中四国の国公立大学入試問題の研究

―ＡＯ・推薦入試の問題から―

愛媛県立松山北高等学校　山田　一貴
愛媛県立 西条 高等学校　関　　聡司

１　はじめに

2016 年度入試から東京大学・京都大学が推薦入試を導入し、国公立大学の推薦入試は注目を集めている。

推薦入試は、文部科学省の定める大学入学者選抜実施要項に沿って行われるが、2011 年度から重要な改訂が加わった。大学入学者の基本方針では、「学力の要素の適切な把握」が示され、受入方針の明確化や具体的な学力把握措置が規定された。特に推薦入試への影響が注目されるのは、従来の「原則として学力検査を免除」から学力検査容認へ大きく転換したことである。

ＡＯ入試に関しては、推薦・一般入試にはなかった、新しい人材発掘の理念と戦略を備えている。その傾向は、愛媛大の「スーパーサイエンス特別コース」、高知大の「土佐さきがけプログラム」、九州大の「21 世紀プログラム」など、ＡＯ入試に特別なプログラムが組み込まれていることでも明らかである。一方、推薦入試と同様に、学力の重要な要素を適切に把握することが求められるようになり、センター試験併用型の試験が増加し続けている。

今年度入試での形態別の学校数では、国立大学 82 校中、推薦入試実施校が 77 校、ＡＯ入試実施校が 47 校、公立大学 84 校中、推薦入試実施校が 82 校、ＡＯ入試実施校が 23 校、にのぼる。入学者比率を見てみると、国立大の全入学者約 10 万人のうち、推薦＋ＡＯ入学者は約 15％の約 1 万 5 千人、公立大学約 3 万人のうち、推薦＋ＡＯ入学者は約 26％の 7 千 9 百人を占めている。ＡＯ入試に関しては、国公立大学の総定員約 3 千人に対して、志願者数は約 1 万 1 千人を超えている。

国公立大の推薦入試では、全般的に評価方法がきっちり明示されているため、それを活用して準備を進めたい。また、ＡＯ入試ではアドミッションポリシーや求める学生像をよく理解し、その適合度を測る必要がある。

これから、出題問題の中から、昨年度の中四国の国公立大学のＡＯ・推薦入試で実際に出題された数学の問題を取り上げてみる。

２　平成 27 年度四国の国公立大学推薦入試問題から（抜粋）

以下に推薦入試における教科面接の質問内容を紹介する。

愛媛大学　工学部　機械工学科

・$4x^2-11xy+6y^2$ を因数分解せよ。

・$\sin\theta+\cos\theta=\dfrac{1}{3}$ のときの $\sin\theta\cos\theta$ の値を求めよ。

・$0\leqq\theta\leqq2\pi$ のときの $\dfrac{1}{2}\leqq\cos\theta\leqq\dfrac{1}{\sqrt{2}}$ を満たす θ の値の範囲を求めよ。

・2，$\log_4 9$，$\log_2 5$ の大小関係を調べよ。

愛媛大学　工学部　環境建設工学科

・周囲の長さが 36cm の長方形の面積の最大値を求めよ。

・2 次方程式 $x^2-(k-2)x+16=0$ が重解をもつとき、k の値と、その重解を求めよ。

徳島大学　工学部　知能情報工学科

・$y=\sin2\theta$，$y=\cos\left(\theta-\dfrac{\pi}{4}\right)$ のグラフをかけ。

・2^8，$256^{\frac{1}{4}}$，$\log_2\dfrac{1}{256}$，$\log_{10}\sqrt{0.1}$ の値を求めよ。

・$\displaystyle\lim_{x\to0}\frac{e^x-1}{x}$，$\displaystyle\lim_{n\to\infty}\left(\sqrt{n+1}-\sqrt{n-1}\right)$ の値を求めよ。

３　平成 27 年度四国の国公立大学ＡＯ・推薦入試問題から

愛媛大学　理学部　数学総合　AO 入試

【第１問】

次の $\boxed{}$ に入る数を，解答用紙の指定のところに記入せよ。

(1)　i を虚数単位とする。z は実部が負で虚部が 1 の複素数であり，$\dfrac{iz+4}{z+2}$ は実数とする。このとき，$z=\boxed{\text{ア}}$ である。

