平成２８年度大学入試センター試験アンケートの分析

愛媛県立 大　洲 高等学校　　岩村　崇
愛媛県立川 之 石高等学校　　清水隼人
愛媛県立宇和島東高等学校　　渡邉弘樹

１　はじめに

大学入試研究委員会では、県内の高校生に対して、昭和 63 年度入試から共通一次試験、平成２年度入試からは大学入試センター試験に関するアンケートを毎年実施している。このアンケートの結果を分析し、数学の指導方法について研究を続けてきた。今回も昨年度に続き意識調査のアンケートを「数学Ⅰ・数学Ａ」「数学Ⅱ・数学Ｂ」の科目別に行った。

今年度の大学入試センター試験は、志願者が 563,768 人（昨年度 559,132 人）で、昨年度と比べて 4,636 人増加した。受験率は 95.22％（昨年度 94.89％）とほぼ昨年度なみであった。

受験者数は、「数学Ⅰ・数学Ａ」が 392,479 人（昨年度 338,406 人）、「数学Ⅱ・数学Ｂ」が 353,423 人（昨年度 301,184 人）と、どちらも昨年と比べ増加した。平均点は「数学Ⅰ・数学Ａ」が 55.27 点（昨年度 61.27 点）、「数学Ⅱ・数学Ｂ」が 47.92 点（昨年度 39.31 点）であった。（数字は大学入試センター発表）

平均点から見ても「数学Ⅰ・数学Ａ」「数学Ⅱ・数学Ｂ」ともに苦戦した生徒が多い。また、「数学Ⅰ・数学Ａ」で必答問題の大問構成が変わり、数学Ⅰの内容から大問２つ、数学Ａの内容からの選択問題 3 つとなった。

「数学Ⅰ・数学Ａ」は、解答数が昨年に比べて増加し、難易度も増したため大きく難化した。「数学Ⅱ・数学Ｂ」は、問題数、分量は例年並みであるが、昨年度より難易度は若干易化した。しかし、過去 10 年における全国平均と比較しても、決して易しい問題であったとはいえない。

２　アンケートの概要

大学入試研究委員会では、例年、愛媛県内各高校の協力を得て、現役高校生の実態を調査している。

アンケートはセンター試験の各設問別に正答、誤答、無答を記入する問題編と、受験生がセンター試験を受験しての意識を問うアンケート編の 2 部構成となっている。今回のアンケートは県内 2375 名の受験生の協力を得ることができた。また、アンケートはセンター試験直後に実施していただいた。

なお、表中の愛媛県平均点は、アンケートによる結果であり、全県下の受験生の平均点ではない。

表１　平均点比較

	愛　媛		全　国	
数学ⅠＡ	55.2	(60.7)	55.27	(61.27)
数学ⅡＢ	44.0	(34.3)	47.92	(39.31)

（　）は、前年度の平均点を表す。
全国平均は大学入試センター発表。

表２　全国平均点、愛媛県平均点の推移

数学Ⅰ・Ａ	愛　媛	全　国	差
H19	59.5	54.1	5.4
H20	71.6	66.3	5.3
H21	68.0	64.0	4.0
H22	49.4	49.0	0.4
H23	70.6	66.0	4.6
H24	71.0	70.0	1.0
H25	49.6	51.2	-1.6
H26	60.6	62.1	-1.5
H27	60.7	61.3	-0.6
H28	55.2	55.3	-0.1

数学Ⅱ・Ｂ	愛　媛	全　国	差
H19	49.5	48.9	0.6
H20	51.9	51.0	0.9
H21	49.3	50.9	-1.6
H22	55.2	57.1	-1.9
H23	53.0	52.5	0.5
H24	48.8	51.2	-2.4
H25	52.4	55.6	-3.2
H26	48.1	53.9	-5.8
H27	34.3	39.3	-5.0
H28	44.0	47.9	-3.9

表１は本アンケートによる本県の平均点と大学入試センターが発表している平均点の比較である。

結果は、表２のとおりであるが、昨年度に引き続き、「数学Ⅰ・数学Ａ」、「数学Ⅱ・数学Ｂ」ともに全国平

均を下回っている。しかし、2科目ともに全国平均との差は縮まってきており、県内の高校生の学力が少しずつ向上してきているといえる。

３　センター試験の全体的傾向

(1)　数学Ⅰ・数学A

今年度の最大の特徴は、「数学Ⅰ」分野の構成が第1問、第2問でそれぞれ中問3題からなる6題構成に変わったことである。難易度は昨年に比べ大きく難化した。特に正解率が低かったのは、第1問［２］集合と命題、第4問整数の性質、第5問図形の性質である。集合と命題については記号に関する選択が適切に行えなかった生徒が多く、基礎基本の定着が不足しているといえる。また、第2問［３］において、分散、共分散、相関係数に関する理論的な問題が登場し、戸惑った受験生が多かったと思われる。選択問題は昨年同様3分野から2つの選択であったが、第3問場合の数と確率では条件付き確率、第4問整数の性質ではn進数の内容が登場した。最も正解率の高かった第3問に比べ、第4問，第5問の正解率は極めて低く、選択問題それぞれの難易度は統一されていなかった。特に第5問では、設問ごとに図を描き変えて考察する必要があり、難しく感じた受験生が多かったと推察できる。

表３　選択問題をいつ選んだか

選択した問題のみを解いた	選択した問題以外も解いてみて、自信のある問題を解答した
79.6%	20.4%

表４　大問別平均点および得点率

問題番号 (配点)	平均点 (点)	得点率 (%)
第１問 (30) １次関数 集合と命題 ２次不等式	17.5 (18.1)	58.3 (60.3)
第２問 (30) 図形と計量 データと分析	17.4 (17.9)	58.0 (60.0)
第４問 (20) 場合の数と確率	12.9 (13.8)	64.5 (66.5)
第５問 (20) 整数の性質	7.5 (8.4)	37.5 (42.0)
第６問 (20) 図形の性質	8.1 (8.4)	40.5 (42.0)

(　) は、Benesse集計の全国平均を表す。

表５　選択問題の組合せパターン

組合せパターン	割合
第４問と第５問 (場合の数＋整数)	33.5%
第４問と第６問 (場合の数＋図形)	56.2%
第５問と第６問 (整数＋図形)	10.3%

第１問

［１］１次関数

センター試験には珍しく、1次関数の最小値の問題であった。直線の傾きによる場合分けを行う易しい問題であり、正答率も高い。しかし、最後の$\boxed{キク}$，$\boxed{ケコ}$の正解率が低く、連立不等式の処理につまずいた生徒が多いようである。

［２］集合と命題

自己採点結果からも$\boxed{サシ}$の正答率が 9.7%とあるように、集合の記号ミスが多く起きている。誤答の多くは①，⓪を解答したものであろう。また、セット採点であったことも得点を下げた原因の一つである。問題の序盤からｘ＝０の場合に着目させる誘導がなされており、それに気付けばたやすく答えられる。

［３］２次不等式

グラフをもとに考察する問題ではなく、機械的に解答できる問題であった。今年度の数学Ⅰ・Aには2次関数のグラフが1度も登場することなく、過去のセンター試験からみると珍しい。

第２問

［１］図形と計量

三角形の外接円上を動く点Ｐに対して、正弦定理・余弦定理を用いる問題である。図形的な考察が求められる問題であり、昨年度に引き続き、定理や公式の単純な利用だけでない要素が含まれている。ただし、例年見られる誘導設問がなく、今年度は各設問が独立した問題であった。

