平成30年度愛媛大学入試問題（数学）の研究

愛媛県立松山南高等学校　新海　孝則

1　はじめに

５月１２日（土）に松山南高等学校において，愛媛大学理学部平野幹教授より平成30年度愛媛大学数学入試問題の解説があった。実際の入試問題を利用して，本校生徒がどこでどのような間違いが生じてくるのか，誤答分析を中心に考察していきたい。

2　出題の傾向

（１）出題傾向

今年度は教育学部，農学部，工学部環境建設工学科社会デザインコースにおいて記述４題を100分で，理学部，工学部（環境建設工学科社会デザインコースを除く），医学部医学科においては記述５題を120分で，後期は記述５題を120分で解答する。

（２）出題内容

教育学部（学校教育教員養成課程中等教育コース自然科学系を除く），農学部，工学部環境建設工学科社会デザインコース

$\boxed{1}$　小問集合 (数学Ⅰ・A・Ⅱ・Bの範囲)
$\boxed{2}$　２次関数，微分法・積分法
$\boxed{4}$　空間ベクトル
$\boxed{5}$　確率漸化式

教育学部学校教育教員養成課程中等教育コース自然科学系

$\boxed{1}$　小問集合 (数学Ⅰ・A・Ⅱ・B)
$\boxed{3}$　小問集合 (数学Ⅲ)
$\boxed{4}$　空間ベクトル
$\boxed{5}$　確率漸化式

理学部，工学部（環境建設工学科社会デザインコースを除く）

$\boxed{4}$　空間ベクトル
$\boxed{5}$　確率漸化式
$\boxed{6}$　小問集合 (数学Ⅲ)
$\boxed{7}$　複素数平面
$\boxed{8}$　微分法・積分法 (数学Ⅲ)

医学部医学科

$\boxed{5}$　確率漸化式
$\boxed{6}$　小問集合 (数学Ⅲ)
$\boxed{7}$　複素数平面
$\boxed{8}$　微分法•積分法 (数学Ⅲ)
$\boxed{9}$　確率

後期

$\boxed{1}$　小問集合（穴埋め）(数学Ⅲ・B)
$\boxed{2}$　小問集合
$\boxed{3}$　数列，積分の融合
$\boxed{4}$　平面ベクトル
$\boxed{5}$　対数関数，微分法・積分法

（３）出題者の意図と採点基準の考え方

２次試験数学入試のポイント

ア基本的な事項が理解できているか。
イ基本的な計算が身についているか。
ウ応用力を身につけているか。
エ論理的に考察し，表現できるか。
の４つの観点で問題を作成している。

文系前期数学は，数学ⅠⅡAB 基礎学力の確認である。問題把握を確認したいときは，空間図形の問題を出題。思考力を調べたいときは，パターン化されていない問題を出題する傾向がある。

理系（理工系）数学ⅠⅡAB 基礎学力 ＋数学Ⅲの確認である。文系と同じく，問題把握を確認したいときは，空間図形の問題を出題。思考力を調べたいときは，パターン化されていない問題を出題する傾向がある。 大学に入学して必要となってくる複素数平面においては頻出である。

理系（医学）

高い学力と問題把握ができているかの確認である。複数の場合分けが必要な問題を出題して現場に出たときに，状況判断が適切にできることを確認するためにこのような問題を出題している。

全体に言えることだが教科書と異なる問題を出題すると正解率が下がるので受験生は暗記で解いている部分が多いのではないかと予想される。難しい問題は，一般的には解けない人数の方が多いが，答えを求めるだけの問題はセンター試験で確認しているので，２次試験では，論理的に考えて表現することができているかが採点に大きな差が応じる。

