

新学習指導要領の研究（数学Ⅰ・A）

愛媛県立新居浜東高等学校 大西 健太
 愛媛県立今治工業高等学校 和田 拓自
 愛媛県立内子高等学校 加藤 亮彦
 愛媛県立津島高等学校 石川 巧

1 はじめに

平成30年3月30日に、高等学校学習指導要領が告示され、令和4年4月より年次進行で新学習指導要領が実施される。学習指導要領研究委員会では、昨年度、新学習指導要領の数学における変更点について研究を行った。その昨年度の研究を踏まえ、今年度より各科目の内容や変更点について研究を行っていく予定であり、その1年目として数学Ⅰ、数学Aにおける新学習指導の研究を行った。今回の学習指導要領改訂によって、必要となる取組や授業の在り方や新学習指導要領に円滑な移行をするためには何が必要なのか、が少しでも明確になればと考え、この主題を設定した。

2 高等学校学習指導要領「数学」の改訂のポイント

- (1) 現行の「数学Ⅲ」、「数学B」、「数学活用」の内容の一部を移行して「数学C」を新設している。
- (2) 現行の「数学活用」は、「数学A」、「数学B」、「数学C」に移行し廃止となる。
- (3) 「数学B」と「数学C」は、「数学Ⅰ」の履修後の履修が原則であるが、「数学B」と「数学C」の間に履修の順序は規定されていない。
- (4) 数学的活動や統計教育の一層の充実が図られている。
- (5) 算数科・数学科において、育成を目指す資質・能力を「知識・技能」、「思考力・判断力・表現力等」、「学びに向かう力・人間性等」の3つの柱で明確化され、高等学校数学科の目標も、この3つの柱に沿って示されている。

3 新課程と現行課程の比較

【数学Ⅰ】

新学習指導要領	現行学習指導要領
(1) 数と式 数と集合 ○ <u>・簡単な無理数の計算</u> （一部、数学Aから） ・集合と命題 式 ・式の展開と因数分解 ・一次不等式 (2) 図形と計量 三角比 ・鋭角の三角比 ・鈍角の三角比 ・正弦定理、余弦定理 図形の計量 (3) 二次関数 二次関数とそのグラフ 二次関数の値の変化 ・二次関数の最大・最小 ・二次関数と二次方程式、二次不等式 (4) データの分析 データの散らばり ・分散、標準偏差 データの相関 ・散布図、相関係数 ○ <u>仮説検定の考え方</u> [課題学習]	(1) 数と式 ア 数と集合 (7) 実数 (4) 集合 イ 式 (7) 式の展開と因数分解 (4) 一次不等式 (2) 図形と計量 ア 三角比 (7) 鋭角の三角比 (4) 鈍角の三角比 (7) 正弦定理、余弦定理 イ 図形の計量 (3) 二次関数 ア 二次関数とそのグラフ イ 二次関数の値の変化 (7) 二次関数の最大・最小 (4) 二次方程式・二次不等式 (4) データの分析 <u>ア データの散らばり</u> （一部、中学校へ） イ データの相関 [課題学習]
○は増補された項目 ・分数が有限小数や循環小数で表される仕組み（数学Aから） ・仮説検定の考え方（実験などを通して直感的に理解する程度）	（中学校への移行内容） 第2学年…四分位数 四分位範囲 四分位偏差 箱ひげ図