［２］，［３］データの分析

昨年同様15点の配点であり、ページ数も4ページに渡っている。多くの受験生が演習を積んできており、前半の3問は正答率が90%程度となっている。散布図の読み取り、ヒストグラムと箱ひげ図の読み取りはほとんどの生徒が習得できていた。しかし、［３］(3)は摂氏から華氏へと変量を変換する問題であり、著しく正答率が下がっている。変量ｘに対して、

変量$\frac{9}{5}x+32$を考えたときに分散，共分散，相関係数が何倍になるかを考えさせている。2013 年に出された「大学入試センター試験の問題例」にも類題があり、来年度以降もこのレベルまで問われる可能性は十分に考えられる。

第３問「場合の数と確率」
袋の中から玉を取り出す問題であり、丁寧な誘導がついており、計算量も少なく解きやすい。新課程の内容として注目されていた条件付き確率が 3 カ所で問われてるが、どれも正答率が高く取り組みやすかったようである。また、他の選択問題は平均得点率が5割に満たないのに対して、第３問は約７割であったという問題間の格差は、今年度の数学Ⅰ・Ａの特徴の一つである。

第４問　「整数の性質」
(1)は１次不定方程式の典型的な問題である。しかし、誘導がなく、演習量が足りない者にとってはミスが起きやすかったため、前半は５割程度、後半は１割程度の正解率であった。(2)はｎ進法の問題である。特に小数表記の 6 進数には戸惑った受験生が多かったであろう。問題量、計算量は少なめであるが、不定方程式の係数が大きかったことや、ｎ進法の目新しさによって、難易度は昨年よりも難化している。改めて教科書の全範囲に対し、ぬかりなく学習しておくことが肝心であるといえる。

第５問　「図形の性質」
ﾒﾈﾗｳｽの定理、ﾁｪﾊﾞの定理、方べきの定理、三角形の相似といった重要な定理を問う内容である。(1)と(2)では問題の設定が変化し、(3)においては新たに図を描き直すことが必要になる。また(2)においては、外接円の直径が最小となるときに注目させるという目新しい問題であった。従来の出題には誘導設問をもとにした一貫性が見られたが、今年度は設問ごとに視点を切り替えさせるなどの難しさがある。中盤以降の正答率が概ね 4 割を切るなど、苦戦した受験生が多い。

(2)　数学Ⅱ・数学Ｂ
問題構成、設問数は昨年と同じであるが、昨年度のような多くの計算量を求める出題はなく、問題量も若干減少したため平均点も上昇した。しかし、全国平均が 50 点を下回っていることからも、決して取り組みやすい問題ではなく、得点しづらい科目であったといえる。第１問では指数・対数関数のグラフに関する選択問題、第３問の数列では、近年頻出であった漸化式ではなく、群数列が登場したことが注目すべき点である。

表４　選択問題をいつ選んだか

選択した問題のみを解いた	選択した問題以外も解いてみて、自信のある問題を解答した
92.6%	7.3%

表５　大問別平均点および得点率

問題番号 （配点）	平均点 （点）	得点率 （%）
第１問（30） 指数・対数関数 三角関数	12.7 (14.2)	42.3 (47.3)
第２問（30） 微分法・積分法	15.2 (16.2)	50.7 (54.0)
第３問（20） 数列	6.8 (6.9)	34.0 (34.5)
第４問（20） ベクトル	9.5 (9.9)	47.5 (49.5)
第５問（20） 確率分布と統計的な推測	4.6 (3.8)	23.0 (19.0)

表６　選択問題の組合せパターン

組合せパターン	割合
第３問と第４問 （数列＋ベクトル）	88.5%
第３問と第５問 （数列＋確率分布と統計的な推測）	5.6%
第４問と第５問 （ベクトル＋確率分布と統計的な推測）	5.8%

第１問「指数・対数関数」,「三角関数」
［１］指数関数・対数関数
指数・対数関数のグラフに関する問いは目新しく、特に文系の生徒にとっては戸惑った者もいたようである。(3)は対数関数をもとにした最小値を問う出題であり、典型的な問題である。全体的に内容そのものは平易であるため、落ち着いて解答したいところだが、本県生徒の正答率は前半から後半まで 5 割程度と振るわなかった。
［２］三角関数
(1)は誘導に従って三角方程式を変形し、解の個数を考察する問題である。式変形が複数回必要であることにより、$\boxed{\text{テ}}$の正答率は４割程度と低く、解の個数

を答える問題では変形した式が常に$x=\frac{\pi}{4}$という解をもつことを考慮して答えさせるため、それを見落とした受験生が多くいたようである。(2)は三角方程式の解を求める問題であり、計算量も少なく取り組みやすい。式の中に文字定数kが含まれていることで難しく見えた受験生がいたため、得点が伸びなかったことが考えられる。

第２問「微分法・積分法」

二つの放物線で囲まれた部分と、正方形Ｒとの共通部分の面積を考察する問題である。計算量は例年並であり、誘導は極めて親切であった。前半から$\boxed{ツ}$までの正答率は50%を超えており、本県受験生が典型的な問題に対しては強いことがうかがえる。しかし、その後の正答率は著しく下がっており、正確な図を描いて設問の求める部分の面積計算を行えなかったことや、3次関数の増減を調べる際にミスが多く起きていたことが推察される。

第３問「数列」

問題量、計算量は昨年並みであるが、群の設定を行う点が混乱しやすい題材である。分母がｋとなる分数が第ｋ−1群となることに留意して解答しなければならないため、前半の$\boxed{アイ}$, $\boxed{ウエ}$の正答率は高いが、(2)以降は極端に下がっている。題材を的確に把握したり、誘導設問を利用する解答を行うことを苦手とする受験生にはとても厳しい結果となった。また漸化式や群数列はセンター試験の定番であるが、その難易度はここ数年高いものが多く、論理的思考力を鍛え、少し難しめの問題演習にも取り組んでおく必要がある。

第４問「ベクトル」

昨年は平面ベクトルの出題であったが、今年度は空間ベクトルの問題に戻った。難易度は昨年よりも易化し、取り組みやすいといえる。しかし、序盤の$\boxed{ウ}$〜$\boxed{キ}$において正答率が大きく下がっており、少し煩雑な計算になると手こずる受験生が多かったようである。また、重心を題材にした問いもあり、後半は図形的な考察をさせる問題である。正確な計算力と、図形の性質を踏まえた考察ができたかどうかで差がついたと考えられる。中盤の$\boxed{セソ}$までは正答率も5割を超えており、昨年よりも上昇している。今回の数学Ⅱ・Ｂの平均点が回復した要因の一つはこの大問にあるともいえる。

第５問「統計とコンピュータ」

(1)は確率の計算、(2)からは平均・分散を求めさせる統計的な内容が問われた。正答率は(2)以降で大きく低下しており、分散を求める際の計算ミスは顕著である。また、(3)ができなければ(4)も正答できない内容であり、受験生にとっては厳しい結果となった。この分野を選択するのであれば、確率、期待値、分散の計算はもちろんのこと、二項分布、信頼区間などの基本事項をしっかりと学習し、演習を積んでおくべきである。

４　研究のまとめと今後の課題

今年度の出題傾向とアンケート結果から次のことが考えられる。

(1) 確かな計算力と解答速度

本県高校生対象のアンケート数学Ⅱ・Ｂにおいて、出題分量に対して時間が少なすぎると答えた生徒が昨年度63.0%、今回は53.5%と半数以上にのぼっている。従来から数学Ⅱ・Ｂは多くの計算量を必要とする問題が並んでおり、解答時間内に仕上げるには充実した問題演習が必要である。また正答率を見ても、煩雑な計算を強いられた場面では大きく低下することが目立つ。数学的な見方や考え方を養うだけでなく、手際の良い計算や数式の処理が得点を左右しているといえよう。平素より解答時間の目安を決め、それを意識した問題演習をさせていきたい。