3　問題分析

本校の３年生に入試問題を解いてもらう。

３年生の文系生徒（41人）に前期$\boxed{1}$，$\boxed{2}$，$\boxed{4}$，$\boxed{5}$，理系生徒で，教育学部，農学部，工学部環境建設工学科社会デザインコースを志望の生徒（10人）は，前期$\boxed{1}$～$\boxed{5}$から選び，理学部，工学部（環境建設工学科社会デザインコースを除く）志望の生徒（25人）は前期$\boxed{4}$～$\boxed{8}$から選び解いてもらった。理数科生徒（35人）に後期$\boxed{1}$～$\boxed{5}$を解いてもらった。採点基準は公表されていないため，定期考査に準じて採点し，得点率と誤答例から分析を行った。

＜前期＞＜教育学部，農学部，工学部環境建設工学科社会デザインコース＞

$\boxed{1}$　次の問いに答えよ。

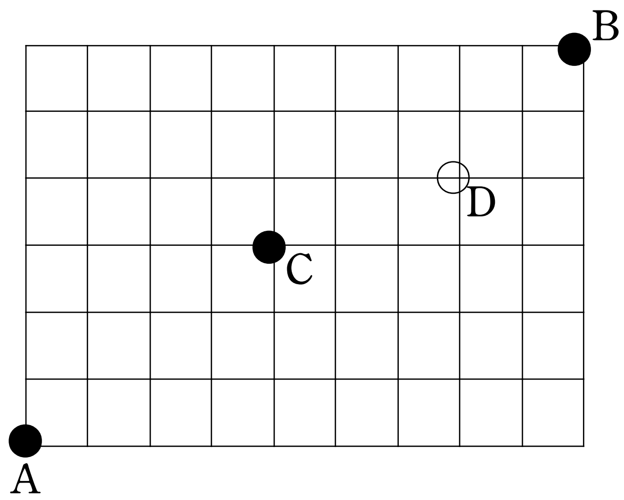
(1)　1254 と 4788 の最小公倍数を求めよ

(2)　2^{2018} の桁数と 1 の位の数字を求めよ。ただし , $\log_{10}2=0.3010$ とする。

(3)　$90^\circ<\theta<270^\circ$ で $\sin\theta=\dfrac{2}{7}$ のとき , $\cos\theta$ と $\tan\theta$ を求めよ。

(4)　2 点 $A(-2,-1)$ と $B(0,1)$ について , 線分 AB を 3:1 に外分する点を中心とし , 点 B を通る円の方程式を求めよ。

(5)　下図のように 7 本の平行な道とそれらに直交する 10 本の平行な道がある。地点 C を通るが地点 D を通らずに , 地点 A から地点 B へ行く最短経路の総数を求めよ。



問題番号	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	合計
文系 得点率	56.1	64.9	92.7	76.6	78.5	73.8
文系 標準偏差	2.0	1.3	1.3	2.1	2.0	4.5
理系 得点率	40.0	80.0	100	100	82.0	80.4
理系 標準偏差	1.9	1.6	0	0	1.7	6.7

【誤答例】

(1)　$1254=2\cdot3\cdot209$ と $4788=2^2\cdot3^2\cdot133$ の形で因数分解が終わっており ,最大公倍数を求めることができていない。

(2)　$10^{607}<2^{2018}<10^{608}$ から607桁と解答している。具体的に計算して規則性が見つけることができていない。問題文を読んでおらず , 1 の位の数字を求めていない。

(3)　2乗の計算ミス。

(4)　外分点の公式が分かっていない。

(5)　AからCの経路数とCからBまでの経路数を足しただけになっている。

【教授コメント】

基本的な問題であり , 基本的な知識で解ける。

(1) 素因数分解ができない場合の問題の解き方をユークリッドの互除法を用いて示された。

$\boxed{2}$＜教育学部，農学部，工学部環境建設工学科社会デザインコース＞

関数 $f(x)$ と $g(x)$ をそれぞれ次のように定義する。

$$g(x)=\begin{cases}0 & (|x|>1)\\ 1-x^2 & (|x|\leqq1)\end{cases}\quad,\quad f(x)=\int_x^{x+1}g(t)dt$$