【数学A】

新学習指導要領	現行学習指導要領
(1) 図形の性質← 平面図形 ・三角形の性質 ・円の性質・作図 空間図形	(1) 場合の数と確率 ア 場合の数 ⑦ 数え上げの原則 ④ 順列・組合せ イ 確率
(2) 場合の数と確率← 場合の数 ・数え上げの原則 ・順列・組合せ 確率 ○ <u>・確率とその基本的な法則</u> (一部、数学Bから) ・独立な試行と確率 ・条件付き確率 ○(3) <u>数学と人間の活動</u> (数学活用から) 数量や図形と人間の活動 遊びの中の数学 *ユークリッドの← 互除法、二進法、 平面や空間におけ る点の位置	(2) 整数の性質 ア 約数と倍数 イ ユークリッドの互除法 ウ 整数の性質の活用 (一部、数学Iへ) (3) 図形の性質 ア 平面図形 ⑦ 三角形の性質 ④ 円の性質 ⑥ 作図 イ 空間図形 ×【課題学習】
○は新課程で増補された項目 ・期待値 (数学Bから) ・数学と人間の活動 (数学活用から)	×は新課程で削除された項目 ・分数が有限小数や循環小数で表される仕組み (数学Iへ) ・課題学習

察すること。
(エ) 日常の事象や社会の事象などを数学的に捉え、一次不等式を問題解決に活用すること。
内容の取扱い
(2) 内容の(1)のアの(7)については、分数が有限小数や循環小数で表される仕組みを扱うものとする。

内容の取扱いにあるように、分数が有限小数や循環小数で表される仕組みについては、数学Aから数学Iに含まれることになった。数を実数まで拡張する意義や数の体系について、理解を深めるための必要な知識であると考えられる。新学習指導要領では、数学的活動を通して身に付けたいことが書かれており、指導内容がより具体的に表記されるようになった印象を受けた。教科書等の例題や問題も思考力や判断力、表現力を身に付けられるようなものに変更されることが予想される。イ(ウ)を意識した問題として、次の問題(資料1)を紹介する。

資料1 イ(ウ)を意識した問題

一次不等式 $2x + 1 \leq 5x - 8$ の解を求める以下の計算過程には誤りがある。誤っている理由を説明するとともに、正しい解を求めなさい。

$$2x + 1 \leq 5x - 8$$

$$2x - 5x \leq -8 - 1$$

$$-3x \leq -9$$

$$x \leq 3$$

(2) 図形と計量
現行の数学I「図形と計量」をほぼ継承している。内容の変更点は次の通りである。

4 新課程「数学I」の内容

(1) 数と式
新学習指導要領では以下の内容が追加されている。

- ア 次のような知識及び技能を身に付けること
(7) 数を実数まで拡張する意義を理解し、簡単な無理数の四則演算をすること。
- イ 次のような思考力、判断力、表現力等を身に付けること。
(7) 集合の考えを用いて論理的に考察し、簡単な命題を証明すること。
(4) 問題を解決する際に、既に学習した計算の方法と関連付けて、式を多面的に捉えたり目的に応じて適切に変形したりすること。
(7) 不等式の性質を基に一次不等式を解く方法を考

- ア 次のような知識及び技能を身に付けること。
(4) 三角比を鈍角まで拡張する意義を理解し、鋭角の三角比の値を用いて鈍角の三角比の値を求める**方法**を理解すること。
(7) 正弦定理や余弦定理について**三角形の決定条件や三平方の定理と関連付けて**理解し、三角形の辺の長さや角の大きさなどを求めること。
- イ 次のような思考力、判断力、表現力等を身に付けること。
(7) **図形の構成要素間の関係を三角比を用いて表現するとともに、定理や公式として導くこと。**
(4) **図形の構成要素間の関係に着目し、日常の事象や社会の事象などを数学的に捉え、問題を解決したり、解決の過程を振り返って事象の数学的な特徴や他の事象との関係を考察したりすること。**

ア(イ)では、「鈍角の三角比の値を求める」から「値を求める方法を理解する」に変更になっている。ア(ウ)では、「正弦定理や余弦定理について三角形の決定条件や三平方の定理と関連付けて理解することを求められている。イ(ア)では、三角比の定理や公式を表現として捉え、定理や公式を導くことが求められている。イ(イ)の「日常の事象や社会の事象などを数学的に捉え、問題を解決したり、解決の過程を振り返って事象の数学的な特徴や他の事象との関係を考察したりすること」という記述は、今回の改訂で、他の単元にも多く見られる。