(2) ３年目となる新課程入試の分析と対策

新課程入試になり2回のセンター試験が実施された。

今回の数学Ⅰ・Ａでは「データの分析」では馴染みの薄い変量の変換が、「場合の数と確率」においては条件付き確率、「整数の性質」においてはｎ進法が登場している。これらの内容については今後とも十分に対策が必要であろう。また、過去2年の新課程入試を遡って、まだ出題されていない内容である『剰余』、『空間図形』、『作図』といった所にも注意しておきたい。センター試験の出題は幅広く基礎・基本を問うものであるため、どの分野に対しても基本事項の定着は不可欠である。また、今年度の数学Ⅰ・Ａでは出題形式が大きく変化したことからも次年度以降も形式や配点の変更が考えられる。問題の序盤でつまずいて、大きく得点を落とさないように、様々なタイプの出題になれておくことが望ましい。

平成28年度大学入試センター試験　アンケート集計結果

数学Ｉ・Ａ

1　問題は全体として、教科書の節末・章末問題と比べ

	人数	%
やさしかった	68	2.9
同じ程度だった	506	21.3
むずかしかった	1801	75.8

2　この程度の問題ならば

	人数	%
教科書中心の授業で十分	393	16.5
受験準備が必要	1982	83.5

3　出題数は

	人数	%
少なすぎる	47	2.0
ちょうどよい	1681	70.8
多すぎる	647	27.2

4　出題分量に対して、時間は

	人数	%
少なすぎる	964	40.6
ちょうどよい	1271	53.5
多すぎる	140	5.9

5　問題の傾向についてみると

	人数	%
知識を問う傾向	509	21.4
考え方を見る傾向	948	39.9
知識と考え方のバランスがとれている	918	38.7

6　解答形式（マークセンス方式）について、その練習は

	人数	%
しなくてもよい	388	16.3
少しはしたほうがよい	1471	61.9
大いにしなければならない	516	21.7

7　どの問題を選択しましたか

	人数	%
第４問と第５問	796	33.5
第４問と第６問	1334	56.2
第５問と第６問	245	10.3

8　選択問題について

	人数	%
選択した問題のみを解いてマークした	1891	79.6
選択した問題以外も解いて、自信のある解答をマークした	484	20.3

自己採点結果

第１問	正答(%)	誤答(%)	無答(%)
ｱｲ	94.9	4.6	0.4
ｳｴ	79.2	19.0	1.7
ｵｶ	64.3	32.5	3.2
ｷｸ	60.5	32.1	7.4
ｹｺ	48.0	43.4	8.6
ｻｼ	9.7	83.3	7.0
ｽｾ	37.1	57.1	5.7
ｿ	39.3	54.7	6.1
ﾀ	17.5	74.9	7.6
ﾁﾂﾃ	92.2	5.6	2.3
ﾄﾅﾆ	88.1	9.6	2.3
ﾇ	62.8	30.3	6.9
第２問	正答	誤答	無答
ｱ	93.3	5.4	1.3
ｲｳｴ	31.5	55.8	12.7
ｵｶ	47.6	40.4	12.0
ｷｸ	46.9	39.5	13.6
ｹｺｻｼ	36.9	44.5	18.7
ｽｾ	88.9	9.4	1.6
ｿ	94.9	4.3	0.8
ﾀﾁ	91.6	7.3	1.1
ﾂ	24.5	66.1	9.4
ﾃ	21.1	68.5	10.4
ﾄ	28.1	62.0	9.9
第３問	正答	誤答	無答
ｱｲｳｴ	78.5	19.2	2.2
ｵｶｷ	88.1	10.2	1.7
ｸｹｺ	62.8	31.7	5.5
ｻｼｽ	83.7	13.0	3.4
ｾｿﾀ	47.7	40.8	11.5
ﾁﾂﾃ	40.6	43.2	16.2
第４問	正答	誤答	無答
ｱｲ	53.8	34.6	11.5
ｳｴ	54.9	33.1	12.0
ｵｶｷ	11.8	62.8	25.3
ｸｹ	12.8	61.0	26.2
ｺｻｼ	50.2	38.8	11.0
ｽｾｿ	29.3	59.4	11.4
第５問	正答	誤答	無答
ｱ	80.0	17.0	3.0
ｲｳ	66.4	28.4	5.2
ｴｵ	48.9	42.6	8.4
ｶ	37.5	49.5	13.0
ｷｸ	9.8	70.1	20.0
ｹ	20.9	59.3	19.8

ｺｻ	46.2	36.8	16.9
ｼ	15.1	62.5	22.4

数学Ⅱ・B

1　問題は全体として、教科書の節末・章末問題と比べ

	人数	%
やさしかった	64	2.7
同じ程度だった	513	21.6
むずかしかった	1798	75.7

2　この程度の問題ならば

	人数	%
教科書中心の授業で十分	323	13.6
受験準備が必要	2052	86.4

3　出題数は

	人数	%
少なすぎる	44	1.9
ちょうどよい	1409	59.3
多すぎる	922	38.8

4　出題分量に対して、時間は

	人数	%
少なすぎる	1271	53.5
ちょうどよい	912	38.4
多すぎる	192	8.1

5　問題の傾向についてみると

	人数	%
知識を問う傾向	303	12.8
考え方を見る傾向	948	39.9
知識と考え方のバランスがとれている	1124	47.3

6　解答形式（マークセンス方式）について、その練習は

	人数	%
しなくてもよい	379	16.0
少しはしたほうがよい	1427	60.1
大いにしなければならない	569	24.0

7　どの問題を選択しましたか

	人数	%
第３問と第４問	2103	88.5
第３問と第５問	134	5.6
第４問と第５問	138	5.8

8　選択問題について

	人数	%
選択した問題のみを解いてマークした	2199	92.6
選択した問題以外も解いて、自信のある解答をマークした	176	7.3

自己採点結果

第１問	正答(%)	誤答(%)	無答(%)
ｱｲ	48.4	44.2	6.4
ｳｴｵ	65.9	30.1	4.0
ｶ	55.5	39.9	4.5
ｷ	58.7	37.3	4.0
ｸ	56.6	38.9	4.4
ｹ	52.4	42.6	5.0
ｺｻ	59.4	35.8	4.8
ｼ	35.0	57.9	7.1
ｽｾ	58.4	35.4	6.2
ｿﾀ	61.9	30.7	7.4
ﾁ	34.1	56.0	9.9
ﾂ	50.3	41.3	8.4
ﾃﾄ	26.5	59.7	13.8
ﾅ	32.2	53.9	13.9
ﾆ	22.3	62.8	14.9
ﾇﾈ	27.5	52.3	20.2
ﾉﾊﾋ	23.9	53.1	23.0
ﾌﾍ	18.7	56.5	24.8
第２問	正答	誤答	無答
ｱｲ	81.4	16.5	2.1
ｳｴ	72.9	23.2	3.9
ｵｶｷ	68.0	26.7	5.3
ｸｹｺ	74.8	18.7	6.5
ｻｼｽｾ	51.3	38.5	10.2
ｿ	69.4	23.2	7.3
ﾀ	75.3	18.5	6.2
ﾁ	60.8	30.9	8.3
ﾂ	59.7	32.0	8.3
ﾃ	18.9	58.5	22.6
ﾄ	40.6	38.4	21.0
ﾅﾆﾇ	10.0	61.4	28.5
ﾈﾉﾊﾋ	9.8	56.8	33.3
第３問	正答	誤答	無答
ｱｲ	92.0	6.8	1.3
ｳｴ	77.2	19.5	3.3
ｵｶｷｸｹ	18.1	64.7	17.2
ｺｻｼｽ	49.6	32.5	17.9
ｾｿﾀﾁ	25.5	49.1	25.3
ﾂﾃﾄﾅ	33.9	37.4	28.7
ﾆﾇﾈﾉ	11.2	54.9	33.8
ﾊﾋﾌﾍﾎ	3.5	55.2	41.4
第４問	正答	誤答	無答
ｱ	84.1	12.6	3.3
ｲ	84.2	12.7	3.1
ｳｴ	50.9	36.0	13.1

