数学Ⅱ・Ｂにおけるコンピュータの活用

愛媛県立宇和高等学校　清　家　規　晶

1　はじめに

今年度当初の予定では、数学Ⅱ・数学Ｂの各単元において、ＧＲＡＰＥＳやＦｕｎｃｔｉｏｎ　Ｖｉｅｗ（以下ではＦＶとする）を用いて、複雑なグラフや図形を描いていくことや、難しい問題において視覚的にとらえさせることで理解を深めることを研究の目的としていた。

しかし、授業をしていく中で、今年度の生徒が、昨年の生徒に比べて、基本的な図形やグラフを理解することが、たいへん困難であることに気づいた。例えば、１年生で学習したはずの２次関数のグラフをかけるものが非常に少ないのである。そのため、各分野において、数学Ⅰ・数学Ａの復習はもちろんのこと、時には中学校の内容に戻って確認をしなければならなかった。

このような理由から、複雑な問題等の解決への糸口としての研究と言うよりも、まず、グラフの概形をしっかりと理解させる基本的な使い方しかできなかった。

2　目標

(1)　コンピュータで図形や点を描くことにより、頭の中でイメージができるようにする。

(2)　グラフ作成ソフトでグラフをかくことによって、与えられた関数からグラフの基本的な概形がイメージできるようにする。

(3)　数値を変化させ、点やグラフが移動させることによって、点の軌跡とグラフの平行移動をイメージさせ、理解力を深める。

(4)　グラフをかくことで、微分係数との関係を視覚的にとらえさせる。

(5)　ベクトルの合成・分解をグラフ作成ソフトを用いて理解させる。

3　内容

(1)　図形と方程式

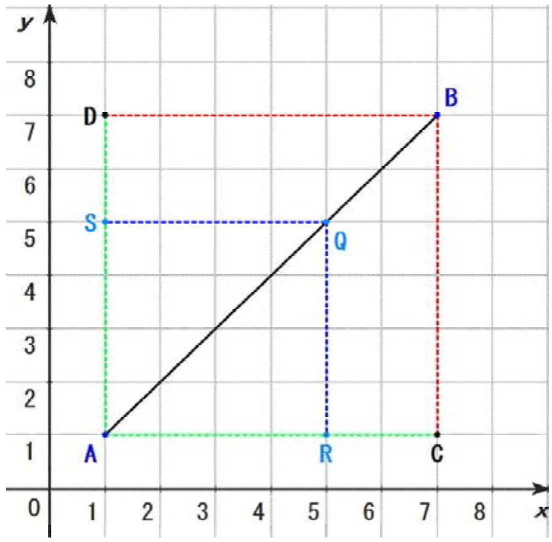
(ｱ)　内分点の座標

この図は、線分ＡＢをｍ：ｎに内分する点の座標を求める図である。２点Ａ，Ｂの座標がどのように変化しても、常に△ＡＢＣ∽△ＡＱＲである。

したがって、ＡＱ：ＢＱ＝ｍ：ｎならば