(2)　216 以下の自然数のうち，216 と互いに素な数は全部で $\boxed{\text{イ}}$ 個ある。

(3)　赤球 2 個，緑球 2 個，青球 2 個の合計 6 個の球が入った袋から，3 人が順に 2 個ずつ球を取り出す。自分の取り出した 2 個の球が同じ色であれば当たり，そうでなければはずれとする。このとき，3 人とも当たりとなる確率は $\boxed{\text{ウ}}$ であり，3 人ともはずれとなる確率は $\boxed{\text{エ}}$ である。ただし，取り出した球は袋に戻さないものとする。

(4)　点$(-3,\ 0)$から楕円 $4x^2+5y^2=20$ に引いた接線で，傾きが正であるものの方程式は $y=\boxed{\text{オ}}x+\boxed{\text{カ}}$ である。

(5)　数列$\{a_n\}$の初項から第n項までの和$S_n=\sum_{k=1}^{n}a_k$が

$$S_n=2a_n-n+\frac{1}{3}\quad(n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$$

で与えられるとき，$a_1=\boxed{\text{キ}}$であり，

$\lim_{n\to\infty}\frac{a_n}{2^n}=\boxed{\text{ク}}$である。

(6)　関数$f(x)$は導関数$f'(x)=\frac{1}{x^2+1}$をもち，$f(1)=1$であるとする。このとき，$\int_0^1 xf'(x)dx=\boxed{\text{ケ}}$であり

$\int_0^1 f(x)dx=\boxed{\text{コ}}$である。

【第２問】

次の命題の真偽を判定し，解答用紙に書かれた真または偽のいずれか一方の文字に○を付けよ。さらに，真ならば証明し，偽ならば反例をあげよ。

(1)　nが自然数のとき，$n(n+1)(n+2)$は6で割り切れる。

(2)　aを実数とする。不等式$x+ay>0$が条件$x\geqq y>0$を満たすすべての実数x，yについて成り立つならば，$a\geqq 0$である。

(3)　数列$\{a_n\}$，$\{b_n\}$がともに発散するならば，$c_n=a_nb_n\ (n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$で定義される数列$\{c_n\}$も発散する。

(4)　a，bを実数とする。方程式$x^3+ax+b=0$が虚数解をもつならば，それと共役な複素数もこの方程式の解となる。

【第３問】

$\triangle$ABCにおいて，BC $=a$，CA $=b$，AB $=c$とし，∠Aの大きさをAとする。このとき

$$a^2=b^2+c^2-2bc\cos A$$

が成り立つことを示せ。ただし，∠Aは鋭角とする。

【第４問】

関数$f(x)=\cos x+x\sin x+k$について，次の問いに答えよ。ただし，kは実数の定数とする。

(1)　閉区間$[0,\ \pi]$において，$f(x)$の増減を調べよ。

(2)　方程式$f(x)=0$が開区間$(0,\ \pi)$でただ1つの解をもつとき，定数kの満たすべき条件を求めよ。

(3)　不定積分$\int f(x)dx$を求めよ。

(4)　方程式$f(x)=0$は開区間$(0,\ \pi)$でただ1つの解をもつとし，その解をaとする。さらに，$\int_0^a f(x)\,dx=\sin a$が成り立つとする。このとき，kの値を求めよ。

高知大学　医学部医学科　AO入試総合問題

【第１問】

数列$\{a_n\}$は次を満たしている。

$$a_1=2,\ a_n=\frac{1}{n}+\left(1-\frac{1}{n}\right)a_{n-1}\ (n=2,\ 3,\ \cdots)$$

