国公立大学入試問題の研究－岡山大学・広島大学の入試問題の研究－

愛媛県立西条高等学校　三浦　怜也

1　はじめに

私は今回の研究テーマを岡山大学と広島大学の入試問題の研究とした。岡山大学と広島大学は愛媛県からも多くの生徒が受験している。平成29年度入試において、岡山大学は合格者が168名、広島大学は合格者が115名であった。平成28年度入試、平成27年度入試も同程度の合格者になっており、今後も愛媛県からこの２つの大学を受験する生徒は多いと考えられる。

私は今年度から西条高校に勤務させていただいている。国公立大学を目指す生徒も多い中、私自身は昨年までも工業高校に勤務していたため大学進学の受験指導の知識もまだまだ乏しい。今回の研究を通して、国公立大学の入試問題を研究し、自身の受験指導のスキル向上を図りたいと思いこのテーマを設定した。

2　試験内容一覧

(1)　岡山大学　前期試験

【理・工・環境理工・農・医・歯・薬・教育】

（ⅠⅡⅢＡＢ）

2017年度

番号	科　　目	内　　　容
1	Ａ（組合せ、確率）	６～８人を複数の班に分ける
2	Ⅲ（接線、面積）	対数関数の共通接線とそれらに囲まれる範囲の面積
3	Ｂ・Ⅲ（空間ベクトル、体積）	空間ベクトルの成分表示、回転体の体積
4	Ｂ・Ⅲ（複素数平面、漸化式、極限）	複素数と漸化式の融合問題

2016年度

番号	科　　目	内　　　容
1	Ａ（約数と倍数）	階乗に含まれる素因数の個数を考える
2	Ⅱ（加法定理、関数のグラフ）	３次方程式の解の個数、３倍角の利用
3	Ⅲ（関数の凹凸、変曲点、面積）	変曲点の軌跡、曲線で囲まれた部分の面積
4	Ｂ（空間ベクトルと図形）	球と直線の交点、空間ベクトルと図形の利用

2015年度

番号	科　　目	内　　　容
1	Ａ・Ｂ（確率、数列）	２枚のカードを同時に引く確率
2	Ｂ（空間ベクトル）	球の中心と半径、球と直線の交点
3	Ⅲ（数列の極限、面積）	(n+2)次の関数と数列の融合問題、接線、面積、極限
4	Ａ・Ⅱ（空間図形、定積分）	立方体を平面で切った切り口の面積、定積分

【経済・教育】（ⅠⅡＡＢ）

2017年度

番号	科　　目	内　　　容
1	Ⅱ（接線、微分方程式）	３次関数の接線、接線が３本存在する範囲
2	Ａ（整数問題、不定方程式）	自然数を７で割った余りの計算、不定方程式
3	Ⅰ（２次関数の最大、最小）	定義域に文字を含む２次関数の最大値、最小値
4	Ｂ（平面ベクトル、内積）	ベクトルの内積、ベクトルと図形の応用

2016年度

番号	科　　目	内　　　容
1	Ⅱ（複素数）	１の３乗根であるωの計算、二項定理の利用
2	Ｂ（ベクトルと図形）	球と直線の交点、空間ベクトルと図形の利用
3	Ａ・Ⅱ（確率、三角関数）	サイコロを３回投げた目によって定める三角形が特定の三角形になる確率
4	Ⅱ（加法定理、関数のグラフ）	３次方程式の解の個数と、３倍角の利用 （理系の問２と同じ）

2015年度

番号	科　　目	内　　　容
1	Ａ・Ｂ（確率、数列）	２枚のカードを同時に引く確率（理系の問１と同じ）
2	Ⅰ（図形の計量）	正弦定理・余弦定理、三角形の面積の最小

3	Ｂ（数列・漸化式）	漸化式と階差数列を利用して一般項を求める
4	Ⅱ（微積分、接線、法線）	接線から２次関数の決定、曲線で囲まれた面積

⑵　広島大学（前期）

【理・工・医・歯・薬・教育・総合学科・生物生産】（ⅠⅡⅢＡＢ）

2017 年度

番号	科　目	内　容
1	Ｂ・Ⅲ（数列の極限、漸化式）	三角関数の漸化式、数学的帰納法、数列の極限
2	Ⅱ（円と曲線、微分法の応用）	３次関数の最小値、４次関数と円の共有点、動点との距離の最小値
3	Ａ・Ｂ（反復試行、漸化式と確率）	コインの表裏によって、三角形の頂点を移動する動点の確率
4	Ⅲ（面積、体積）	楕円の面積、楕円柱を斜めに切った立体の体積
5	Ａ・Ｂ（不定方程式、平面ベクトルの成分）	格子点と内積、四角形の内部および周にある格子点の個数と不定方程式