オカ	54.2	32.2	13.7
キ	46.1	38.8	15.1
クケ	47.5	36.3	16.2
コサ	56.6	27.7	15.7
シ	47.2	37.4	15.4
ス	63.9	23.0	13.1
セソ	66.9	20.1	13.1
タ	35.2	45.5	19.3
チツテト	24.1	50.5	25.4
ナ	45.1	33.6	21.3
ニヌ	18.4	54.1	27.6
第５問	正答	誤答	無答
アイウ	68.7	27.0	4.3
エオ	64.9	28.4	6.6
カ	28.4	60.2	11.4
キ	68.7	23.2	8.1
クケ	34.1	52.6	13.3
コ	36.5	50.7	12.8
サ	32.2	53.1	14.7
シ	16.1	65.4	18.5
ス	16.6	64.9	18.5
セソタ	37.9	37.0	25.1
チツ	29.4	40.8	29.9
テトナ	4.3	55.9	39.8
ニヌネ	1.9	53.6	44.5
ノハヒ	0.0	50.2	49.8
フヘホ	0.0	50.2	49.8

センター試験　【数学Ⅰ・数学 A、数学Ⅱ・数学 B】
平成２８年1月１７日実施　各６０分　各１００点

【数学Ⅰ・数学A】

第１問　（必答問題）（配点　30）

〔1〕 a を実数とする。x の関数

$$f(x)=(1+2a)(1-x)+(2-a)x$$

を考える。

$$f(x)=\left(-\boxed{ア}a+\boxed{イ}\right)x+2a+1$$

である。

(1) $0 \leqq x \leqq 1$ における $f(x)$ の最小値は，

$a \leqq \dfrac{\boxed{イ}}{\boxed{ア}}$ のとき，$\boxed{ウ}a+\boxed{エ}$ であり，

$a > \dfrac{\boxed{イ}}{\boxed{ア}}$ のとき，$\boxed{オ}a+\boxed{カ}$ である。

(2) $0 \leqq x \leqq 1$ において，常に $f(x) \geqq \dfrac{2(a+2)}{3}$ となる a の値の範囲は，

$\dfrac{\boxed{キ}}{\boxed{ク}} \leqq a \leqq \dfrac{\boxed{ケ}}{\boxed{コ}}$ である。

（数学Ⅰ・数学A第１問は次ページに続く。）

〔2〕 次の問いに答えよ。必要ならば，$\sqrt{7}$ が無理数であることを用いてよい。

(1) A を有理数全体の集合，B を無理数全体の集合とする。空集合を$\varnothing$と表す。

次の(i)～(iv)が真の命題になるように，$\boxed{サ}$ ～ $\boxed{セ}$ に当てはまるものを，下の⓪～⑤のうちから一つずつ選べ。ただし，同じものを繰り返し選んでもよい。

(i) $A\ \boxed{サ}\ \{0\}$　　(ii) $\sqrt{28}\ \boxed{シ}\ B$

(iii) $A=\{0\}\ \boxed{ス}\ A$　　(iv) $\varnothing=A\ \boxed{セ}\ B$

⓪ $\in$　① $\ni$　② $\subset$　③ $\supset$　④ $\cap$　⑤ $\cup$

(2) 実数 x に対する条件 p，q，r を次のように定める。

p：x は無理数
q：$x+\sqrt{28}$ は有理数
r：$\sqrt{28}x$ は有理数

次の $\boxed{ソ}$，$\boxed{タ}$ に当てはまるものを，下の⓪～③のうちから一つずつ選べ。ただし，同じものを繰り返し選んでもよい。

p は q であるための $\boxed{ソ}$。
p は r であるための $\boxed{タ}$。

⓪ 必要十分条件である
① 必要条件であるが，十分条件でない
② 十分条件であるが，必要条件でない
③ 必要条件でも十分条件でもない

（数学Ⅰ・数学A第１問は次ページに続く。）

〔3〕 a を1以上の定数とし，x についての連立不等式

$$\begin{cases} x^2+(20-a^2)x-20a^2 \leqq 0 & \cdots\cdots\cdots\cdots ① \\ x^2+4ax \geqq 0 & \cdots\cdots\cdots\cdots ② \end{cases}$$

を考える。このとき，不等式①の解は $\boxed{\text{チツテ}} \leqq x \leqq a^2$ である。また，不等式②の解は $x \leqq \boxed{\text{トナ}}\,a$，$\boxed{\text{ニ}} \leqq x$ である。

この連立不等式を満たす負の実数が存在するような a の値の範囲は

$$1 \leqq a \leqq \boxed{\text{ヌ}}$$

である。

第2問 (必答問題) (配点 30)

〔1〕 △ABCの辺の長さと角の大きさを測ったところ，$\mathrm{AB}=7\sqrt{3}$ および $\angle\mathrm{ACB}=60^\circ$ であった。したがって，△ABCの外接円Oの半径は $\boxed{\text{ア}}$ である。

外接円Oの，点Cを含む弧AB上で点Pを動かす。

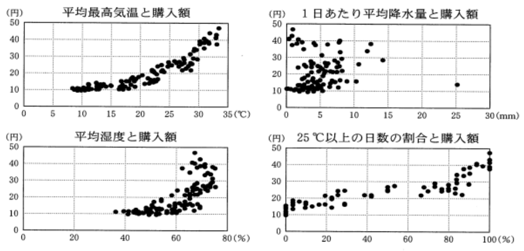
(1) $2\mathrm{PA}=3\mathrm{PB}$ となるのは $\mathrm{PA}=\boxed{\text{イ}}\sqrt{\boxed{\text{ウエ}}}$ のときである。

(2) △PABの面積が最大となるのは $\mathrm{PA}=\boxed{\text{オ}}\sqrt{\boxed{\text{カ}}}$ のときである。

(3) $\sin\angle\mathrm{PBA}$ の値が最大となるのは $\mathrm{PA}=\boxed{\text{キク}}$ のときであり，このとき△PABの面積は $\dfrac{\boxed{\text{ケコ}}\sqrt{\boxed{\text{サ}}}}{\boxed{\text{シ}}}$ である。

(数学Ⅰ・数学A第2問は次ページに続く。)

〔2〕 次の4つの散布図は，2003年から2012年までの120か月の東京の月別データをまとめたものである。それぞれ，1日の最高気温の月平均(以下，平均最高気温)，1日あたり平均降水量，平均湿度，最高気温25℃以上の日数の割合を横軸にとり，各世帯の1日あたりアイスクリーム平均購入額(以下，購入額)を縦軸としてある。



出典：総務省統計局(2013)『家計調査年報』，『過去の気象データ』(気象庁Webページ)などにより作成

次の $\boxed{\text{ス}}$，$\boxed{\text{セ}}$ に当てはまるものを，下の⓪～④のうちから一つずつ選べ。ただし，解答の順序は問わない。

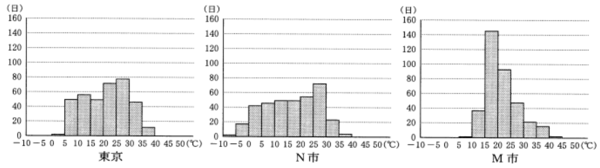
これらの散布図から読み取れることとして正しいものは，$\boxed{\text{ス}}$ と $\boxed{\text{セ}}$ である。