このとき，次の設問に答えなさい。

(1)　$b_n=na_n$とおくとき，数列$\{b_n\}$の一般項を求めなさい。

(2)　数列$\{a_n\}$の一般項を求めなさい。

(3)　$\sum_{k=1}^{n}k^2a_k$を求めなさい。

【第２問】

実数aに対し，関数

$$f(x)=|a|\cdot x^2-(a\cdot|a|+1)x+a$$

を考える。関数$y=f(x)$のグラフがx軸と異なる2つの共有点を持つとする。このとき，次の設問に答えなさい。

(1)　aが満たすべき条件を求めなさい。

(2)　曲線$y=f(x)$とx軸とで囲まれた部分の面積を求めなさい。

(3)　aを負の整数とするとき，(2)で求めた面積が$-\frac{4}{3a}$となるaを求めなさい。

【第３問】

$0\leqq\theta<\pi$とする。このとき，次の設問に答えなさい。

(1)　$\cos 4\theta$を$\cos\theta$を用いて表しなさい。

(2)　$\cos 4\theta=0$を満たすθの値をすべて求めなさい。

(3)　(2)で求めたθに対して，$\cos\theta$の値をそれぞれ求めなさい。

高知大学　理学部　数学分野　推薦入試

【第１問】

次の文章を読んで，以下の問いに答えよ。

関数$y=f(x)=x^2-2$と実数$a_1=2$に対して次の操作を考えてみよう。

$y=f(x)$のグラフ上の点$(a_1,\ f(a_1))$における接線とx軸との交点のx座標をa_2とする。さらにこのa_2に対して，$y=f(x)$上の点$(a_2,\ f(a_2))$における接線とx軸との交点のx座標をa_3とする。同様の操作を繰り返してできる数列を$\{a_n\}$とする。

このとき，数列$\{a_n\}$はどのような振る舞いをするだろうか。

上に書かれた操作に従って計算すると，$a_1=2>0$であるから，$a_n>0$がすぐに導かれる。

a_{n-1}とa_nの間の関係は，

$$a_n=\frac{1}{2}\left(a_{n-1}+\frac{2}{a_{n-1}}\right)\ (n=2,\ 3,\ 4,\ \cdots) \qquad ①$$

となる。

そこで，漸化式の右辺の括弧の中に，相加・相乗平均の不等式を適用すると，$a_n\geqq\sqrt{2}$が得られる。さらに，不等式

$$a_n-\sqrt{2}\leqq\frac{1}{2}\left(a_{n-1}-\sqrt{2}\right) \qquad ②$$

が成り立つことが証明できる。

また，この不等式を用いると，$a_n-\sqrt{2}$はnが大きくなるにつれて，だんだん0に近づくこと，すなわち，a_nが$\sqrt{2}$に近づくことがわかる。

(1)　文章の最初で説明された操作を行い，a_3まで求める過程を座標平面に図示せよ。

(2)　文章中の漸化式①を証明せよ。

(3)　文章中の漸化式②を証明せよ。

(4)　$a_n-\sqrt{2}<\dfrac{1}{10^{10}}$を満たす$n$をひとつ挙げよ。必要ならば，$\log_{10}2>0.3$であることを用いてもよい。

【第２問】

次の文章を読んで，以下の問いに答えよ。

2次方程式に関連した話題をみていこう。ただし，2次方程式の係数は実数とし，その解は複素数も含めて考えるものとする。

実数Aに対し，

2次方程式 $x^2=A$ の解は $x=\pm\sqrt{A}$　　(P)

である。この性質を使って一般の2次方程式の解の公式を導くことを考える。実数$a,\ b,\ c$ に対して$f(x)=ax^2+bx+c$とおく。ただし，$a\neq0$とする。方程式$f(x)=0$の解は

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a} \qquad (\mathrm{S})$$

であった。

これを導くには<u>$f(x)=0$の左辺を平方完成させ，上の性質(P) を使えばよかった。</u>(ア)

xに関する2次方程式$f(x)=0$からスタートして，別の方程式を考えてみる。

まず実数θに対して$x=\cos\theta$とおき，θに関する方程式$f(\cos\theta)=0$を考えてみよう。これは$f(x)=0$の実数解のうち，$|x|\leqq1$なるxからすべて求めることができる。つまり$f(x)=0$かつ$|x|\leqq1$を満たす実数xに対して，$x=\cos\theta$を満たすθを求めればよいのである。

次に2次方程式から得られる特殊な（つまり1次と3次の項が現れない）4次方程式$f(x^2)=0$を考えてみよう。この方程式は実数解を持つ場合もあれば持たない場合もあるが，<u>一般に$f(x)=0$が実数解を持たなければ$f(x^2)=0$は実数解を持たない。</u>(イ) 最後に，上と同様に実数θに関する方程式$f(\cos^2\theta)=0$を考えると，$f(x^2)=0$の実数解xでやはり$|x|\leqq1$なるxからすべて求めることができる。