日常の事象や社会の事象などとの関連を図り、三角比を導入する必要性や有効性を認識させる問題として、試行調査問題 [3. 第1問 [3]] のように、建築基準法の中に数学が含まれている例などが考えられる。

資料2 試行調査問題 [3. 第1問 [3]]

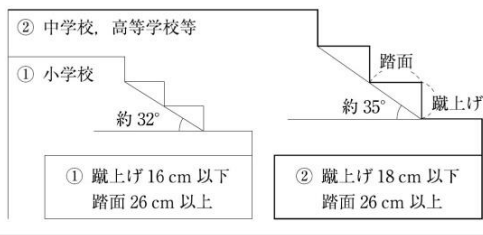
[3] 久しぶりに小学校に行くと、階段の一段一段の高さが低く感じられることがある。これは、小学校と高等学校とでは階段の基準が異なるからである。学校の階段の基準は、下のように建築基準法によって定められている。



高等学校の階段では、^は蹴上げが 18 cm 以下、^ふ踏面が 26 cm 以上となっており、この基準では、傾斜は最大で約 35° である。

【建築基準法による階段の基準】

* 下の図は、階段の傾斜が基準内で最大のときを表している。



階段の傾斜をちょうど 33° とするとき、蹴上げを 18 cm 以下にするためには、踏面をどのような範囲に設定すればよいか。踏面を x cm として、 x のとり得る値の範囲を求めるための不等式を、33° の三角比と x を用いて表せ。解答は、解答欄 に記述せよ。ただし、踏面と蹴上げの長さはそれぞれ一定であるとし、また、踏面は水平であり、蹴上げは踏面に対して垂直であるとする。

資料2の問題に関連して、生徒たちの通っている学校の階段で踏面と蹴上げの長さを調べ、三角比について考えさせてもよいかもしいない。また、三角比が広く応用されている測量において、測量士試験の問題を取扱ってみることも考えられる。

(3) 2次関数

内容は、現行の数学 I をほぼ継承している。文部科学省「高等学校学習指導要領の改訂のポイント」によると、教育内容の主な改善事項として次のように理数教育の充実を述べている。

理数教育の充実

- 理数を学ぶことの有用性の実感や理数への関心を高める観点から、**日常生活や社会との関連を重視(数学、理科)する**とともに、見通しをもった観察、実験を行うことなどの科学的に探究する学習活動の充実(理科)などの充実により学習の質を向上
- 必要なデータを収集・分析し、その傾向を踏まえて課題を解決するための統計教育を充実

2次関数と日常生活との関連の例を挙げると、パラボラアンテナが放物線であることが有名である。焦点においた鈴に、跳ね返ったボールが当たる実験からも、アンテナに入ってきた電波が焦点に集まることがわかる。逆に考えると、焦点に配置された電球の光を反射させ、直線的な光にしたものが懐中電灯である。災害時に懐中電灯にビニール袋を被せると広範囲が明るくなるのは、直線的な光を拡散させているからである。

2次関数の学習の必要性について生徒から質問される機会も多いが、「統計学が最強の学問である(数学編)」の統計学と機械学習への入門の図(図1)に示されているように、今後、機械学習やディープラーニングで、より複雑な関数を現実モデルとする基礎になるものとして述べられている。「とんでもなく役に立つ数学」では、渋滞について、人の流れや密度などの条件を単純化することで2次関数によって最適な値を求めている。つまり、データを単純化することで人の流れなどを考察できることを意味している。

