$q$，$r$，$s$ を $a$ を用いて表せ。

(2)　A と B の距離を $a$ を用いて表せ。

(3)　$a>0$ とし，A，B，C，D が楕円に内接する平行四辺形の 4 頂点を与えるとする。また，この平行四辺形の面積を $S$ とする。

( i )　$b$ を $a$ を用いて表せ。

( ii )　$S$を $a$ を用いて表せ。

( iii )　$S$の最大値を求めよ。次の問いに答えよ。

| 問題番号 | (1) | (2) | (3)( i ) | (3)( ii ) | (3)( iii ) | 合計 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 得点率 | 45.6 | 34.9 | 8.8 | 8.8 | 0.0 | 22.9 |
| 標準偏差 | 5.2 | 3.3 | 1.6 | 2.0 | 0.0 | 9.4 |

【誤答例】

(1)　$a^2<\dfrac{5}{4}$ より $a<\dfrac{\sqrt{5}}{2}$

$-\left(\sqrt{\dfrac{4}{5}}+\sqrt{\dfrac{1}{20}}\right)<a<\sqrt{\dfrac{4}{5}}+\sqrt{\dfrac{1}{20}}$

解の公式の間違い

$x=\dfrac{-a\pm\sqrt{a^2+5}}{5}$，$x=\dfrac{-a\pm\sqrt{1-a^2}}{5}$

$q=\dfrac{4a-\sqrt{5-a^2}}{5}$，$r=\dfrac{4a+\sqrt{5-a^2}}{5}$

(2)　$\dfrac{-2a^2-10}{5}$，$\dfrac{2\sqrt{-8a^2+5}}{5}$，$\dfrac{2\sqrt{2-8a}}{5}$

(3)( i )　(2)のABの長さを利用して，

四角形ABCD が平行四 辺形の条件が立式できていない。

( ii )　$\dfrac{13a\sqrt{-4a^2+5}}{25}$，$2\pi$

( iii )　( ii )の$S$ の式が違うため$S'$ も違う。

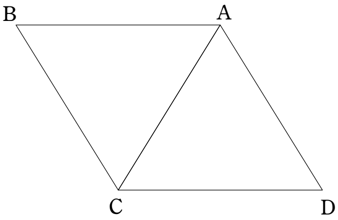
平方完成の間違い

$S^2=-\dfrac{16}{25}\left\{4\left(a^2-\dfrac{5}{8}\right)^2-\dfrac{5}{16}\right\}$

$S=\dfrac{4a\sqrt{5-4a^2}}{5}=\dfrac{4}{5}\sqrt{5a-4a^2}$ 式変形のミス

空欄の答案がほとんどであった。

4 平面上の4点A，B，C，Dが図のように線分で結ばれている。動点Pは点Aから出発し，とどまることなく1秒毎に等間隔で隣接する点に移動するものとする。ここで，2点が隣接するとは，2点が図において1つの線分で結ばれていることである。たとえば，動点Pが点Bにいるときは，その1秒後に点Aまたは点Cにそれぞれ $\dfrac{1}{2}$ の確率で移動し，また動点Pが点Cにいるときは，その1秒後に点B，点Aまたは点Dにそれぞれ $\dfrac{1}{3}$ の確率で移動する。動点Pが点Aを出発して $n$ 秒後にA，B，C，Dにいる確率をそれぞれ $a_n$，$b_n$，$c_n$，$d_n$ とする。




(1) $a_1$，$b_1$，$c_1$，$d_1$ を求めよ。
(2) $a_{n+1}$，$b_{n+1}$，$c_{n+1}$，$d_{n+1}$ を $a_n$，$b_n$，$c_n$，$d_n$ を用いて表せ。
(3) $X_n=a_n-c_n$，$Y_n=a_n+c_n$，$Z_n=b_n+d_n$ とおく。$X_n$，$Y_n$，$Z_n$ を $n$ を用いて表せ。
(4) $a_n$，$b_n$ を $n$ を用いて表せ。
(5) $\lim\limits_{n\to\infty} a_n$，$\lim\limits_{n\to\infty} b_n$ を求めよ。

| 問題番号 | (1) | (2) | (3) | (4) | (5) | 合計 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 得点率 | 97.8 | 41.9 | 11.0 | 5.1 | 4.4 | 24.0 |
| 標準偏差 | 0.5 | 3.8 | 4.0 | 1.7 | 0.7 | 8.7 |

【誤答例】

(1) $a_1=\dfrac{1}{3}$，$b_1=\dfrac{1}{2}$，$d_1=\dfrac{1}{2}$

(2) $a_{n+1}=\dfrac{1}{3}a_n$，$b_{n+1}=\dfrac{1}{2}b_n$，$c_{n+1}=\dfrac{1}{3}c_n$，$d_{n+1}=\dfrac{1}{2}d_n$

$a_{n+1}=a_n+\dfrac{1}{3}$，$b_{n+1}=a_n+\dfrac{1}{2}$，$c_{n+1}=c_n+\dfrac{1}{3}$，$d_{n+1}=d_n+\dfrac{1}{2}$

$b_{n+1}=\dfrac{1}{3}a_n+\dfrac{1}{3}c_n+\dfrac{1}{2}d_n$，$d_{n+1}=\dfrac{1}{3}a_n+\dfrac{1}{2}b_n+\dfrac{1}{3}c_n$