(1)　下線部(ア)の方針に従って，2次方程式の解の公式(S)を導け。

(2)　$f(x)=4x^2+4x-3$に対して，$f(\cos\theta)=0$の満たす実数θを求めよ。

(3)　下線部(イ)を示せ。

(4)　下線部(イ)に関連して，xに関する2次方程式$f(x)=0$は実数解を持つが$f(x^2)=0$は実数解を持たないような具体的な例$f(x)$を挙げよ。

(5)　$f(x)=8x^2-2x-3$に対して，$f(\cos^2\theta)=0$を満たす実数θを求めよ。

高知大学　教育学部学校教員養成課程　推薦入試総合問題

【第５問】

次の問いに答えなさい。

(1)　756の正の約数の個数を求めなさい。

(2)　3で割ると2余り，5で割ると1余るような自然数のうち，2桁の最大のものを求めなさい。

(3)　$11n+1$と$7n+3$の最大公約数が13となるような100以下の自然数nをすべて求めなさい。

【第６問】

2次関数$y=ax^2-2ax+b$　$(0\leqq x\leqq3)$において，最大値が9で最小値が1であるという。このとき，定数$a,\ b$の値を求めなさい。

【第７問】

A，B，C，D，E，Fの6人が1列に並ぶとき，次の問いに答えなさい。

(1)　AとBが隣り合う並び方は全部で何通りありますか。

(2)　AとBが両端にくるような並び方は全部で何通りありますか。

(3)　A，B，Cの3人が隣り合わないような並び方は何通りありますか。

【第８問】

三角形ABCにおいてはBC＝3とし，辺BCを2：1に内分する点をDとする。AD＝$2\sqrt{2}$，∠ADC＝45°のとき，次の問いに答えなさい。

(1)　辺ABの長さを求めなさい。

(2)　辺ACの長さを求めなさい。

(3)　$\sin C$の値を求めなさい。

(4)　三角形ABCの外接円の半径を求めなさい。

高知工科大学　経済・マネジメント学群　ＡＯ入試

【第１問】

次の各問に答えよ。

(1)　$1012 \times 1012 - 988 \times 988$ を計算せよ。

(2)　$\sqrt{13}$ を小数表示した際の小数点以下第 1 位の数字を求めよ。

(3)　77778×77779 を 7 で割った余りを求めよ。

(4)　20 から 40 までの整数の和を求めよ。

(5)　$\left(\sqrt{2}\right)^{x+2} = 16$ をみたす x を求めよ。

(6)　2 次方程式 $6x^2 + x - 2 = 0$ を解け。

(7)　3 辺の長さが 3，4，x の直角三角形がある。x の取り得る値をすべて求めよ。

(8)　$\boxed{1}$，$\boxed{2}$，$\boxed{3}$ と書かれたカードがそれぞれ 4 枚，3 枚，2 枚ずつ，計 9 枚ある。その中から 4 枚取り出して一列に並べてできる 4 桁の整数はいくつあるか。

(9)　$\tan\dfrac{8\pi}{3}$ の値を求めよ。

(10)　$\displaystyle\lim_{x \to 0}\frac{1 - \cos x + \sin^2 x}{x^2}$ を求めよ。

(11)　曲線 $y = \sqrt{x^2 + 5}$ 上の点 $(2,\ 3)$ における接線の方程式を求めよ。

(12)　関数 $f(x) = \dfrac{\log x}{x^2}$ の極値を求めよ。

【第２問】

以下の各問に答えよ。

(1)　実数 a について「a は有理数である」ことの定義を書け。

(2)　「$\sqrt{2}$ は無理数である」ことの証明をせよ。

(3)　「$\sqrt{3} + \sqrt{2}$ と $\sqrt{3} - \sqrt{2}$ の少なくとも一方は無理数である」ことを証明せよ。

(4)　「$\sqrt{3} + \sqrt{2}$ と $\sqrt{3} - \sqrt{2}$ がともに無理数である」ことは成り立つか。もし成り立つのであれば，そのことを証明せよ。もし成り立たなければ「$\sqrt{3} + \sqrt{2}$ と $\sqrt{3} - \sqrt{2}$ の少なくとも一方は有理数である」ことを証明せよ。

【第３問】

∠A が直角である直角二等辺三角形 ABC の頂点 A を通り BC に平行な直線 l を引き，$_{(ア)}$ l 上に点 D を次のようにとる。線分 BD と線分 AC は共有点 E をもち，BD = BC とする。このとき CD = CE であることを示す次の証明を読み，後の設問に答えよ。