図1 統計学と機械学習への入門

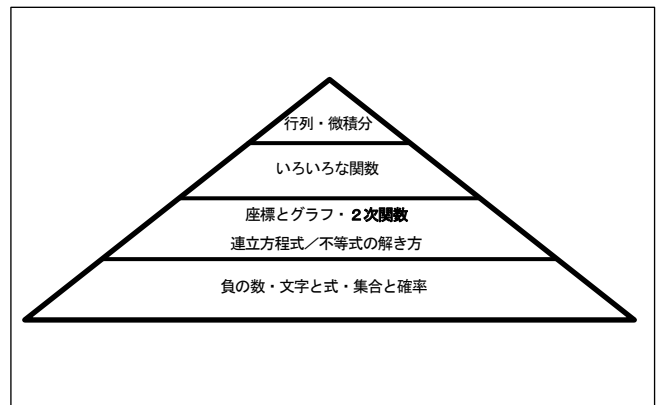
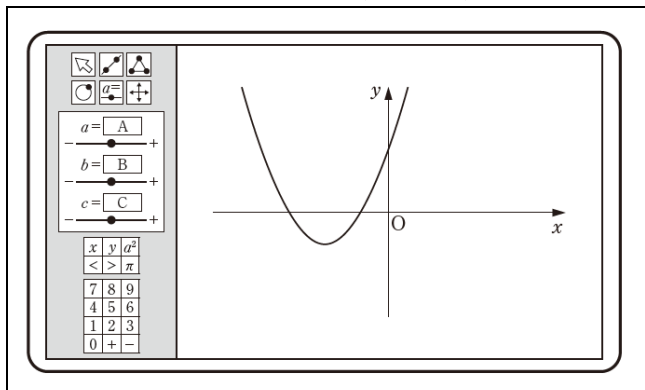


図2 「平成29年度試行調査数学I・数学A」より



今回の改訂では、思考力・判断力・表現力を身に付けるために「コンピュータなどの情報機器を用いてグラフをかくなどして、多面的に考察する」と明記されている。図2のように平成29年度試行調査数学I・数学Aの問題では、コンピュータなどの情報機器を用いた学習場面において、数学的な見方・考え方や処理力を問う問題が出題されている。

資料3 数学的な見方・考え方や処理力を問う問題

図2のように2次関数についてコンピュータのグラフ表示ソフトを用いて変化の様子を考察する。元になる2次関数を下記の①②とする。a, b, cの値をそれぞれ正の値から負の値に変化させたとき、グラフはどのような変化をするか。

① $y=a(x-b)^2+c$ ② $y=ax^2+bx+c$

資料3は、授業の中で取り組める課題を考えた。パラメータを自由に増減させながらグラフを変化させ、その特徴や係数の符号の関係等について、グラフ表示ソフト GeoGebra を利用して考察することを想定した。②のグラフを表示させbの値を変化させた場合は、aの符号によって軸の方程式の正負が変わることや、頂点の軌跡が放物線を描くことも確認できる。また、2次関数にならない $a=0$ のときなども、試行を繰り返す中で生徒が気付く機会もある。大学入学共通テストでは、主体的・対話的で深い学びの視点から「どのような学習過程で生徒が学んだか」を問われる問題が出題されるだろう。

(4) データの分析

データの分析の変更点としては、「四分位数、箱ひげ図」が中学校段階へ移行されたことと、「外れ値、仮説検定の考え方」が追加されたことである。外れ値については、散布図などから、他とかけ離

れている値を見つけさせ、それが外れ値かどうかを判定する問題などが予想される。

ただし、その判定方法として、どのような方法が教科書に載るかは現時点では分からない。「スミルノフ・グラブス検定」、「クラスター分析」などもあるが、これらは数学Iの段階で説明するには非常に難しい。そこで予想されるのは、四分位範囲を利用する方法である。まずはその方法を紹介する。

第1四分位数を Q_1 、第2四分位数(中央値)を Q_2 、第3四分位数を Q_3 とする。このとき、四分位範囲は、 $Q_3 - Q_1$ である。ここで、 $Q_3 + \{(Q_3 - Q_1) \times 1.5\}$ 以上のデータと、 $Q_1 - \{(Q_3 - Q_1) \times 1.5\}$ 以下のデータを外れ値とする。

以上のことから、例題とその解答(資料4)を1つ挙げる。なお、この例題では、表を用いたが、散布図から表を作るところも問われる場合があるだろう。

資料4 問題「データの分析」(1)