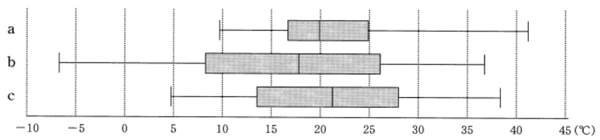
⓪ 平均最高気温が高くなるほど購入額は増加する傾向がある。
① 1日あたり平均降水量が多くなるほど購入額は増加する傾向がある。
② 平均湿度が高くなるほど購入額の散らばりは小さくなる傾向がある。
③ 25℃以上の日数の割合が80％未満の月は，購入額が30円を超えていない。
④ この中で正の相関があるのは，平均湿度と購入額の間のみである。

(数学Ⅰ・数学A第2問は次ページに続く。)

〔3〕 世界4都市(東京，O市，N市，M市)の2013年の365日の各日の最高気温のデータについて考える。

(1) 次のヒストグラムは，東京，N市，M市のデータをまとめたもので，この3都市の箱ひげ図は下のa，b，cのいずれかである。





出典：『過去の気象データ』(気象庁Webページ)などにより作成

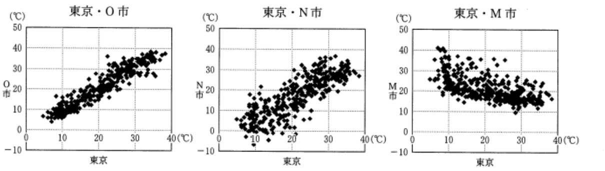
次の $\boxed{\text{ソ}}$ に当てはまるものを，下の⓪～⑤のうちから一つ選べ。

都市名と箱ひげ図の組合せとして正しいものは，$\boxed{\text{ソ}}$ である。

⓪ 東京―a，N市―b，M市―c　① 東京―a，N市―c，M市―b
② 東京―b，N市―a，M市―c　③ 東京―b，N市―c，M市―a
④ 東京―c，N市―a，M市―b　⑤ 東京―c，N市―b，M市―a

(数学Ⅰ・数学A第2問は次ページに続く。)

(2) 次の3つの散布図は，東京，O市，N市，M市の2013年の365日の各日の最高気温のデータをまとめたものである。それぞれ，O市，N市，M市の最高気温を縦軸にとり，東京の最高気温を横軸にとってある。



出典：『過去の気象データ』(気象庁Webページ)などにより作成

次の $\boxed{\text{タ}}$，$\boxed{\text{チ}}$ に当てはまるものを，下の⓪～④のうちから一つずつ選べ。ただし，解答の順序は問わない。

これらの散布図から読み取れることとして正しいものは，$\boxed{\text{タ}}$ と $\boxed{\text{チ}}$ である。

⓪ 東京とN市，東京とM市の最高気温の間にはそれぞれ正の相関がある。
① 東京とN市の最高気温の間には正の相関，東京とM市の最高気温の間には負の相関がある。
② 東京とN市の最高気温の間には負の相関，東京とM市の最高気温の間には正の相関がある。
③ 東京とO市の最高気温の間の相関の方が，東京とN市の最高気温の間の相関より強い。
④ 東京とO市の最高気温の間の相関の方が，東京とN市の最高気温の間の相関より弱い。

(数学Ⅰ・数学A第2問は次ページに続く。)

(3)　次の $\boxed{\text{ツ}}$，$\boxed{\text{テ}}$，$\boxed{\text{ト}}$ に当てはまるものを，下の⓪～⑨のうちから一つずつ選べ。ただし，同じものを繰り返し選んでもよい。

N市では温度の単位として摂氏(℃)のほかに華氏(°F)も使われている。華氏(°F)での温度は，摂氏(℃)での温度を $\dfrac{9}{5}$ 倍し，32を加えると得られる。例えば，摂氏10℃は，$\dfrac{9}{5}$ 倍し32を加えることで華氏50°Fとなる。

したがって，N市の最高気温について，摂氏での分散を X，華氏での分散を Y とすると，$\dfrac{Y}{X}$ は $\boxed{\text{ツ}}$ になる。

東京(摂氏)とN市(摂氏)の共分散を Z，東京(摂氏)とN市(華氏)の共分散を W とすると，$\dfrac{W}{Z}$ は $\boxed{\text{テ}}$ になる(ただし，共分散は2つの変量のそれぞれの偏差の積の平均値)。

東京(摂氏)とN市(摂氏)の相関係数を U，東京(摂氏)とN市(華氏)の相関係数を V とすると，$\dfrac{V}{U}$ は $\boxed{\text{ト}}$ になる。

⓪ $-\dfrac{81}{25}$　① $-\dfrac{9}{5}$　② -1　③ $-\dfrac{5}{9}$　④ $-\dfrac{25}{81}$

⑤ $\dfrac{25}{81}$　⑥ $\dfrac{5}{9}$　⑦ 1　⑧ $\dfrac{9}{5}$　⑨ $\dfrac{81}{25}$

第3問　(選択問題)(配点　20)

赤球4個，青球3個，白球5個，合計12個の球がある。これら12個の球を袋の中に入れ，この袋からAさんがまず1個取り出し，その球をもとに戻さずに続いてBさんが1個取り出す。

(1)　AさんとBさんが取り出した2個の球のなかに，赤球か青球が少なくとも1個含まれている確率は $\dfrac{\boxed{\text{アイ}}}{\boxed{\text{ウエ}}}$ である。

(2)　Aさんが赤球を取り出し，かつBさんが白球を取り出す確率は $\dfrac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カキ}}}$ である。これより，Aさんが取り出した球が赤球であったとき，Bさんが取り出した球が白球である条件付き確率は $\dfrac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケコ}}}$ である。

(数学Ⅰ・数学A第3問は次ページに続く。)

(3)　Aさんは1球取り出したのち，その色を見ずにポケットの中にしまった。Bさんが取り出した球が白球であることがわかったとき，Aさんが取り出した球も白球であった条件付き確率を求めたい。

Aさんが赤球を取り出し，かつBさんが白球を取り出す確率は $\dfrac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カキ}}}$ であり，Aさんが青球を取り出し，かつBさんが白球を取り出す確率は $\dfrac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シス}}}$ である。同様に，Aさんが白球を取り出し，かつBさんが白球を取り出す確率を求めることができ，これらの事象は互いに排反であるから，Bさんが白球を取り出す確率は $\dfrac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソタ}}}$ である。

よって，求める条件付き確率は $\dfrac{\boxed{\text{チ}}}{\boxed{\text{ツテ}}}$ である。

第4問　(選択問題)(配点　20)

(1)　不定方程式

$$92x+197y=1$$

をみたす整数 x，y の組の中で，x の絶対値が最小のものは

$$x=\boxed{\text{アイ}},\quad y=\boxed{\text{ウエ}}$$

である。不定方程式

$$92x+197y=10$$

をみたす整数 x，y の組の中で，x の絶対値が最小のものは

$$x=\boxed{\text{オカキ}},\quad y=\boxed{\text{クケ}}$$

である。

(数学Ⅰ・数学A第4問は次ページに続く。)

(2)　2進法で $11011_{(2)}$ と表される数を4進法で表すと $\boxed{\text{コサシ}}_{(4)}$ である。

次の⓪～⑤の6進法の小数のうち，10進法で表すと有限小数として表せるのは，$\boxed{\text{ス}}$，$\boxed{\text{セ}}$，$\boxed{\text{ソ}}$ である。ただし，解答の順序は問わない。