次の問いに答えよ。

(1)　関数 $y=g(x)$ のグラフを描け。

(2)　$f\left(\dfrac{1}{2}\right)$ の値を求めよ。

(3)　$|x|\leqq1$ の範囲で $f(x)$ を求めよ。

(4)　$|x|\leqq1$ の範囲で $f(x)$ の最大値とそのときの x の値を求めよ。

問題番号	(1)	(2)	(3)	(4)	合計
得点率	78.7	34.1	14.4	8.8	28.3
標準偏差	1.5	2.8	2.3	0.8	5.3

【誤答例】

(1)　$x<-1$ のときのグラフが $y=0$ になっていない。

(2)　(1) のグラフを利用することなく ,

$$\int_{\frac{1}{2}}^{\frac{3}{2}}g(t)dt=\left[-\frac{1}{3}t^3+t\right]_{\frac{1}{2}}^{\frac{3}{2}}$$ の計算をしている。

(3)　場合分けをすることができず , $-1\leqq x<0$ のときの関数しか求めることができていない。

(4)　(3) と同様で , 場合分けをすることができず , $-1\leqq x<0$ のときの関数でしか最大値を考えることができていない。

【教授コメント】

絶対値 , 場合分けが苦手なので , 暗記の中でとっかかりと見つけようとしてくる。どうして 場合分けをしないといけないのかが分かっていない。正確なグラフを描く必要があり、積分区間がずれることをイメージすることができるかどうかがポイントである。

$\boxed{3}$＜教育学部学校教育教員養成課程中等教育コース自然科学系＞

曲線 $y=\sqrt{1-2x^2}\ \left(0\leqq x\leqq\dfrac{1}{\sqrt{2}}\right)$ を E とする。E 上の点 (p,q) における接線を l とし， l の方程式を $y=ax+b$ とする。ただし , $0<p<\dfrac{1}{\sqrt{2}}$ である。次の問いに答えよ。

(1)　関数 $y=\sqrt{1-2x^2}$ を微分せよ。

(2)　a,b を p を用いて表せ。

(3)　変数変換 $x=\dfrac{1}{\sqrt{2}}\sin t$ を用いて ,

$\int_0^{\frac{1}{\sqrt{2}}} \sqrt{1-2x^2}\,dx$ を求めよ。

(4)　曲線 E , 接線 l , x 軸で囲まれる図形と曲線E , 接線 l , y 軸で囲まれる図形の面積の和を $S(p)$ とする。

（ｉ）　$S(p)$ を求めよ。

（ⅱ）　$S(p)$ の最小値とそのときの p の値を求めよ。

問題番号	(1)	(2)	(3)	(4)(*i*)	(4)(*ii*)	合計
得点率	35.0	35.0	7.5	0	0	13.6
標準偏差	1.2	23.8	3.5	0	0	5.7

【誤答例】

(1)　合成関数を利用できていない。

(2)　計算ミス。

(3)　$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 t\,dt$ の計算ができていない。

(4)　未解答

【教授コメント】

基礎力であり , 非常に典型的な問題である。
図が描けるかどうかで差が生まれる問題である。

$\boxed{4}$＜教育学部，農学部，工学部，理学部＞

四面体 OABC はOA＝OC＝1 , OB＝2，∠AOB＝∠BOC＝∠AOC＝60° を満たすとする。
$0<s<1$, $0<t<1$ を満たす実数 s , t に対し , 辺 OC を s:$(1-s)$ に内分する点を P, 辺 AB を t:$(1-t)$ に内分する点を Q とする。 $\vec{a}=\overrightarrow{\mathrm{OA}}$, $\vec{b}=\overrightarrow{\mathrm{OB}}$, $\vec{c}=\overrightarrow{\mathrm{OC}}$ とおく。
次の問いに答えよ。

(1)　内積 $\vec{a}\cdot\vec{b}$, $\vec{b}\cdot\vec{c}$, $\vec{a}\cdot\vec{c}$ を求めよ。

(2)　$\overrightarrow{\mathrm{PQ}}$ を $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$, s , t を用いて表せ。

(3)　2 つのベクトル $\overrightarrow{\mathrm{PQ}}$, $\overrightarrow{\mathrm{OC}}$ が直交するとき , s を t を用いて表せ。