2016 年度

番号	科　目	内　容
1	Ｂ（空間ベクトルと図形）	空間ベクトルの成分表示、内積の利用、四面体の体積
2	Ⅲ（逆関数、合成関数、面積）	逆関数を求める問題、面積
3	Ⅲ・Ｂ（複素数と図形、漸化式）	複素数平面上の点、数列の極限
4	Ａ（確率）	コインを投げて、表裏によってｘｙ平面上を動く点の確率
5	Ａ（除法の性質、整数の分類）	2^n の下２桁と下３桁の周期性と除法の利用

2015 年度

番号	科　目	内　容
1	Ⅲ（体積、面積）	円と曲線の面積、回転体の対積
2	Ⅲ（数列の極限）	数列の極限、漸化式
3	Ｂ（空間ベクトル、ベクトル方程式）	直線の交点、空間ベクトル
4	Ⅲ（関数の極限、接線）	楕円と曲線の交点、極限
5	Ａ（重複順列）	重複順列

【経済・教育（一部）・歯（一部）】（ⅠⅡＡＢ）

2017 年度

番号	科　目	内　容
1	Ⅱ（三角関数と図形、三角関数の方程式）	三角関数で座標が与えられた２点間の距離とその最大値、最小値
2	Ⅱ・Ｂ（図形と方程式、平面ベクトル、漸化式）	直線の方程式と、その交点の座標、ベクトルの内積の利用、漸化式
3	Ａ・Ⅱ（反復試行、常用対数の利用）	サイコロをｎ個投げ、出た目の積の確率
4	Ⅱ（微積分、接線、面積）	３次関数の接線、曲線と直線で囲まれた面積

2016 年度

番号	科　目	内　容
1	Ⅱ（円と直線、面積）	円と 2 次関数の接線、面積
2	Ⅰ（正弦定理、余弦定理）	正弦定理、余弦定理の利用
3	Ｂ（空間ベクトルと図形）	空間ベクトルの成分表示、内積の利用、四面体の体積
4	Ａ（確率）	コインを投げて、表裏によってｘｙ平面上を動く点の確率
5	Ⅰ（データの整理）	平均値、分散、中央値

2015 年度

番号	科　目	内　容
1	Ⅱ（接線、直線の方程式）	2 次関数と 3 次関数の接線、3 本の接線の条件
2	Ｂ（数列）	対数の数列、漸化式
3	Ｂ（平面ベクトル）	2 直線の交点、面積
4	Ⅱ（面積、最大値、最小値）	3 つの放物線に囲まれた面積、面積の最大値

(3)　広島大学（後期）

【理】（ⅠⅡⅢＡＢ）

2017 年度

番号	科　　目	内　　　容
1	Ⅲ（面積、体積）	曲線の共有点、囲まれた面積、回転体の体積
2	Ⅲ・Ｂ（複素数平面と図形、数列）	３つの複素数を複素数平面上にとり、それらの点と性質を満たす点Ｐに対応する複素数について
3	Ⅱ・Ⅲ（不等式の証明、微分法の不等式への応用）	微分法を利用した不等式の証明、恒等式の利用
4	Ｂ（確率と漸化式、数学的帰納法）	サイコロを投げて出た目に応じて、数直線上を移動する点Ｒについて
5	Ⅰ・Ⅲ（三角比、楕円）	地面に立てた棒の影と太陽の光の位置関係、棒の影が描く軌跡

2016 年度

番号	科　　目	内　　　容
1	Ｂ（ベクトル方程式、空間ベクトル）	４点が同一平面上にあることを利用、四面体の体積、空間ベクトル
2	Ⅱ（指数・対数方程式）	対数の計算、対数方程式の解がただ１つ存在する条件
3	Ⅲ（複素数平面）	複素数の変形、複素数平面上を描く図形
4	Ⅱ・Ⅲ（加法定理、面積）	加法定理の利用、面積、三角関数の最大・最小
5	Ｂ（確率、漸化式）	袋から球を取り出す確率、漸化式

2015 年度

番号	科　　目	内　　　容
1	Ｂ（空間ベクトル）	三角形の面積の証明、四面体の体積
2	Ａ・Ⅱ（確率、微分）	サイコロの出た目を用いて作られた 2 次方程式が解をもつ条件、確率
3	Ⅲ（面積、接線、法線）	楕円の法線、面積
4	Ⅱ（軌跡、加法定理）	2 つの円の接線と軌跡､加法定理の利用
5	Ａ（約数と倍数、素因数分解）	約数の個数と素因数分解

【総合科学部】

2017 年度

番号	科　　目	内　　　容
1	Ⅲ（2 次曲線と直線、軌跡）	楕円の接線、楕円の直線の共有点の軌跡
2	Ａ・Ｂ（確率、数列）	ｘｙ平面上の領域の格子点、数列と確率
3	Ⅲ（定積分、数列の極限）	区分求積法の利用、はさみうちの原理の利用、極限
4	Ⅱ・Ｂ（高次方程式、数列）	高次方程式、数列の応用