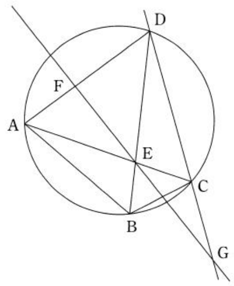
⓪ $0.3_{(6)}$　① $0.4_{(6)}$

② $0.33_{(6)}$　③ $0.43_{(6)}$

④ $0.033_{(6)}$　⑤ $0.043_{(6)}$

第5問　(選択問題)(配点　20)

四角形ABCDにおいて，AB＝4，BC＝2，DA＝DCであり，4つの頂点A，B，C，Dは同一円周上にある。対角線ACと対角線BDの交点をE，線分ADを2：3の比に内分する点をF，直線FEと直線DCの交点をGとする。



参考図

次の $\boxed{\text{ア}}$ には，下の⓪～④のうちから当てはまるものを一つ選べ。

∠ABCの大きさが変化するとき四角形ABCDの外接円の大きさも変化することに注意すると，∠ABCの大きさがいくらであっても，∠DACと大きさが等しい角は，∠DCAと∠DBCと $\boxed{\text{ア}}$ である。

⓪ ∠ABD　① ∠ACB　② ∠ADB

③ ∠BCG　④ ∠BEG

このことより $\dfrac{\text{EC}}{\text{AE}}=\dfrac{\boxed{\text{イ}}}{\boxed{\text{ウ}}}$ である。次に，△ACDと直線FEに着目すると，$\dfrac{\text{GC}}{\text{DG}}=\dfrac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オ}}}$ である。

(数学Ⅰ・数学A第5問は次ページに続く。)

(1) 直線ABが点Gを通る場合について考える。

このとき，△AGDの辺AG上に点Bがあるので，BG = $\boxed{\text{カ}}$ である。

また，直線ABと直線DCが点Gで交わり，4点A，B，C，Dは同一円周上にあるので，DC = $\boxed{\text{キ}}\sqrt{\boxed{\text{ク}}}$ である。

(2) 四角形ABCDの外接円の直径が最小となる場合について考える。

このとき，四角形ABCDの外接円の直径は $\boxed{\text{ケ}}$ であり，

∠BAC = $\boxed{\text{コサ}}$° である。

また，直線FEと直線ABの交点をHとするとき，$\dfrac{\text{GC}}{\text{DG}} = \dfrac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オ}}}$ の関係に着目してAHを求めると，AH = $\boxed{\text{シ}}$ である。

【数学Ⅱ・数学B】

第1問 (必答問題)(配点 30)

〔1〕

(1) $8^{\frac{5}{6}} = \boxed{\text{ア}}\sqrt{\boxed{\text{イ}}}$，$\log_{27}\dfrac{1}{9} = \dfrac{\boxed{\text{ウエ}}}{\boxed{\text{オ}}}$ である。

(2) $y = 2^x$ のグラフと $y = \left(\dfrac{1}{2}\right)^x$ のグラフは $\boxed{\text{カ}}$ である。

$y = 2^x$ のグラフと $y = \log_2 x$ のグラフは $\boxed{\text{キ}}$ である。

$y = \log_2 x$ のグラフと $y = \log_{\frac{1}{2}} x$ のグラフは $\boxed{\text{ク}}$ である。

$y = \log_2 x$ のグラフと $y = \log_2 \dfrac{1}{x}$ のグラフは $\boxed{\text{ケ}}$ である。

$\boxed{\text{カ}}$ ～ $\boxed{\text{ケ}}$ に当てはまるものを，次の⓪～③のうちから一つずつ選べ。ただし，同じものを繰り返し選んでもよい。

⓪ 同一のもの　　① x 軸に関して対称

② y 軸に関して対称　　③ 直線 $y = x$ に関して対称

(数学Ⅱ・数学B第1問は次ページに続く。)

(3) $x > 0$ の範囲における関数 $y = \left(\log_2 \dfrac{x}{4}\right)^2 - 4\log_4 x + 3$ の最小値を求めよう。

$t = \log_2 x$ とおく。このとき，$y = t^2 - \boxed{\text{コ}}\,t + \boxed{\text{サ}}$ である。

また，x が $x > 0$ の範囲を動くとき，t のとり得る値の範囲は $\boxed{\text{シ}}$ である。$\boxed{\text{シ}}$ に当てはまるものを，次の⓪～③のうちから一つ選べ。

⓪ $t > 0$　　① $t > 1$

② $t > 0$ かつ $t \neq 1$　　③ 実数全体

したがって，y は $t = \boxed{\text{ス}}$ のとき，すなわち $x = \boxed{\text{セ}}$ のとき，最小値 $\boxed{\text{ソタ}}$ をとる。

(数学Ⅱ・数学B第1問は次ページに続く。)

〔2〕 k を正の定数として

$$\cos^2 x - \sin^2 x + k\left(\frac{1}{\cos^2 x} - \frac{1}{\sin^2 x}\right) = 0 \qquad \cdots\cdots ①$$

を満たす x について考える。

(1) $0 < x < \dfrac{\pi}{2}$ の範囲で①を満たす x の個数について考えよう。

①の両辺に $\sin^2 x \cos^2 x$ をかけ，2倍角の公式を用いて変形すると

$$\left(\frac{\sin^2 2x}{\boxed{\text{チ}}} - k\right)\cos 2x = 0 \qquad \cdots\cdots ②$$

を得る。したがって，k の値に関係なく，$x = \dfrac{\pi}{\boxed{\text{ツ}}}$ のときはつねに①が成り立つ。また，$0 < x < \dfrac{\pi}{2}$ の範囲で $0 < \sin^2 2x \leqq 1$ であるから，$k > \dfrac{\boxed{\text{テ}}}{\boxed{\text{ト}}}$ のとき，①を満たす x は $\dfrac{\pi}{\boxed{\text{ツ}}}$ のみである。一方，$0 < k < \dfrac{\boxed{\text{テ}}}{\boxed{\text{ト}}}$ のとき，①を満たす x の個数は $\boxed{\text{ナ}}$ 個であり，$k = \dfrac{\boxed{\text{テ}}}{\boxed{\text{ト}}}$ のときは $\boxed{\text{ニ}}$ 個である。

(数学Ⅱ・数学B第1問は次ページに続く。)

(2) $k = \dfrac{4}{25}$ とし，$\dfrac{\pi}{4} < x < \dfrac{\pi}{2}$ の範囲で①を満たす x について考えよう。

②により $\sin 2x = \dfrac{\boxed{\text{ヌ}}}{\boxed{\text{ネ}}}$ であるから

$$\cos 2x = \frac{\boxed{\text{ノハ}}}{\boxed{\text{ヒ}}}$$

である。したがって

$$\cos x = \frac{\sqrt{\boxed{\text{フ}}}}{\boxed{\text{ヘ}}}$$

である。

第2問 (必答問題)(配点 30)

座標平面上で，放物線 $y = \dfrac{1}{2}x^2 + \dfrac{1}{2}$ を C_1 とし，放物線 $y = \dfrac{1}{4}x^2$ を C_2 とする。

(1) 実数 a に対して，2直線 $x = a$，$x = a + 1$ と C_1，C_2 で囲まれた図形 D の面積 S は

$$S = \int_a^{a+1}\left(\frac{1}{\boxed{\text{ア}}}x^2 + \frac{1}{\boxed{\text{イ}}}\right)dx$$

$$= \frac{a^2}{\boxed{\text{ウ}}} + \frac{a}{\boxed{\text{エ}}} + \frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カキ}}}$$

である。S は $a = \dfrac{\boxed{\text{クケ}}}{\boxed{\text{コ}}}$ で最小値 $\dfrac{\boxed{\text{サシ}}}{\boxed{\text{スセ}}}$ をとる。