［証明］　点 C を通り DE に垂直な直線と DE との交点を H とする。CD = CE を証明するには，H が DE の中点であること，すなわち $_{(イ)}$ DE = EH であることを示せばよい。よって以下では

$$\mathrm{DE} = 2\mathrm{EH}\quad \cdots ①$$

を示す。

$_{(ウ)}$ △AEB と△HEC は相似だから AE･EC = EB･HE が成り立つ。よって

$$2\mathrm{AE}\cdot\mathrm{EC} = 2\mathrm{BE}\cdot\mathrm{EH} = \mathrm{BE}\cdot 2\mathrm{EH}\quad \cdots ②$$

が成り立つ。ここで，①が成り立つと仮定すると，①を②に代入して

$$2\mathrm{AE}\cdot\mathrm{EC} = \mathrm{BE}\cdot\mathrm{DE}\quad \cdots ③$$

が成り立つ。逆に $_{(エ)}$ ③が成り立つと仮定すると，②を用いて①を示すことができる。従って，②の下では①と③は同値なので，①の代わりに③を示すことにする。

△AED と△CEB は相似だから

$$\frac{\mathrm{AE}}{\mathrm{DE}} = \frac{\mathrm{EC}}{\mathrm{BE}} = \frac{\mathrm{AC}}{\mathrm{BD}}\quad \cdots ④$$

よって

$$\frac{\mathrm{AE}}{\mathrm{BE}}\cdot\frac{\mathrm{EC}}{\mathrm{DE}} = \left(\frac{\mathrm{AC}}{\mathrm{BD}}\right)^2\quad \cdots ⑤$$

が成り立つ。ここで，△ABC が直角二等辺三角形なので BC = $\sqrt{2}$AC であり，さらに BD = BC の条件を用いると

$$\mathrm{BD} = \sqrt{2}\mathrm{AC}\quad \cdots ⑥$$

である。

⑥より，⑤の右辺は $\dfrac{1}{2}$ に等しいので $\dfrac{\mathrm{AE}\cdot\mathrm{EC}}{\mathrm{BE}\cdot\mathrm{DE}} = \dfrac{1}{2}$

となる。よって

$$2\mathrm{AE}\cdot\mathrm{EC} = \mathrm{BE}\cdot\mathrm{DE}$$

すなわち③が示された。（証明終）

［設問］

(1)　下線部（イ）において，DH = EH であることを示せたとすると，なぜ CD = CE が示せるのか。「合同」という用語を用いて説明せよ。

(2)　下線部（ウ）において，△AEB と△HEB は相似であることを証明せよ。また相似性から AE･EC = EB･HE が成り立つことを証明せよ。

(3)　下線部（エ）において，③が成り立つとすると①が成り立つことを証明せよ。

(4)　④を証明せよ。

(5)　点 D が直線 l 上にあるという下線部（ア）の条件は，証明中でどのように使われているか説明せよ。

4　まとめ

ＡＯ入試と推薦入試の問題の筆記試験・教科面接の問題の一部を紹介した。教科面接においては、問題の難易度は高くないものの、生徒自身の表現力が問われるのではないかと思われる。入試に限らず、新教育課程における言語活動の充実を図るためにも、普段の授業の中から表現力を身に付けさせていきたい。

筆記試験においては、数学的な見方や考え方を問われる問題に加え、基礎・基本が問われる問題や、読解力を問われる問題が出題される傾向にある。問題文を読んで流れをしっかりとつかみ、正しい推論をしていく力やその考えを式や図で表現できる力を身に付けていくことが求められる。また、定義や定理をきちんと理解し、説明できるような力も必要である。普段から教科書に書かれてあることをきちんと読み、理解を深めたり、疑問を持ったりする探求心を持つことが大事であると思われる。

センター試験を使わないＡＯ・推薦入試では、試験日が９月から１１月にあるため、それまでに十分な学力を身に付けなければならない。当然、一般入試に向けた学習も平行して行わなければならないので、生徒の状況に応じて受験をさせるべきか判断していかなければならない。ＡＯ・推薦入試も頭に入れながら、国公立大学の受験を考えていくことが３年生の担任には求められていくが、安易に受験機会を増やす手段として考えていくことは危険であると思われる。