ＡＲ：ＣＲ＝ｍ：ｎである。このことから、Ｑのｘ座標は数直線上の点を内分する点の座標と同じ方法で求めることができる。

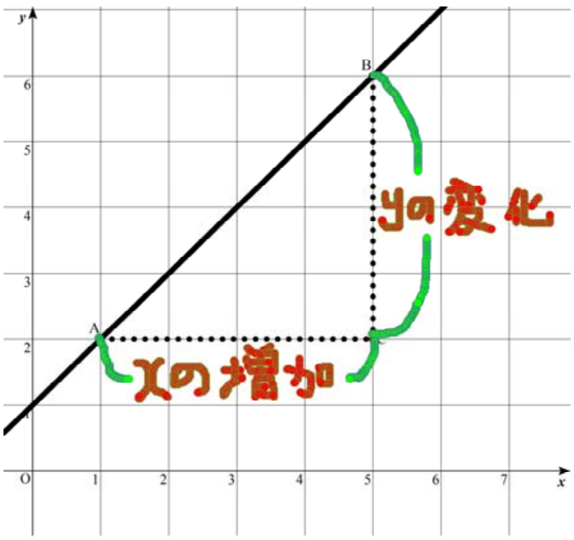
同様にしてｙ座標についても説明する事ができる。

これについては､黒板でも説明できるのであるが､生徒にとって見やすいことから、利用してみた。



(ｲ)　直線の傾き

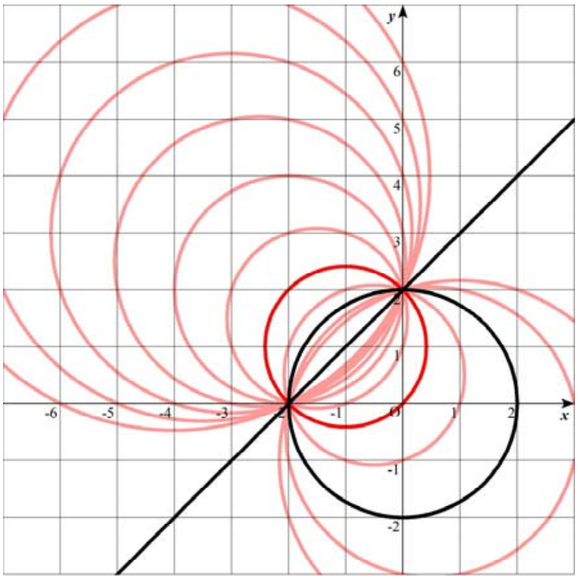
これは、中学校までさかのぼっての復習である。２点Ａ，Ｂの座標が与えられたとき、傾きがどのようにして表されているかを見る図である。中学のときには何気なく使っていた傾きというものが、どのような意味を持っているのかを、改めて知る意味でも効果があったように思われる。また、このことから tan（タンジェント）＝傾きということも改めて確認した。



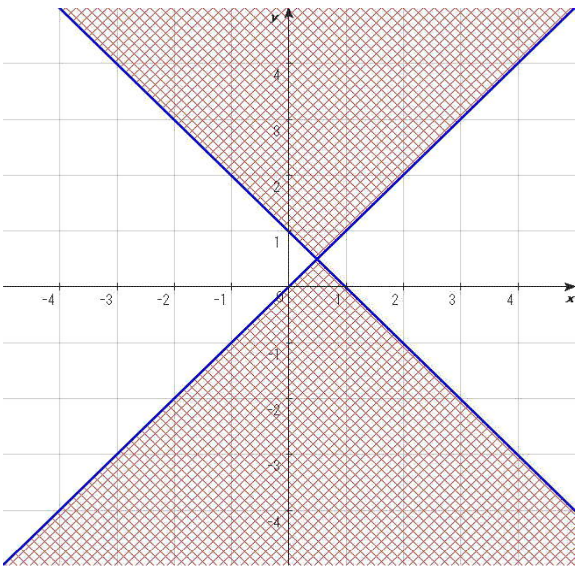
(ｳ)　円と直線の交点を通る円

これは以前にも使用した図である。２つの図形円 $x^2+y^2=4$ と直線 $y=x+2$ の交点を通る円群が図のように表される。

式　$x^2+y^2-4+k(x-y+2)=0$　がこの円群を表す式であるが、このことを生徒に視覚的にとらえさせること簡単にできたように思う。また、$k=0$ のときは直線 $y=x+2$ と一致することも、当たり前ではあるが理解できたように思う。



(ｴ)　連立不等式の表す領域

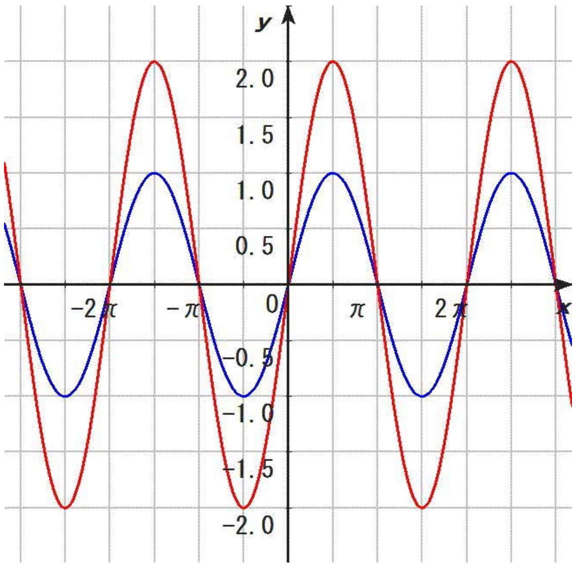


連立不等式 $(x-y)(x+y-1)\leqq 0$ の表す領域の問題である。この形の問題については｛ の連立方程式のタイプと違い、答となる領域が２カ所出てくる。さらに、＋と－、かけ算と考える要素が複数あるため、正確な答えを出せない者が数人いた。そのため、正確でもあり、簡単に描けるこの図を利用した。