(2) 4点 $(a, 0)$，$(a + 1, 0)$，$(a + 1, 1)$，$(a, 1)$ を頂点とする正方形を R で表す。a が $a \geqq 0$ の範囲を動くとき，正方形 R と(1)の図形 D の共通部分の面積を T とおく。T が最大となる a の値を求めよう。

直線 $y = 1$ は，C_1 と $\left(\pm\boxed{\text{ソ}}, 1\right)$ で，C_2 と $\left(\pm\boxed{\text{タ}}, 1\right)$ で交わる。したがって，正方形 R と図形 D の共通部分が空集合にならないのは，$0 \leqq a \leqq \boxed{\text{チ}}$ のときである。

(数学Ⅱ・数学B第2問は次ページに続く。)

$\boxed{\text{ソ}} \leqq a \leqq \boxed{\text{チ}}$ のとき，正方形 R は放物線 C_1 と x 軸の間にあり，この範囲で a が増加するとき，T は $\boxed{\text{ツ}}$。$\boxed{\text{ツ}}$ に当てはまるものを，次の⓪～②のうちから一つ選べ。

⓪ 増加する　　① 減少する　　② 変化しない

したがって，T が最大になる a の値は，$0 \leqq a \leqq \boxed{\text{ソ}}$ の範囲にある。

$0 \leqq a \leqq \boxed{\text{ソ}}$ のとき，(1)の図形 D のうち，正方形 R の外側にある部分の面積 U は

$$U = \frac{a^3}{\boxed{\text{テ}}} + \frac{a^2}{\boxed{\text{ト}}}$$

である。よって，$0 \leqq a \leqq \boxed{\text{ソ}}$ において

$$T = -\frac{a^3}{\boxed{\text{ナ}}} - \frac{a^2}{\boxed{\text{ニ}}} + \frac{a}{\boxed{\text{ヌ}}} + \frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カキ}}} \quad \cdots\cdots ①$$

である。① の右辺の増減を調べることにより，T は

$$a = \frac{\boxed{\text{ネノ}} + \sqrt{\boxed{\text{ハ}}}}{\boxed{\text{ヒ}}}$$

で最大値をとることがわかる。

第３問 （選択問題）（配点　20）

真分数を分母の小さい順に，分母が同じ場合には分子の小さい順に並べてできる数列

$$\frac{1}{2},\ \frac{1}{3},\ \frac{2}{3},\ \frac{1}{4},\ \frac{2}{4},\ \frac{3}{4},\ \frac{1}{5},\ \cdots$$

を $\{a_n\}$ とする。真分数とは，分子と分母がともに自然数で，分子が分母より小さい分数のことであり，上の数列では，約分できる形の分数も含めて並べている。以下の問題に分数形で解答する場合は，**解答上の注意**にあるように，それ以上約分できない形で答えよ。

(1)　$a_{15} = \dfrac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$ である。また，分母に初めて 8 が現れる項は，$a_{\boxed{\text{ウエ}}}$ である。

(2)　k を 2 以上の自然数とする。数列 $\{a_n\}$ において，$\dfrac{1}{k}$ が初めて現れる項を第 M_k 項とし，$\dfrac{k-1}{k}$ が初めて現れる項を第 N_k 項とすると

$$M_k = \frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}}k^2 - \frac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}}k + \boxed{\text{ケ}}$$

$$N_k = \frac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}}k^2 - \frac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{ス}}}k$$

である。よって，$a_{104} = \dfrac{\boxed{\text{セソ}}}{\boxed{\text{タチ}}}$ である。

（数学Ⅱ・数学B第３問は次ページに続く。）

(3)　k を 2 以上の自然数とする。数列 $\{a_n\}$ の第 M_k 項から第 N_k 項までの和は，$\dfrac{\boxed{\text{ツ}}}{\boxed{\text{テ}}}k - \dfrac{\boxed{\text{ト}}}{\boxed{\text{ナ}}}$ である。したがって，数列 $\{a_n\}$ の初項から第 N_k 項までの和は

$$\frac{\boxed{\text{ニ}}}{\boxed{\text{ヌ}}}k^2 - \frac{\boxed{\text{ネ}}}{\boxed{\text{ノ}}}k$$

である。よって

$$\sum_{n=1}^{103} a_n = \frac{\boxed{\text{ハヒフ}}}{\boxed{\text{ヘホ}}}$$

である。

第４問 （選択問題）（配点　20）

四面体 OABC において，$|\overrightarrow{\mathrm{OA}}| = 3$，$|\overrightarrow{\mathrm{OB}}| = |\overrightarrow{\mathrm{OC}}| = 2$，$\angle\mathrm{AOB} = \angle\mathrm{BOC} = \angle\mathrm{COA} = 60^\circ$ であるとする。また，辺 OA 上に点 P をとり，辺 BC 上に点 Q をとる。以下，$\overrightarrow{\mathrm{OA}} = \vec{a}$，$\overrightarrow{\mathrm{OB}} = \vec{b}$，$\overrightarrow{\mathrm{OC}} = \vec{c}$ とおく。

(1)　$0 \leqq s \leqq 1$，$0 \leqq t \leqq 1$ であるような実数 s，t を用いて $\overrightarrow{\mathrm{OP}} = s\vec{a}$，$\overrightarrow{\mathrm{OQ}} = (1-t)\vec{b} + t\vec{c}$ と表す。$\vec{a}\cdot\vec{b} = \vec{a}\cdot\vec{c} = \boxed{\text{ア}}$，$\vec{b}\cdot\vec{c} = \boxed{\text{イ}}$ であることから

$$|\overrightarrow{\mathrm{PQ}}|^2 = \left(\boxed{\text{ウ}}s - \boxed{\text{エ}}\right)^2 + \left(\boxed{\text{オ}}t - \boxed{\text{カ}}\right)^2 + \boxed{\text{キ}}$$

となる。したがって，$|\overrightarrow{\mathrm{PQ}}|$ が最小となるのは $s = \dfrac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}}$，$t = \dfrac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}}$ のときであり，このとき $|\overrightarrow{\mathrm{PQ}}| = \sqrt{\boxed{\text{シ}}}$ となる。

（数学Ⅱ・数学B第４問は次ページに続く。）

(2)　三角形 ABC の重心を G とする。$|\overrightarrow{\mathrm{PQ}}| = \sqrt{\boxed{\text{シ}}}$ のとき，三角形 GPQ の面積を求めよう。

$\overrightarrow{\mathrm{OA}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{PQ}} = \boxed{\text{ス}}$ から，$\angle\mathrm{APQ} = \boxed{\text{セソ}}^\circ$ である。したがって，三角形 APQ の面積は $\sqrt{\boxed{\text{タ}}}$ である。また

$$\overrightarrow{\mathrm{OG}} = \frac{\boxed{\text{チ}}}{\boxed{\text{ツ}}}\overrightarrow{\mathrm{OA}} + \frac{\boxed{\text{テ}}}{\boxed{\text{ト}}}\overrightarrow{\mathrm{OQ}}$$

であり，点 G は線分 AQ を $\boxed{\text{ナ}}$: 1 に内分する点である。

以上のことから，三角形 GPQ の面積は $\dfrac{\sqrt{\boxed{\text{ニ}}}}{\boxed{\text{ヌ}}}$ である。

第５問 （選択問題）（配点　20）

n を自然数とする。原点 O から出発して数直線上を n 回移動する点 A を考える。点 A は，1 回ごとに，確率 p で正の向きに 3 だけ移動し，確率 $1-p$ で負の向きに 1 だけ移動する。ここで，$0 < p < 1$ である。n 回移動した後の点 A の座標を X とし，n 回の移動のうち正の向きの移動の回数を Y とする。