(4)　三角形 OQC の面積の最小値とそのときの t の値を求めよ。

問題番号	(1)	(2)	(3)	(4)	合計
文系 得点率	93.5	85.9	71.7	13.0	58.6
文系 標準偏差	1.2	1.5	2.0	2.5	5.1
理系教育学部 得点率	100	94.0	96.0	36.7	72.4
理系教育学部 標準偏差	0	0.5	0.6	4.1	7.8
理系教育学部以外 得点率	94.7	94.7	96.0	37.0	71.8
理系教育学部以外 標準偏差	1.2	0.6	0.6	3.5	6.9

【誤答例】

(1)　内積の定義を間違えている。

(2)　$\overrightarrow{\mathrm{OP}}$ の表し方を間違えている。

(3)　$\overrightarrow{\mathrm{OP}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OC}}=0$ の計算ミス。

(4)　$\left|\overrightarrow{\mathrm{PQ}}\right|^2$ の計算ミス。

【教授コメント】

基本的な問題である。まず図が描けるかどうか , 図がおかしいと次のステップにいけない。問題把握を行い , 基本的なロジックが組み立てられるかを採点者は見ている。

$\boxed{5}$＜教育学部，農学部，理学部，工学部，医学部＞

袋に赤玉が 4 個入っている。 A さんと B さんは , 次の手順 1 から手順 3 までを 1 回の操作とし , この操作を反復する。ただし , B さんの手元には白玉と赤玉がたくさんあるとする。

手順１　A さんは袋から無作為に玉を 1 取り出し , 玉の色を確認せずに , B さんにその玉をわたす。

手順２　B さんは , A さんから受け取った玉が白玉ならば赤玉に , 赤玉ならば白玉に取り換えて袋にもどす。

手順３　B さんは袋の中を確認し , すべての玉が同じ色ならば終了を宣言し , すべての操作を終了する。すべての玉の色が同じでなければ , 手順 1 にもどる。

自然数 n に対して , 操作が n 回行われ , かつ n 回目の操作後に袋の中の白玉の数が 1 個 , 2個 , 3 個である確率をそれぞれ p_n , q_n , r_n とする。次の問いに答えよ。

(1)　p_1 , q_1 , r_1および p_2 , q_2 , r_2を求めよ。

(2)　p_{n+1} , q_{n+1} , r_{n+1} を p_n , q_n , r_n を用いて表せ。

(3)　ちょうど n 回目の操作で終了する確率 S_n を求めよ。

問題番号	(1)	(2)	(3)	合計
文系 得点率	83.7	24.4	5.8	29.0
文系 標準偏差	1.7	2.5	2.5	5.2
理系教育学部 得点率	91.7	68.3	3.1	40.0
理系教育学部 標準偏差	1.2	4.1	0.9	5.3
理系教育学部以外 得点率	97.3	78.7	29.0	64.4
理系教育学部以外 標準偏差	0.4	2.3	2.7	6.3

【誤答例】

(1)　問題文の把握ができていない。

(2)　袋の中の玉の状態と p_n , q_n , r_n から p_{n+1} , q_{n+1} , r_{n+1} に移る条件を理解できてない。

(3)　n の奇数と偶数のときの場合分けができていない。

【教授コメント】

まず、ルールを正確に把握すること。奇数回では終わらないことなど思いつくことをまず考えてみる。最終的に知りたいことに着目し、辛抱強く考えさせることを訓練させることが必要。

解いた問題をもう一度解いてみると見えてくるものがちがうかもしれない。

$\boxed{6}$＜理学部，工学部（環境建設工学科社会デザインコースを除く），医学部＞

次の問いに答えよ。

(1)　関数 $f(x)=\log(\sin x)$ のグラフ $y=f(x)$ 上の点 $\left(\dfrac{3\pi}{4}, f\left(\dfrac{3\pi}{4}\right)\right)$ における接線の方程式を求めよ。