５　平成２７年度中国地方の国公立大学ＡＯ入試問題

広島大学　理学部　数学科　筆記試験問題

［１］　以下の問いに答えよ。

(1)　a は有理数であるとする。このとき，$\cos x = 1$ かつ $\cos ax = 1$ を満たす実数 x は無限にあることを証明せよ。

(2)　a は無理数であるとする。このとき，$\cos x = 1$ かつ $\cos ax = 1$ を満たす実数 x は 0 のみであることを証明せよ。

(3)　恒等式

$$\cos\alpha - \cos\beta = -2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\sin\frac{\alpha-\beta}{2}$$

を用いて，$0 \leqq x \leqq 20\pi$ の範囲で

$$\cos x = \cos\sqrt{2}x$$

を満たす実数 x の個数を求めよ。

［２］　関数

$$f(x) = \frac{2}{1-x^2}$$

を考える。以下の問いに答えよ。

(1)　曲線

$$C : y = f(x) \quad (-1 < x < 1)$$

の接線で，点 $\mathrm{P}(0,-4)$ を通るものがちょうど２本あることを証明せよ。

(2)　点 $\mathrm{P}(0,-4)$ から(1)の曲線 C に引いた２本の接線の接点を $\mathrm{Q}(\alpha, f(\alpha))$ および $\mathrm{R}(\beta, f(\beta))$（ただし $\alpha < \beta$）とする。線分 RP，線分 PQ および曲線 $y = f(x)\ (\alpha \leqq x \leqq \beta)$ で囲まれた図形の面積を求めよ。

［３］　区間 $0 \leqq x \leqq 1$ で定義された連続な関数 $f(x)$ は次の条件を満たすとする。

（ⅰ）区間 $0 < x < 1$ において $f(x)$ は微分可能であり $f'(x) > 0$ である。

（ⅱ）$f(0) = 0$

（ⅲ）$f(1) > 1$

正の整数 n に対して，区間 $0 < x < 1$ で定義された関数

$$g_n(x) = f(x)(\log f(x))^{2n}$$

を考える。以下の問いに答えよ。

(1)　関数 $g_n(x)$ はただ１つの極大値とただ１つの極小値をもつことを証明し，極大値 A_n と極小値 B_n を求めよ。

(2)　(1)で定めた A_n に対し，$\displaystyle\lim_{n\to\infty}\frac{A_{n+1}}{n^2 A_n}$ を求めよ。

［４］　平面上の四角形 OABC は

$$\mathrm{OA} = \mathrm{OC} = 1,\quad \overrightarrow{\mathrm{OB}} = 2\overrightarrow{\mathrm{OA}} + 3\overrightarrow{\mathrm{OC}}$$

を満たすとする。$\vec{a} = \overrightarrow{\mathrm{OA}}$，$\vec{c} = \overrightarrow{\mathrm{OC}}$ とおき，内積 $\vec{a}\cdot\vec{c}$ の値を γ とする。以下の問いに答えよ。

(1)　AB と BC を γ を用いて表せ。

(2)　四角形 OABC がある円 P に内接しているとき，γ を求めよ。

(3) (2)のとき，円 P の半径を求めよ。

［５］　A，B，C，Dの４チームで，次のようなトーナメント方式で試合を行う。まず４チームを２チームずつに分け，それぞれで１回戦を行う。そして１回戦の各試合の勝者同士で決勝戦を行い，決勝戦の勝者を優勝とする。各対戦においてそれぞれのチームが勝つ確率は，以下の表のようになっているとする。

		A	B	C	D
対戦相手	A	—	0.5	0.5	0.5
	B	0.5	—	0.7	0.2
	C	0.5	0.3	—	0.6
	D	0.5	0.8	0.4	—

たとえば，BがA，C，Dに勝つ確率は，それぞれ 0.5, 0.3，0.8 である。トーナメントの組合せは以下の３通りがある。

（Ⅰ） １回戦でAとB，CとDがそれぞれ対戦する。
（Ⅱ） １回戦でAとC，BとDがそれぞれ対戦する。
（Ⅲ） １回戦でAとD，BとCがそれぞれ対戦する。

以下の問いに答えよ。

(1) トーナメントの組合せが(Ⅰ)であるとき，A，B，C，Dの各チームの優勝する確率を求めよ。
(2) Dが優勝する確率が他のどの３チームよりも高くなるトーナメントの組合せはあるか。
(3) 優勝したチームには３点，１回戦で勝って決勝戦で負けたチームには２点，１回戦で負けたチームには１点，という得点をつける。トーナメントの組合せが(Ⅲ)であるとき，Cの得点が k 点となる確率を P_k とする。このとき，

$$\sum_{k=1}^{3} kP_k$$

の値を求めよ。

広島大学　理学部　物理科学科　筆記試験問題（総合評価方式Ⅰ型）（抜粋）

［１］ 次の問いに答えよ。各解答にはその導き方も書くこと。

問１．次の数字を小さいものから順に並べよ。

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{-1},\ \left(\frac{1}{2}\right)^{2},\ 2^{-1},\ 2^{\frac{1}{2}},\ 1$$