2016 年度

番号	科　　目	内　　　容
1	Ｂ（空間ベクトル）	空間ベクトルと図形、内積の利用、四面体の体積
2	Ａ（整数問題、確率）	整数を割った余りに関する問題、確率
3	Ⅰ・Ⅱ（余弦定理、点と直線）	正八角形の対角線で囲まれた面積
4	Ⅲ（定積分、数列）	周期関数と定積分、数列の極限

2015 年度

番号	科　　目	内　　　容
1	Ⅲ（関数の増減、面積）	対数を含む関数のグラフの概形、凹凸、面積、極限
2	Ｂ（平面ベクトルと図形）	三角形の内分、重心、外心
3	Ｂ（数列）	数列の和がもう一方の数列の和で割り切れることの証明
4	Ａ（独立・反復試行の確率）	箱から球を取り出し出た球の目によって得点と勝敗が決まる確率

３　傾向分析

過去３年間の入試問題では、どちらの大学も標準的な難易度の入試問題が出題されていた。特に広島大学では誘導も丁寧であり、問題の題意を読み取れば解答に至る道筋も考えやすいと思われる。

岡山大学の入試問題の出題傾向としては、理系の学部では数学Ⅲは当然として、数学Ｂのベクトルと数学Ａの確率や約数・倍数、整数問題も問題が出題されやすい。ベクトルは平

面だけでなく空間ベクトルの問題も十分に練習しておく必要がある。数学Aの問題はそれほど難問ではないが、毎年出題されていることからも、十分準備して挑みたい。

広島大学では、理系学部で数学Ⅲの比重が大きい。誘導もあり解きやすい問題が多いが、標準的な入試問題を多く演習しておくことが大切である。また、確率の出題率も高い。岡山大学と同じく、十分演習をしてから臨みたい。

どちらの大学も数学Aの出題が多い。現在担当している1年生の授業でも、入試問題にチャレンジという形で挑戦させてみたいと思う問題もあった。以下、過去問を一部紹介する。

4　過去問紹介

岡山大学前期 2017 年度　問1

【経済・教育】

自然数 a を 7 で割った余りを $R(a)$ と書くことにする。このとき以下の問いに答えよ。

(1) すべての自然数 n に対して $R(2^{n+3})=R(2^n)$ となることを示せ。

(2) $R(2^{2017})$ を求めよ。

(3) 自然数 m が $R(2^{2017}m+2^{29})=5$ を満たすとき、$R(m)$ の値を求めよ。

＜解答＞

(1)　$2^{n+3}=8\cdot 2^n$

$=7\cdot 2^n+2^n$

よって、2^{n+3} を 7 で割った余りは等しい。

すなわち、$R(2^{n+3})=R(2^n)$ が成り立つ。

(2)　2017＝672×3＋1 なので、　(1)より、

$R(2^{2017})=R(2^{672\times 3+1})$

$=R(2^1)=2$

(3)　(2)から、$2^{2017}=7p+2$ （p は自然数）

また、$2^{29}=2^{3\times 9+2}$ なので、

$R(2^{29})=R(2^2)=4$

すなわち、$2^{29}=7q+4$ （q は自然数）と表せる。

$2^{2017}m+2^{29}=(7p+2)m+(7q+4)$

$=7(pm+q)+(2m+4)$

$pm+q$ は自然数なので、

$R(2^{2017}m+2^{29})=R(2m+4)$

よって、$R(2m+4)=5$ となる。

したがって、$2m+4=7k+5$ と表せる。（k は正の整数）

$2m-7k=1$ ・・・①

$2\times 4-7\times 1=1$ より、①の式から辺々を引いて、

$2(m-4)-7(k-1)=0$

$2(m-4)=7(k-1)$

2 と 7 は互いに素であるので、$m-4$ は 7 の倍数である。

よって $R(m)=4$

岡山大学前期 2016 年度　問1

【理・工・環境理工・農・医・歯・薬・教育】

p は素数とする。正の整数 n に対し、p^d が n の約数となる整数 $d\,(d\geq 0)$ の中で、最大のものを $f(n)$ とする。このとき以下の問いに答えなさい。

(1)　$p=3$、$n=3^2!$ のとき、$f(n)$ の値を求めよ。

(2)　$p=5$、$n=5^2!$ のとき、$f(n)$ の値を求めよ。

(3)　m が正の整数で、$n=p^m!$ のとき $f(n)$ を求めよ。

＜解答＞

(1)　$n=1\cdot 2\cdot 3\cdot\cdots\cdot 3^2$ である。1 から 3^2 の中に 3 の倍数は 3 個ある。また、3^2 の倍数は 1 個あるので、