(2)　関数 $f(x)=xe^{-x^2}$ に対して, 第２次導関数 $f''(x)$ を求めよ。

(3)　定積分 $\displaystyle\int_1^2 \frac{e^x}{e^x-1}dx$ を求めよ。

(4)　条件 $|z-2-i|=1$ を満たす複素数 z に対して, $|z|$ の最小値を求めよ。ただし, i は虚数単位である。

問題番号	(1)	(2)	(3)	(4)	合計
得点率	89.6	90.4	68.0	24.8	68.2
標準偏差	1.5	1.1	2.2	2.0	6.9

【誤答例】

(1)　$f'(x)=\dfrac{1}{\sin x}$ となっている。

(2)　積の微分ができていない。

(3)　$\displaystyle\int_1^2 \frac{e^x}{e^x-1}dx=\int_1^2\left(1+\frac{1}{e^x-1}\right)dx$

$=\Big[x+\log(e^x-1)\Big]_1^2$

(4)　両辺を２乗したときに計算ミスをしている。

【教授コメント】

基本的な問題, 正確に処理すること。

$\boxed{7}$＜理学部，工学部（環境建設工学科社会デザインコースを除く），医学部＞

(1)　p, q, r, α, β は複素数で, $p \fallingdotseq q, \alpha \fallingdotseq 0$ とする。p_1, q_1, r_1 を $p_1=\alpha p+\beta, q_1=\alpha q+\beta, r_1=\alpha r+\beta$ と定義する。実数 t は $0<t<1$ を満たすとする。p, q, r が表す複素数平面上の点を, それぞれ P, Q, R とする。点 R が線分 PQ を $t:(1-t)$ に内分するとき, r_1 を p_1, q_1, t を用いて表せ。

(2)　i を虚数単位とし, h を実数とする。複素数平面において, 点 z が 4 点 $0, 1, 1+i, i$ を頂点とする四角形の周を動くとき, $w=(-2+2i)z+hi$ が表す点の描く線で囲まれた図形を D_h とする。

(ⅰ)　$-2+2i$ の絶対値と偏角を求めよ。ただし, 偏角は 0 以上 2π 未満とする。

(ⅱ)　D_0 の概形を描け。

(ⅲ)　複素数平面における図形 A を

$\mathrm{A}=\{x+yi \mid x, y\text{は実数}, -5\leqq x\leqq 5, 4\leqq y\leqq 6\}$

と定義し, A と D_h の共通部分の面積を $S(h)$ とする。ただし, 共通部分がない場合や, 共通部分が線分や点の場合は, $s(h)=0$ とする。$s(h)$ の最大値とそのときの h の値を求めよ。

問題番号	(1)	(2)(ⅰ)	(2)(ⅱ)	(2)(ⅲ)	合計
得点率	63.0	78.7	43.0	6.7	36.0
標準偏差	1.8	1.6	2.7	2.1	5.5

【誤答例】

(1)　内分点の公式が適用されていない。

(2)　$-2+2i$ の絶対値を 4, 偏角を $\dfrac{\pi}{2}$ としている。

【教授コメント】

複素数のことをしっかりと理解できていますか? という問題です。解くだけなら簡単な問題ですが D_h の記号の意味が分からず。混乱している受験者が多かったようでした。

$\boxed{8}$＜理学部，工学部（環境建設工学科社会デザインコースを除く），医学部＞

$x>0$ の範囲で関数 $f(x)$ を

$$f(x)=\int_0^{\frac{\pi}{2}}|\cos t-x\sin t|dt \text{ と定義する。}$$

また, $x>0$ の範囲で関数 $g(x)$ は

$\dfrac{\pi}{2}<g(x)<\pi, \cos g(x)=-\dfrac{x}{\sqrt{1+x^2}}, \sin g(x)=\dfrac{1}{\sqrt{1+x^2}}$ を満たすとする。このとき, 次の問いに答えよ。

(1)　$0\leqq t\leqq\dfrac{\pi}{2}, x>0$ のとき, 関係式

$\cos t-x\sin t=\sqrt{1+x^2}\sin(t+g(x))$ が成り立つことを示せ。

(2)　すべての $x>0$ に対して $f(x)$ は

$f(x)=\sqrt{1+x^2}\displaystyle\int_{g(x)}^{\frac{\pi}{2}+g(x)}|\sin s|ds$ と表せることを示せ。