問２．$x^2+\dfrac{1}{x^2}=3$，$0<x<1$ を満たすとき，$x+\dfrac{1}{x}$ の値を求めよ。

問３．関数 $y=x^3+3x^2+3x$ について，$-2<x<2$ の範囲でグラフを描け。

問４．$0<\theta<\dfrac{\pi}{2}$ に対して $\sin 2\theta=\cos 3\theta$ を満たすとき，$\sin\theta$ を求めよ。ただし，以下の公式を用いてよい。

$$\sin(a+b)=\sin a\cos b+\cos a\sin b$$
$$\cos(a+b)=\cos a\cos b-\sin a\sin b$$

問５．n を自然数 $(n=1, 2, \ldots)$ とするとき，次の積分の値を求めよ。

$$\int_0^1 x^2(1-x)^n\,dx$$

広島大学　工学部　第二類(電気・電子・システム・情報系)小論文問題（抜粋）

問２．本問は，下記の設問に対する解答を通して数学に関する基礎学力と論理的思考力をみる小論文の問題である。このことに留意し，以下の問いに答えよ。

(1) 曲線 $y=f(x)$ の極大値と極小値と変曲点とについて，下の枠内の語句すべてと数式およびグラフを用いて６行以内で説明せよ。

$\boxed{\text{微分，接線，符号}}$

(2) 曲線 $y=f(x)$ の極大値と極小値と変曲点とを用いて解く数学の問題を作成せよ。問題は複数の小問から構成されていても構わない。

(3) (2)で作成した問題に対する模範解答を示せ。

６　平成２７年度中国地方の国公立大学推薦入試問題

岡山大学　環境理工学部　環境数理学科　小論文（抜粋）

第１問

区間 $[0,\pi]$ で定義された２つの連続関数 $f(x)$ と $g(x)$ の「違い」の尺度として，$M(f,g)$ を次の式で定める。

$$M(f,g)=\int_0^{\pi}\{f(x)-g(x)\}^2dx$$

ここで，$M(f,g)$ は２つの関数 $f(x)$，$g(x)$ に応じて定まる量であることから，これらの関数を表す２つの文字 f，g を用いて $M(f,g)$ と書いている。以下の問いに答えなさい。

問１　$f(x)$，$g(x)$ が区間 $[0,\pi]$ で連続であるとする。$M(f,g)=0$ となるための必要十分条件が，区間 $[0,\pi]$ のすべての x に対して，$f(x)=g(x)$ であることの理由を説明しなさい。ただし，連続関数 $h(x)$ が区間 $[0,\pi]$ のすべての x に対し $h(x)\geqq 0$ をみたし，更に

$$\int_0^{\pi}h(x)dx=0$$

が成り立つならば，区間 $[0,\pi]$ において恒等的に $h(x)=0$ となることは，証明無しに用いてよい。

問２　a を実数とする。$f(x)=a$，$g(x)=\sin x$ に対して，$M(f,g)$ を a を用いて表しなさい。

問３　問２で求めた $M(f,g)$ に対し，a が実数全体を動くときの最小値を求めなさい。

第２問

実数 x に対し $f(x)=\dfrac{e^{|x|}}{1+|x|}$ と定める。ただし，$e=2.71\ldots$ は自然対数の底である。以下の問いに答えなさい。

問１　$x\geqq 2$ のとき，$e^x>x(1+x)$ であることを示しなさい。

問２　関数 $f(x)$ の増減を調べ，xy 平面において関数 $y=f(x)$ のグラフと直線 $y=k$ が何個の共有点を持つか論じなさい。ただし，k は実数の定数とする。