以下のデータは、20人の風邪の患者に解熱剤を飲んでもらった。以下のデータは熱が下がり始めた時間を示している。この中に外れ値はあるか、あるならばその値と、外れ値となる理由を答えよ。

被験者	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
時間	60	70	58	72	50	40	81	55	48	61
被験者	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T
時間	42	84	76	51	99	55	58	59	64	56

(解答)

このデータを並び替えると、

F	K	I	E	N	H	P	T	C	Q
40	42	48	50	51	55	55	56	58	58
R	A	J	S	B	D	M	G	L	O
59	60	61	64	70	72	76	81	84	99

となる。 $Q_3 = 71$ 、 $Q_1 = 53$ なので、四分位範囲は18である。ゆえに、 $Q_3 + \{(Q_3 - Q_1) \times 1.5\} = 98$ より、99は外れ値となる。

また、外れ値かどうかを判定するだけでなく、外れ値がどのように活用されるかは、必ず説明するべきだろう。そういった面でも、この製薬に関する問題は有用であると言える。

仮説検定の考え方については、「具体的な事象において仮説検定の考え方を理解すること。」とある。ここでは実際に仮説検定をするわけではないと予想される。あくまでも仮説検定の考え方を理解す

ること、実際に仮説検定を行うためには数学 I の知識だけでは難しいこと、以上のことから、予想される例題とその解答（資料 5）を 1 つ挙げる。

資料 5 問題「データの分析」(2)

さいころの目を狙って出せると言う人がいる。本当にできるかどうか、1 を連続して出してもらうことにした。すると 1 を 3 回連続で出した。有意水準を 0.01 とするとき、この人は本当に狙って出したのだろうか？

(解答)

仮説を H_0 として、 H_0 : 「さいころの目は狙って出せない」とする。この仮説が間違っているならば、 H_1 : 「さいころの目は狙って出せる」となる。ここで、実際に確率を計算すると、

$(\frac{1}{6})^3 = \frac{1}{216} \approx 0.00467$ となる。これは、偶然 1 が 3 回続く確率はおよそ 0.4% ということである。ここで、有意水準を 1% とすると、1 が 3 回続く確率は 1% より低いため、偶然 1 が 3 回続くことはないと判断する。つまり、仮説 H_0 は正しくなく、 H_1 : 「さいころの目は狙って出せる」が正しいと言える。

学習指導要領解説の中では、用語・記号として、外れ値が出ているだけなので、有意水準という言葉が教科書に出てくるかはまだ分からないが、仮説検定を数学 I の段階で紹介するならば、こういった例題、および、解答になるのではないだろうか。

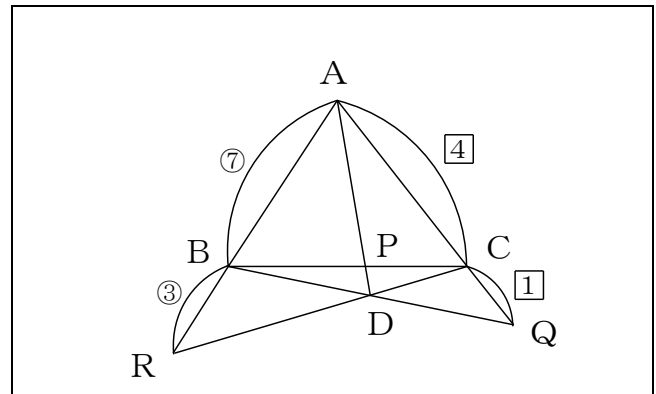
5 新課程「数学 A」の内容

(1) 図形と性質

「図形の性質」については、「チェバの定理」と「メネラウスの定理」について、これまで教科書では重視して取り扱われなかった「チェバの定理において 3 直線の交点が三角形の外部にある場合」や「メネラウスの定理において直線が三角形を割らない場合」を考察することが大切であると学習指導要領解説に記された。また、それぞれの定理の逆が成り立つかどうかを考えることも重要になってくる。