(2)　三角関数

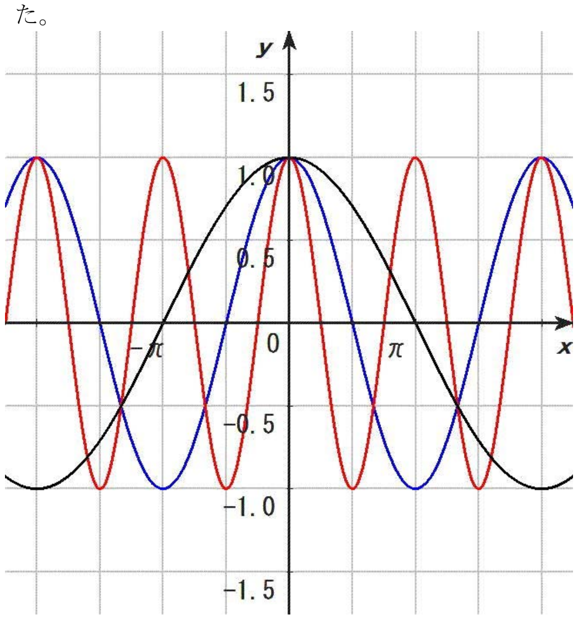
(ｱ)　ｙ軸方向への拡大・縮小

ここでは、$y=a\ \sin\ \theta$ のタイプをＦＶを用いて説明した。ｙ軸方向への拡大や縮小は比較的理解しやすかったように思う。



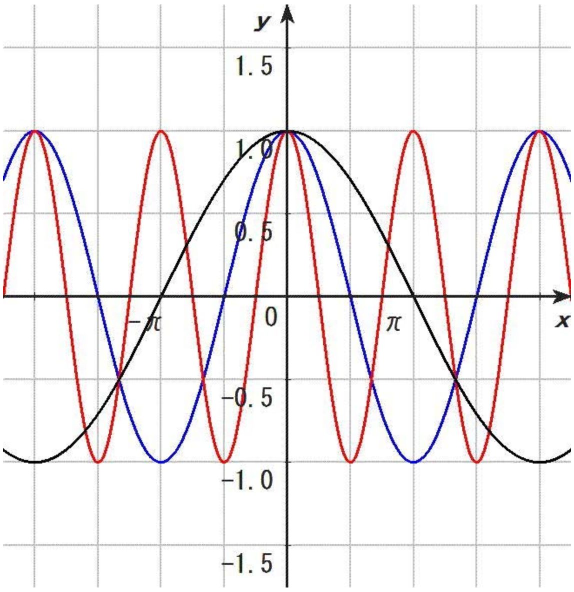
(ｲ)　θ軸方向への拡大・縮小

ここでは、$y=\cos\ 2\theta$ のタイプをＦＶを用いて説明した。2θ となったら、θ軸方向へ１／２倍に縮小、$\theta/2$ となったら、θ軸方向へ２倍に拡大ということになかなか慣れてもらうことができなかった。



(ｳ)　平行移動

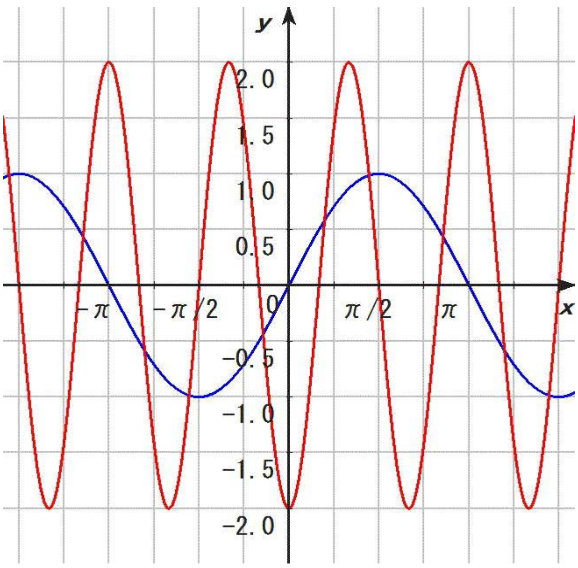
ここでは、$y = \sin(\theta - \pi / 4)$ の θ 軸方向への平行移動を、ＦＶを使って説明してみた。ここでも、やはり θ 軸方向の＋か－への平行移動で迷う生徒が多く、理解させることには多大な労力と時間を費やした。