島根大学　総合理工学部　数理・情報システム学科　数理系コース　小論文

問題１　d を 754 と 2366 の最大公約数とする。次の問いに答えよ。

(1)　d を求めよ。

(2)　不定方程式 $754x+2366y=d$ を満たす整数 x，y の組を１つ求めよ。

(3)　不定方程式 $754x+2366y=\dfrac{d}{2}$ を満たす整数 x，y の組は存在しないことを示せ。

問題２　$\triangle\mathrm{OAB}$ において，次の式を満たす点 P の存在範囲を求めよ。

$$\overrightarrow{\mathrm{OP}}=s\overrightarrow{\mathrm{OA}}+t\overrightarrow{\mathrm{OB}},$$
$$1\leqq 2s+t\leqq 3,\ s\geqq 0,\ t\geqq 0$$

問題３　次の問いに答えよ。

(1)　関数 $f(x)=2x^2\log x-x^2$ の増減と凹凸を調べ，グラフの概形を描け。ただし，$\lim\limits_{x\to+0}x\log x=0$ であることは用いてよい。

(2)　点 (e,e^2) における曲線 $y=f(x)$ の接線 ℓ の方程式を求めよ。

⑶ 曲線 $y = f(x)$ と直線 ℓ，および x 軸で囲まれた図形の面積を求めよ。

問題４　次の問いに答えよ。

⑴ 関数 $g(x) = \sqrt{x}$ を定義にしたがって微分せよ。

関数 $f(x)$ は $f(x+y) = f(x)f(y)$（x，y は任意の実数)を満たし，かつ定数でないとする。以下，関数 $f(x)$ についての問いに答えよ。

⑵ $f(0)$ の値を求めよ。

⑶ 任意の自然数 n に対して $f(nx) = f(x)^n$ であることを数学的帰納法を用いて示せ。

⑷ $f(x)$ が $x = 0$ において微分可能で $f'(0) = 1$ ならば，$f(x)$ はすべての点で微分可能で，

$$f'(x) = f(x)$$

が成り立つことを示せ。

島根大学　総合理工学部　機械・電気電子工学科　小論文（抜粋）

課題１　３次関数 $u(x) = x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$ について，以下の設問⑴～⑸に答えよ。ただし，a_2，a_1 および a_0 は定数である。また，答はなるべく簡潔に示すこと。

⑴ $u(x)$ を $x = y - \dfrac{a_2}{3}$ によって y に変数変換したときの関数を $u\left(y - \dfrac{a_2}{3}\right) = y^3 + b_2y^2 + b_1y + b_0$ と表す。係数 b_2，b_1 および b_0 を，a_2，a_1 および a_0 を用いて表せ。

⑵ ３次関数 $v(y) = y^3 + cy + d$ を考える。ただし，c と d は定数である。ここで，$y = f + g$ とおいて，$f^3 + g^3 + d = 0$ かつ $3fg + c = 0$ のとき，$v(y)$ を求めよ。

⑶ $f^3 + g^3 + d = 0$ かつ $3fg + c = 0$ を満たす f^3 と g^3 を求め，c と d を用いて表せ。ただし，$\dfrac{d^2}{4} + \dfrac{c^3}{27} < 0$ の場合は考えなくてよい。

⑷ 設問⑴～⑶を参考にして，３次方程式 $u(x) = 0$ の解を１つ求め，a_2，b_1 および b_0 を用いて表せ。

⑸ ３次方程式 $x^3 + 3x^2 + 3x + 1.216 = 0$ の解を３つとも求めよ。ただし，$0.6^3 = 0.216$ である。

7　まとめ

ＡＯ入試と推薦入試の問題の中で数学の内容に関わるものを取り上げた。内容としては、指数関数，対数関数や三角関数を含む「関数」の内容が多く出題されていた。基本的な２次関数，３次関数から無理関数や分数関数に至るまで様々な「関数」に対応できるようにしていく必要がある。また，単に問題を解く力だけでなく，教科書に載っているような「定義」などを問う問題もあった。これらのことは確認させておく必要がある。さらに、新課程で新たに加わった単元となる整数の問題も出題されていた。今後も新課程で変化した内容にも注目をしたい。

今回の研究から，ＡＯ入試や推薦入試の問題には、全体的に大学の２次試験レベルの問題が多いようことも分かった。１１月頃の受験で２次試験レベルの力が要求されるので、十分な学力を身につけておく必要がある。また，証明させる問題，問題を作成させる問題や説明をさせる問題など自分の考えを論理的に表現できる力も必要となってくる。普段の授業や演習のときから注意して指導していく必要があると思うので、今後も授業を工夫していきたい。