(3)　$f(x)=2\sqrt{1+x^2}-1-x\ (x>0)$ を示せ。

(4)　関数 $f(x)\,(x>0)$の最小値とそのときの x の値を求めよ。

問題番号	(1)	(2)	(3)	(4)	合計
得点率	76.0	57.6	26.4	27.3	44.4
標準偏差	1.7	2.5	2.2	2.6	7.4

【誤答例】

(1)　$\sin g(x)$ に $f(x)$ の関数を代入している。

(2)　$\sin g(x)$ を代入してからの処理ができていない。

(3)　$f'(x)$ の計算ミス。

(4)　$f'(x)=0$ となる x の値をミスしている。

【教授コメント】

誘導付きの問題であり，丁寧に関数を扱っていく必要がある。一見複雑だが，積分区間と絶対値を正しく扱えるかを確認する問題である。

$\boxed{9}$＜医学部＞

立方体の 8個の頂点から無作為 に 1 つの頂点を選ぶ作業を 4 回行って選んだ点を，それぞれ P_1, P_2, P_3, P_4 とする。以下の問いに答えよ。ただし，この問題では，三角形，四角形，立方体などの図形は，すべて境界とその内部からなるとする。

(1)　3点 P_1, P_2, P_3 がすべて異なる確率を求めよ。

(2)　3点 P_1, P_2, P_3 がすべて異なり，かつその 3 点を通る平面と立方体の共通部分が三角形になる確率を求めよ。

(3)　3点 P_1, P_2, P_3 がすべて異なり，かつその 3 点を通る平面と立方体の共通部分が四角形になる確率を求めよ。ただし，P_1, P_2, P_3 が定める平面が立方体の 1つの面を含む場合，その面を平面と立方体の共通部分とする。

(4)　4 点 P_1, P_2, P_3, P_4 が同一平面上になる確率を求めよ。ただし，4 点がすべて異なるとは限らないとする。

【誤答例】

本年度の解答者は 0 名であった。

【教授コメント】

高度な学力を見る問題。色々な場合分けが存在する。(1) の正答率が悪く，出題者にとって予想外であった。まず，問題把握を正しく理解できていないことが挙げられる。また，確率を求める場合に，組み合わせと順列を混在して使っている解答が多かった。

すべての問題を完答することは難しいかもしれないが，競争試験なので，まずは基礎的な部分で正解にならないと合格は厳しいことは言える。

＜後期＞

$\boxed{1}$　次の $\boxed{}$ に適する数を，解答用紙の指定のところに記入せよ。

(1)　数列 $\{S_n\}$ を $S_n=\sum_{k=1}^{n}\sin\left(\frac{5k\pi}{n}\right)$ $(n=1, 2, \cdots)$ で定めたとき，$\lim_{n\to\infty}\frac{S_n}{n}=\boxed{ア}$ である。

(2)　複素数 $z=\frac{1+\sqrt{3}\,i}{1+i}$ について，z^2 の偏角θ $(0\leqq\theta<2\pi)$ は $\theta=\boxed{イ}$ であり，z^n が実数になる最小の自然数 n は $n=\boxed{ウ}$ である。ただし，i は虚数単位である。

(3)　$\int_0^{\frac{\pi}{2}}\cos^3 x dx=\boxed{エ}$ である。

(4)　$\int_1^e\frac{\log x}{x}dx=\boxed{オ}$ である。

(5)　関数 $y=e^{2x}(a\sin 3x+b\cos 3x)$ が $y'=e^{2x}\sin 3x$ を満たすとき，定数 a，b は $a=\boxed{カ}$，$b=\boxed{キ}$ である。

(6)　ベクトル $\vec{a}$，$\vec{b}$ が $|\vec{a}|=\sqrt{30}$，$|\vec{b}|=\sqrt{31}$，$|\vec{a}+\vec{b}|=4\sqrt{2}$ を満たすとき，$|\vec{a}-\vec{b}|=\boxed{ク}$ である。