資料 6 チェバの定理の拡張を使った問題

三角形 ABC に対して、辺 AB を 10 : 3 に外分する点を R、辺 AC を 5 : 1 に外分する点を Q とする。ここで辺 BQ と辺 CR との交点を D として、辺 AD と辺 BC の交点を P とする。このとき、三角形 ABP と三角形 ACP の面積比を求めよ。



資料 6 は、チェバの定理の拡張を使った問題である。現行の学習指導要領ではあまり取り扱っていない問題である。

また、同様の図形を用いて、「チェバの定理の逆」を使った問題として、以下の問題（資料 7）を挙げる。

資料 7 「チェバの定理の逆」を使った問題

三角形 ABC に対して、辺 BC を 3 : 2 に内分する点を P、辺 AC を 5 : 1 に外分する点を Q、辺 AB を 10 : 3 に外分する点を R とする。このとき、直線 AP、BQ、CR が 1 点で交わることを示せ。

資料 7 のように、3 直線が 1 点で交わるという証明の問題が教科書、問題集には掲載されるだろうが、ここでは別の表現とした問題を紹介しておく。

それは、「このとき～」以下の文章を「ここで辺 BQ と辺 CR との交点を D とするとき、3 点 A、P、D が一直線上にあることを示せ。」とする。

出題の意図としては、一直線上の証明はメネラウスの定理の逆でよく出る表現なので、図形を見て、チェバの定理の逆を使うと正しく判断できているか、という点を目的とした。

(2) 場合の数と確率

新学習指導要領では、数学 B で取り扱われていた期待値が数学 A で取り扱われることとなる。その内容が追加されるとともに、思考力、判断力、表現力等に関する記述が追加されている。

- ア 次のような知識及び技能を身に付けること。
- イ 次のような思考力、判断力、表現力等を身に付けること。
- エ 次のような知識及び技能を身に付けること。
 - (ウ) 確率の意味や基本的な法則についての理解を深め、それらを用いて事象の確率や期待値を求めること。
 - (エ) 事象の構造などに着目し、場合の数を求める方法を多面的に考察すること。

- (イ) 確率の性質や法則に着目し、確率を求める方法を多面的に考察すること。
- (ウ) 確率の性質などに基づいて事象の起こりやすさを判断したり、期待値を意思決定に活用したりすること。

イ(ウ)にあるように、期待値が数学Aで取り扱われるようになったのは、日常の事象や社会の事象などを数学的に解釈し、意思決定を行うことが求められているからだと考えられる。イ(ウ)を意識した問題として、次の問題(資料8)を紹介する。

資料8 イ(ウ)を意識した問題

A, Bの2種類の宝くじがある。Aは、1本200円のくじが100本、Bは1本300円のくじが200本あり、賞金は下の表のように決まっている。くじを1本引くとき、どちらのくじを引けばより得を考えると考えられるか。

くじA

	1等	2等	3等	はずれ
賞金	600円	300円	100円	0円
本数	10本	20本	30本	40本

くじB

	1等	2等	3等	はずれ
賞金	1000円	500円	200円	0円
本数	15本	35本	50本	100本

このように選択肢がいくつかあるような場合は、それぞれの事象を数学的に解釈して、期待値を意思決定に用いることが必要となってくる。これからの社会では、与えられた情報を適切に処理し、正しい判断を行うことも求められてくるため、身に付けた知識や技能を活用していくことがより重要となってくる。

(3) 数学と人間の活動

学習指導要領解説によると、「従前の『数学活用』の趣旨をいかし」や「整数の約数や倍数、ユークリッドの互除法や二進法を扱う。」と示されている。

例えば、整数や二進数に興味を持たせる題材として、 $1 + 1$ を計算する問題を考えたとき、条件によってその答えは何通りもある。合同式の計算であれば「 $1 + 1 = 0 \pmod{2}$ 」である。また、1(真)か0(偽)の入力値に対して論理和(OR)を考える論理演算では「 $1 + 1 = 1$ 」である。二進数の加法では「 $1 + 1 = 10$ 」といったように、様々な角度から物事を考察することで、当たり前