$n=3^4\times N$

と表せる。N は 3 と互いに素の自然数である。

よって、$f(n)=4$

(2)　$n=1\cdot 2\cdot 3\cdot\cdots\cdot 5^2$ である。(1)と同様に、1 から 5^2 の中には 5 の倍数は $5^2\div 5=5$ 個ある。また、5^2 の倍数は 1 個あるので、

$n=5^6\times M$

と表せる。M は 5 と互いに素の自然数とする。よって、

$f(n)=6$

(3)　$n=1\cdot 2\cdot 3\cdot\cdots\cdot p^m$ である。p^m の中に p^k の倍数は

$p^m\div p^k=p^{m-k}$ 個ある。よって、

$n=p^{p^{m-1}+p^{m-2}+\cdots+p^{m-m}}\times L$

と表せる。L は p と互いに素の自然数とする。したがって、

p^d が n 約数となる最大の d は

$d=p^{m-1}+p^{m-2}+\cdots+p^0$

$=\dfrac{1-p^m}{1-p}$

よって、$f(n)=\dfrac{1-p^m}{1-p}$

広島大学後期 2016 年度　問２
【総合学科（理科系）】
次の問いに答えなさい。
(1)　980 x を 2016 で割った余りが 28 となる整数 x は存在するか、理由をつけて答えよ。
(2)　1000 x を 2016 で割った余りが 28 となる整数 x は存在するか、理由をつけて答えよ。
(3)　自然数 n に対して、1+2+…+n を n で割った余りを求めよ。
(4)　1 個のさいころを 3 回続けて投げて出た目の数を掛け合わせる。このとき得られた数を 3 で割ったら 1 余る確率を求めよ。

＜解答＞
(1)　980 x を 2016 で割った余りが 28 なので、
$$980x = 2016p + 28$$
を満たす整数 p が存在する。
この両辺を 28 で割って、
$$35x = 72p + 1$$
$$35(x - 2p) - 2p = 1$$
この方程式を満たす組は、たとえば
$$x - 2p = 1、\ p = 17$$
すなわち $x = 35$、 $p = 17$
よって、980 x を 2016 で割った余りが 28 となる整数が存在する。
(2)　1000 x を 2016 で割った余りが 28 となるとき、
$$1000x = 2016q + 28$$
を満たす整数 q が存在する。
両辺を 4 で割って、
$$250\ x = 504\ q + 7$$
$$2(125x - 252q) = 7$$
ここで、q は整数ならば $125x - 252q$ は整数。このとき、左辺は偶数であるが右辺は奇数となり矛盾する。
よって、1000 x を 2016 で割った余りが 28 となる整数 x は存在しない。

(3)　$1 + 2 + 3 + \cdots + n = \frac{1}{2}n(n+1)$
ここで、自然数 m として $n = 2m - 1$ のとき、
$$\frac{(2m-1)(2m-1+1)}{2} = m(2m-1)$$
となり、n で割り切れる。
$n = 2m$ のとき、
$$\frac{2m(2m+1)}{2} = m(2m+1) = 2m \times m + m$$
となり、n で割った余りは m 、つまり $\frac{n}{2}$ となる。
以上より、n が奇数のとき余りは 0
n が偶数のときは、余りは $\frac{n}{2}$
(4)　1～6 の数をそれぞれ 3 で割った余りは 0、1、2 である。余りが 0 となるグループをＡとするとＡ＝｛3、6｝、余りが 1 のグループをＢとすると、Ｂ＝｛1、4｝、余りが 2 のグループをＣとすると、Ｃ＝｛2、5｝である。
サイコロを 3 回投げて出た目の積が 3 で割って 1 余るには、次の場合が考えられる。
①　Ｂから 3 回出る場合
②　Ｂから 1 回、Ｃから 2 回出る場合
よって、求める確率は
$$\left(\frac{1}{3}\right)^3 + {}_3C_1\left(\frac{1}{3}\right)^2\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{4}{27}$$

5　おわりに
今回、岡山大学と広島大学の入試問題の研究を行うことで、入試問題の傾向を学ぶだけでなく、1 年次からどのような力をつけさせていかなければいかないかを考える良い機会となった。初任者のとき、「入試問題は最高の教材の 1 つである」と教わったことがある。まさにそれを実感することとなった。現在指導している 1 年生が 2 年後にこれらの問題を解くことができるように数学の力を成長させていきたい。

【参考文献】
2018 年度　全国大学入試問題正解　数学（国公立大編）（旺文社）
2017 年度　全国大学入試問題正解　数学（国公立大編）（旺文社）
2016 年度　全国大学入試問題正解　数学（国公立大編）（旺文社）
2015 年度　全国大学入試問題正解　数学（国公立大編）（旺文社）