問題番号	(ア)	(イ)	(ウ)	(エ)	(オ)	(カ)	(キ)	(ク)	合計
得点率	14.3	34.3	20.0	25.7	13.3	28.6	31.4	71.4	30.1
標準偏差	1.0	0.9	0.8	1.3	1.0	0.9	0.9	1.4	5.2

【誤答例】

(1)　(ア) 0

(2)　(イ) $\frac{1}{12}\pi$，$\frac{1}{2}\pi$　(ウ) 0，2

(3)　(エ) $\frac{1}{4}$

(4)　(オ) 2

(5)　(カ) 2　(キ) $-\frac{1}{3}$

(6)　(ク) 2

【教授コメント】

数学Ⅲの分野が多く，特に，微分･積分が多い。

$\boxed{2}$　以下の問いに答えよ。

(1)　関数 $f(x)$ が $x=a$ で微分可能で $f'(a)=2$ のとき，極限 $\lim_{h\to 0}\frac{f(a+h^2+2h)-f(a-h)}{h}$ を求めよ。

(2)　極限 $\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{k(k+3)}$ を求めよ。

(3)　1円，5円，10円，50円，100円，500円 の硬貨を 1 枚ずつ 投げて，6 枚のうち表が出た硬貨の金額を合計する。ただし，すべて裏が出た場合は，合計金額は 0 円とする。合計金額が 3 の倍数になる確率を求めよ。

問題番号	(1)	(2)	(3)	合計
得点率	13.1	46.7	18.4	24.4
標準偏差	2.3	2.7	2.0	4.8

【誤答例】

(1)　$f'(a)$ のを作り出すために与式に $-f(a)+f(a)$ を加える式変形ができていなかった。

(2)　部分分数分解の式変形が

$\frac{1}{k(k+3)}=\frac{1}{k}-\frac{1}{k+3}$　としている。

打ち消し合う項の計算ミスがある。

(3)　3の倍数の性質を利用せずに，数え上げのミスがあった。

【教授コメント】

基本的な問題である。

確実に解くことが求められる。

$\boxed{3}$　関係式　$f_1(x)=-x+2$，$f_{n+1}(x)=\frac{2}{3}\int_{-2}^{1}(x+t)f_n(t)dt\ (n=1,2,3,\cdots)$ により関数 $f_n(x)$を定める。以下の問いに答えよ。

(1)　$f_2(x)$ を求めよ。

(2)　各 n について $f_n(x)=a_nx+b_n$ により定数 a_n，b_n を定める。

（ｉ）　a_{n+1}，b_{n+1}を a_n，b_n を用いて表せ。

（ⅱ）　各 n について $c_n=a_n-b_n$とするとき，数列 $\{c_n\}$ の一般項を求めよ。

（ⅲ）　$f_n(x)$ を求めよ。

問題番号	(1)	(2)(ｉ)	(2)(ⅱ)	(2)(ⅲ)	合計
得点率	48.6	21.4	12.9	8.6	22.0
標準偏差	2.2	1.6	1.3	2.0	5.8

【誤答例】

(1)　$f_1(t)$ の式の代入ミス。

(2)　a_{n+1}，b_{n+1} の式に分けることができていない。

【教授コメント】

問題観察，問題把握のために小問がある。誘導だけでなく，発展的な内容として扱えることができる問題である。

$\boxed{4}$　1辺の長さが1の正三角形ABCにおいて，辺AB，辺BC，辺CA を3:1に内分する点をそれぞれD，E，Fとし，AEとBFの交点をP，BFとCDの交点をQ，CDとAEの交点をRとする。$\overrightarrow{AB}=\vec{b}$，$\overrightarrow{AC}=\vec{c}$ とするとき，以下の問いに答えよ。