以下の問題を解答するにあたっては，必要に応じて 29 ページの正規分布表を用いてもよい。

(1)　$p = \dfrac{1}{3}$，$n = 2$ のとき，確率変数 X のとり得る値は，小さい順に $-\boxed{\text{ア}}$，$\boxed{\text{イ}}$，$\boxed{\text{ウ}}$ であり，これらの値をとる確率は，それぞれ $\dfrac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オ}}}$，$\dfrac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{オ}}}$，$\dfrac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{オ}}}$ である。

（数学Ⅱ・数学B第５問は次ページに続く。）

(2)　n 回移動したとき，X と Y の間に

$$X = \boxed{\text{ク}}n + \boxed{\text{ケ}}Y$$

の関係が成り立つ。

確率変数 Y の平均（期待値）は $\boxed{\text{コ}}$，分散は $\boxed{\text{サ}}$ なので，X の平均は $\boxed{\text{シ}}$，分散は $\boxed{\text{ス}}$ である。$\boxed{\text{コ}}$ ～ $\boxed{\text{ス}}$ に当てはまるものを，次の⓪～ⓑのうちから一つずつ選べ。ただし，同じものを繰り返し選んでもよい。

⓪ np　　① $np(1-p)$　　② $\dfrac{p(1-p)}{n}$

③ $2np$　　④ $2np(1-p)$　　⑤ $p(1-p)$

⑥ $4np$　　⑦ $4np(1-p)$　　⑧ $16np(1-p)$

⑨ $4np-n$　　ⓐ $4np(1-p)-n$　　ⓑ $16np(1-p)-n$

（数学Ⅱ・数学B第５問は次ページに続く。）

(3) $p=\dfrac{1}{4}$ のとき，1200 回移動した後の点 A の座標 X が 120 以上になる確率の近似値を求めよう。

(2)により，Y の平均は $\boxed{\text{セソタ}}$，標準偏差は $\boxed{\text{チツ}}$ であり，求める確率は次のようになる。

$$P(X \geqq 120)=P\left(\frac{Y-\boxed{\text{セソタ}}}{\boxed{\text{チツ}}} \geqq \boxed{\text{テ}}.\boxed{\text{トナ}}\right)$$

いま，標準正規分布に従う確率変数を Z とすると，$n=1200$ は十分に大きいので，求める確率の近似値は正規分布表から次のように求められる。

$$P\left(Z \geqq \boxed{\text{テ}}.\boxed{\text{トナ}}\right)=0.\boxed{\text{ニヌネ}}$$

(4) p の値がわからないとする。2400 回移動した後の点 A の座標が $X=1440$ のとき，p に対する信頼度 95 % の信頼区間を求めよう。

n 回移動したときに Y がとる値を y とし，$r=\dfrac{y}{n}$ とおくと，n が十分に大きいならば，確率変数 $R=\dfrac{Y}{n}$ は近似的に平均 p，分散 $\dfrac{p(1-p)}{n}$ の正規分布に従う。

$n=2400$ は十分に大きいので，このことを利用し，分散を $\dfrac{r(1-r)}{n}$ で置き換えることにより，求める信頼区間は

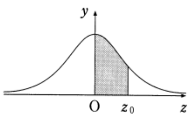
$$0.\boxed{\text{ノハヒ}} \leqq p \leqq 0.\boxed{\text{フヘホ}}$$

となる。

(数学Ⅱ・数学B第 5 問は次ページに続く。)

正 規 分 布 表

次の表は，標準正規分布の分布曲線における右図の灰色部分の面積の値をまとめたものである。



z_0	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.0000	0.0040	0.0080	0.0120	0.0160	0.0199	0.0239	0.0279	0.0319	0.0359
0.1	0.0398	0.0438	0.0478	0.0517	0.0557	0.0596	0.0636	0.0675	0.0714	0.0753
0.2	0.0793	0.0832	0.0871	0.0910	0.0948	0.0987	0.1026	0.1064	0.1103	0.1141
0.3	0.1179	0.1217	0.1255	0.1293	0.1331	0.1368	0.1406	0.1443	0.1480	0.1517
0.4	0.1554	0.1591	0.1628	0.1664	0.1700	0.1736	0.1772	0.1808	0.1844	0.1879
0.5	0.1915	0.1950	0.1985	0.2019	0.2054	0.2088	0.2123	0.2157	0.2190	0.2224
0.6	0.2257	0.2291	0.2324	0.2357	0.2389	0.2422	0.2454	0.2486	0.2517	0.2549
0.7	0.2580	0.2611	0.2642	0.2673	0.2704	0.2734	0.2764	0.2794	0.2823	0.2852
0.8	0.2881	0.2910	0.2939	0.2967	0.2995	0.3023	0.3051	0.3078	0.3106	0.3133
0.9	0.3159	0.3186	0.3212	0.3238	0.3264	0.3289	0.3315	0.3340	0.3365	0.3389
1.0	0.3413	0.3438	0.3461	0.3485	0.3508	0.3531	0.3554	0.3577	0.3599	0.3621
1.1	0.3643	0.3665	0.3686	0.3708	0.3729	0.3749	0.3770	0.3790	0.3810	0.3830
1.2	0.3849	0.3869	0.3888	0.3907	0.3925	0.3944	0.3962	0.3980	0.3997	0.4015
1.3	0.4032	0.4049	0.4066	0.4082	0.4099	0.4115	0.4131	0.4147	0.4162	0.4177
1.4	0.4192	0.4207	0.4222	0.4236	0.4251	0.4265	0.4279	0.4292	0.4306	0.4319
1.5	0.4332	0.4345	0.4357	0.4370	0.4382	0.4394	0.4406	0.4418	0.4429	0.4441
1.6	0.4452	0.4463	0.4474	0.4484	0.4495	0.4505	0.4515	0.4525	0.4535	0.4545
1.7	0.4554	0.4564	0.4573	0.4582	0.4591	0.4599	0.4608	0.4616	0.4625	0.4633
1.8	0.4641	0.4649	0.4656	0.4664	0.4671	0.4678	0.4686	0.4693	0.4699	0.4706
1.9	0.4713	0.4719	0.4726	0.4732	0.4738	0.4744	0.4750	0.4756	0.4761	0.4767
2.0	0.4772	0.4778	0.4783	0.4788	0.4793	0.4798	0.4803	0.4808	0.4812	0.4817
2.1	0.4821	0.4826	0.4830	0.4834	0.4838	0.4842	0.4846	0.4850	0.4854	0.4857
2.2	0.4861	0.4864	0.4868	0.4871	0.4875	0.4878	0.4881	0.4884	0.4887	0.4890
2.3	0.4893	0.4896	0.4898	0.4901	0.4904	0.4906	0.4909	0.4911	0.4913	0.4916
2.4	0.4918	0.4920	0.4922	0.4925	0.4927	0.4929	0.4931	0.4932	0.4934	0.4936
2.5	0.4938	0.4940	0.4941	0.4943	0.4945	0.4946	0.4948	0.4949	0.4951	0.4952
2.6	0.4953	0.4955	0.4956	0.4957	0.4959	0.4960	0.4961	0.4962	0.4963	0.4964
2.7	0.4965	0.4966	0.4967	0.4968	0.4969	0.4970	0.4971	0.4972	0.4973	0.4974
2.8	0.4974	0.4975	0.4976	0.4977	0.4977	0.4978	0.4979	0.4979	0.4980	0.4981
2.9	0.4981	0.4982	0.4982	0.4983	0.4984	0.4984	0.4985	0.4985	0.4986	0.4986
3.0	0.4987	0.4987	0.4987	0.4988	0.4988	0.4989	0.4989	0.4989	0.4990	0.4990