だと思っている計算にも数学の奥深さや面白さを感じることができる。

学習指導要領解説で何度も紹介されるコンピュータと数学は2進数でつながっており、コンピュータの世界ではデータを0と1だけで表された形に置き換えられる。また、暗号化の分野では、桁数の大きな素数を求める困難性を利用した暗号化のRSA暗号など、数学との関わりは非常に大きい。

普段計算している式変形の多くは元に戻せるが、暗号化の中には復号化に相当する処理が存在しないハッシュ関数のようなものもある。保存してあるパスワードを元に戻せなくても、入力されたパスワードが暗号化されている文字列と一致するかを確認すればよいので、パスワードを誰が見ても分かる形で保存する必要がなく、利用価値があることなど、様々な形で数学が利用されていることに触れても面白い。

資料9 問題「数学と人間の活動」

以下の手順で思い浮かべた数字を言い当てる。なぜ言い当てられるのか、2進数を用いて説明せよ。

- 誕生日(0から31までの整数)を頭の中に思い浮かべる。
- その数字が以下の表A~Eの中にあるか「はい」「いいえ」で答えてもらう。

16	22	18	24
31	27	20	30
25	29	23	19
21	17	26	28

表A

8	25	29	11
31	9	24	15
10	27	14	28
30	12	26	13

表B

4	21	29	14
15	28	31	6
30	23	20	12
7	13	5	22

表C

2	15	27	3
30	26	19	10
22	31	6	14
11	7	18	23

表D

1	23	13	7
19	5	29	17
31	27	21	9
25	11	3	15

表E

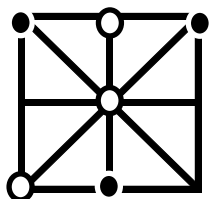
例) Aから順に「はい」「いいえ」「はい」「はい」「いいえ」のとき

$$10110(2) = 22(10)$$

と分かる。

学習指導要領解説では数理的なゲームやパズルとして、資料10のような各地域の三目並べなどが紹介されている。グループで必勝法などを考える中で、自分の考えを伝え、相手の意見を聞き取り入れるなど、論理的に考えることの楽しさやよさを認識する中で主体性や対話的な活動を取り入れられる。

資料10 タパタン (フィリピン)



- ・それぞれが3つのコマを持つ。
- ・順に、好きな格子にコマを置く。
- ・置き終わったら、順に、自分のコマを、線で結ばれた隣の格子点に動かす。ただし、コマのある格子点には動かせない。
- ・自分のコマを一直線上に並べた方が勝ち。

6 おわりに

新学習指導要領では、必要となる取組や授業の在り方など、教育現場に求められていることが多くあることを強く感じた。今回の改訂で明確化された育成を目指す資質・能力の3つの柱は、「見方・考え方」と相互に支え合ったり、高め合ったりする関係にある。また、資質・能力の3つめの柱である「学びに向かう力・人間性等」については、数学のよさや数学的に考えることの楽しみを生徒が味わえるようにすることが大切であるとされている。今回の数学I・Aの研究では、各単元についての改訂のポイントについて行ったが、その中で「数学のよさ」を感じることができる問題についても研究を行った。来年度より実施される大学入試共通テストも含めて、生徒たちに授業の中で「数学のよさ」を実感させることができるように、今後とも研究を継続していきたいと考えている。

(参考文献)

- ・文部科学省ホームページ
『高等学校学習指導要領解説数学編（平成21年11月）』
『高等学校学習指導要領（平成30年告示）解説数学編』
- ・大学入学共通テスト平成29年度試行調査 数学I・数学A
- ・大学入学共通テスト平成30年度試行調査 数学I・数学A
- ・吉田明史編（2019）「平成30年版 学習指導要領改訂のポイント」明治図書出版