(1)　$\overrightarrow{AE}$，$\overrightarrow{AF}$ を $\vec{b}$，$\vec{c}$ を用いて表せ。

(2)　点Pが，線分AEを $s:(1-s)$ に，線分BFを $t:(1-t)$ にそれぞれ内分するとき，s，t の値を求めよ。

(3)　三角形PQRの面積を求めよ。

問題番号	(1)	(2)	(3)	合計
得点率	88.6	56.7	12.7	41.3
標準偏差	1.1	3.0	2.4	4.8

【誤答例】

(1)　内積の性質を使わず、足し算で表した $\overrightarrow{AS}$ が間違っていた。

(2)　$\vec{a}$，$\vec{b}$ の一次独立の記述がなかった。

チェバの定理，メネラウスの定理を利用したが計算ミスがあった。

(3)　相似な図形に気付いていない。

△PQRが正三角形であることに気付いていない。

【教授コメント】

正確な図を描こう。

$\boxed{5}$　以下の問いに答えよ。

(1)　$x\geqq 1$，$y\geqq 1$ のとき，条件 $\log x+\log y=1$ を満たす点 (x,y) の軌跡を考える。このような点の x 座標の取り得る範囲を求め，軌跡の概形を描け。

(2)　$y\geqq 1$ のとき，条件 $|\log x|+\log y=1$ を満たす点 (x,y) の軌跡を考える。このような点 x 座標の取り得る範囲を求め，軌跡の概形を描け。

(3)　不等式 $|\log x|+|\log y|\leqq 1$の表す領域を図示し，その面積を求めよ。

問題番号	(1)	(2)	(3)	合計
得点率	21.1	7.1	5.2	9.3
標準偏差	2.0	1.0	2.3	4.5

【誤答例】

(1)　与式の両辺を x で微分して $\frac{1}{x}+\frac{dy}{dx}\frac{1}{y}=0$ としていた。対数の性質を利用していない。

(2)　$|\log x|$ 場合分けが正確に処理することができていない。

【教授コメント】

問題の全体把握を行うことで誘導の意味が分かってくる問題である。

4　おわりに

9月初めに実施したこともあり，全体的にあまりできていなかった。しかし，中には9割以上の正解率の生徒も何人おり，確実に2次力を身に付いている生徒もいた。

今回の分析を通して課題として挙げられるのは，基本的な計算を正確にできていないことである。前期$\boxed{3}$，$\boxed{6}$，後期$\boxed{1}$では，小問集合のような大問も設けられている。ここで確実に得点を取っておく必要がある。特に理系は，数学Ⅲの内容の複素数平面，微分，積分が例年出題されており，演習で確実に力を付ける必要がある。

次に，前期$\boxed{2}$(2)では式と図の関係を利用できていない答案が多かった。グラフから読み取る力を身に付ける必要があると感じた。前期$\boxed{5}$は確率と漸化式を組み合わせた問題であった。問題把握を行うために，具体的な例を書いて，問題の性質をつかもうと努めている様子をうかがうことができな

い答案が多く , 非常に残念であった。 この形式の問題は他大学でも多く出題されているため , 対策が必要である。丁寧に図を書いて考えている答案は (2) まで解答できている答案が多かったので , 粘り強く考え抜く必要がある。

教科書や問題集に載っている問題に対しては , 比較的正答率が高く , 知っている , 解いたことのある問題に対しての対応力は高い。しかし , これは暗記に頼って解くことができる問題である。初見の問題や誘導のついた応用問題に対して , 対応していく力を育成していく必要がある。そのためには , 全体の問題の流れを掴み , どのようなアプローチで問題を考えていくかという思考力と自分の知識をいかに結び付けるかことができるという発想力が必要である。それは生まれもった力ではなく , 定理をいかに正確に理解できているかであると考える。定理の有利性を１つ１つ押さえていくことが , 生徒の思考力・発想力の向上につながるのではないかと考える。また , 自分の考えを採点者に論理的に伝える国語力も必要とされる。

今後 , 上記の力を身に付けさせていくために導入部分や応用問題の扱い方など , 生徒がいかに自分で考えるかという点においてより良い指導方法の研究をしていかなければならないと強く感じた。