(3) $X_n=\left(-\dfrac{1}{3}\right)^n$ まではできたが，$Y_{n+1}$，$Z_{n+1}$ を $Y_n$，$Z_n$ で表せていない。

$Y_{n+1}=\dfrac{1}{3}Y_n+Z_n$，$Z_{n+1}=\dfrac{2}{3}Y_n$ が表せても，後の処理ができていない。

$X_n=-\dfrac{1}{3}$，$Y_n=\dfrac{1}{3}(n^2-n+1)$，$Z_n=n\left(\dfrac{1}{2}n+\dfrac{1}{6}\right)$

$X_n=\left(\dfrac{1}{3}\right)^n$，$Y_n=\dfrac{4}{15}\left\{2-\left(-\dfrac{2}{3}\right)^{n+1}\right\}$，$Z_n=\left(\dfrac{1}{3}\right)^n$

(4) $a_n=\dfrac{1}{3}n-\dfrac{1}{3}$，$b_n=\dfrac{1}{2}n-\dfrac{1}{6}$

$a_n=-\left(\dfrac{3}{2}\right)^{n-1}+1$，$b_n=-\left(\dfrac{2}{3}\right)^{n-1}+1$

$a_n=\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{1}{3}\right)^n+\dfrac{2}{15}\left\{2-\left(-\dfrac{2}{3}\right)^{n-1}\right\}$，$b_n=\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{1}{3}\right)^n$

(5) $\lim\limits_{n\to\infty} a_n=\infty$，$\lim\limits_{n\to\infty} b_n=\infty$，

$\lim\limits_{n\to\infty} a_n=1$，$\lim\limits_{n\to\infty} b_n=1$

$\lim\limits_{n\to\infty} a_n=\dfrac{4}{15}$，$\lim\limits_{n\to\infty} b_n=0$

5 $f(x)=\dfrac{\cos x}{\sin x}$ とし，曲線 $C$ : $y=f(x)$ $\left(0<x\leqq\dfrac{\pi}{2}\right)$ 上の点 $\left(\dfrac{\pi}{6}, f\left(\dfrac{\pi}{6}\right)\right)$ における接線を $l$ とする。また，$C$ と $l$ と $x$ 軸で囲まれた部分を $D$ とする。
(1) 接線 $l$ の方程式を求めよ。
(2) $D$ の面積 $S$ を求めよ。
(3) $D$ を $x$ 軸の周りに1回転してできる回転体の体積 $V$ を求めよ。

| 問題番号 | (1) | (2) | (3) | 合計 |
|---|---|---|---|---|
| 得点率 | 55.9 | 17.6 | 5.9 | 25.0 |
| 標準偏差 | 5.4 | 4.0 | 2.6 | 9.3 |

【誤答例】

(1) $f'(x)$ が求められていない。

$y=-4x+4\sqrt{3}+\dfrac{\pi}{6}$

(2) $S$ の立式ができていない。

$\log 2+\dfrac{11}{144}\pi^2-\dfrac{\sqrt{3}}{3}\pi$，$-\log\dfrac{1}{2}+\dfrac{2}{9}\pi^2-\dfrac{\sqrt{3}}{3}\pi$，$\dfrac{1}{8}$

(3)　$\dfrac{3}{11}\sqrt{3}\pi-\dfrac{1}{3}\pi$，$-\dfrac{1}{3}\pi\log\dfrac{1}{2}+\dfrac{2}{27}\pi^3-\dfrac{\sqrt{3}}{9}\pi^2$

## 4　おわりに

１０月中旬に実施したこともあり，全体的にあまりできていなかった。空欄の目立つ答案も多く，見たことない問題や分からない問題には手を付けない傾向が見られる。特に前期理型 $\boxed{7}$ の確率の問題はできていなかった。後期の問題については昨年よりも大問が１問増えたため，計算量が多くなっている。説明会で土屋教授は，前期 $\boxed{7}$，後期 $\boxed{4}$ の確率の問題は「国語力の問題である」と言われた。「前期 $\boxed{7}$ は難しいが，後期 $\boxed{4}$ は確率の基本的なことができていれば誘導もされているので難しくはない。問題を理解し，数式に落とし込むことができるかである」と言われていた。前期$\boxed{8}$の問題で「理学部数学科に入ってくる生徒でも複素数平面が苦手である。複素数を指導するとき，複素数平面は平面と絡めて図形を理解させるように指導してほしい。図形的に理解を深めることで問題が簡単になる。複素数の演算は，複素数平面上のベクトルの考え方である。」と言われていた。

最後に全体を通して，土屋教授は「論理的に考えて答えに達したことが大切である。プロセスが大切である。」と言われていた。「できの悪い答案は，暗算を多用し，カッコの取り扱いが下手である。」「数列で$a_n$を求めたら正しいかどうか$a_1$が条件に合うか確かめてほしい。」と言われ，検算などのチェックをするよう生徒に指導していかなければならないと感じた。

今回の答案の採点や定期考査の採点を通して，メモ書きや計算だけを羅列している答案が多いように感じる。自分の考えを正確に分かりやすく表現する国語力も必要であると改めて感じた。上辺だけの知識や解法を覚えて使うだけでなく，内容をきちんと深く理解することが大切であり，そのような取組が自分の考えを表現することにつながると考える。

今後はただ目の前の答え正誤だけに目を向けるのではなく，その解答の内容やプロセスまでしっかり考えさせる指導をしていかなければならないと強く感じた。