(ｴ)　複合型

ここでは、(ｱ)(ｲ)(ｳ)を複合した形を指導した。

$y = 2\sin(3\theta - \pi / 2)$



単独の形でもとまどう生徒がいる中、特に(ｲ)(ｳ)では、なかなか理解できない状態であったため、このパターンは言うまでもなく苦労するものであった。

まず、この形では、$\pi / 2$ の平行移動ととってしまう生徒が多かった。

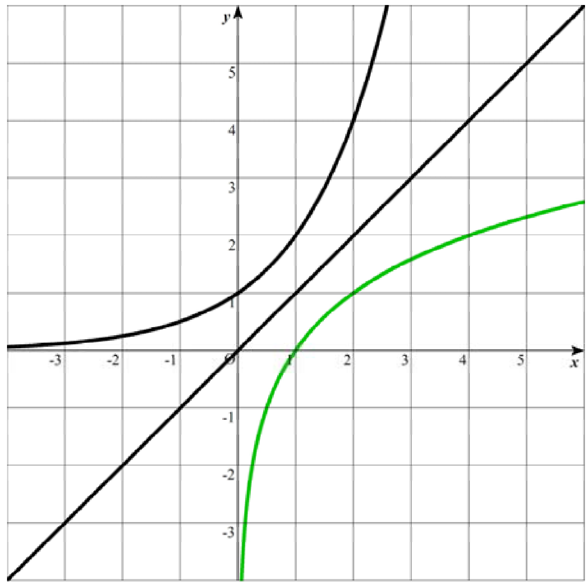
$y = 2\sin 3(\theta - \pi / 6)$ と考えられる者は少なく、残念な状態であった。

また、ここに最大・最小や周期のことを考えていくのだが、最大・最小については比較的早く理解してくれたが、周期についてはなぜそうなるのかを理解するまでに苦労をした。

(3)　指数と対数

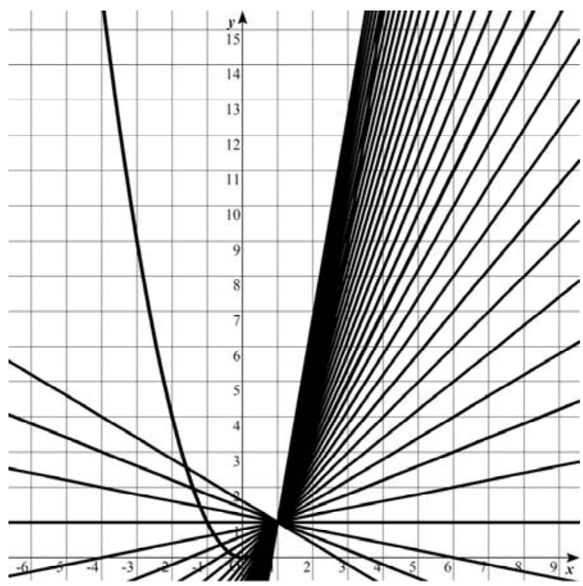
指数関数と対数関数の対称性

ここでは、指数関数 $y = a^x$ のグラフと対数関数 $y = \log_a x$ のグラフが直線 $y = x$ について、対称であるということと、常に定点（1，0）と（0，1）を通ることを重点的に説明した。



(4)　微分

微分係数の図形的な意味

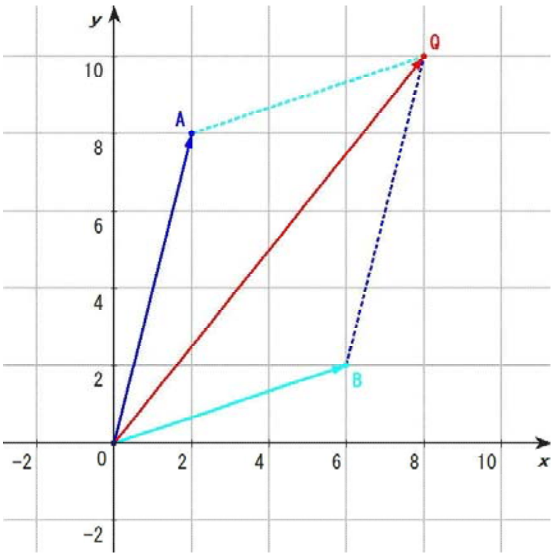


ここでは、平均変化率の極限値が微分係数であり、それが図形の上では、接線の傾きを表していることを説明した。この部分は以前にも活用した部分でもあり、ｘがａからａ＋ｈまで変化した時の平均変化率から、ｈを０に近づけていくという現象を、ＧＲＡＰＥＳを利用して視覚的にとらえさせるところである。この活用法はこれまでにも、結果が出ているとおり、間違いなく生徒の理解を助ける効果があるところである。

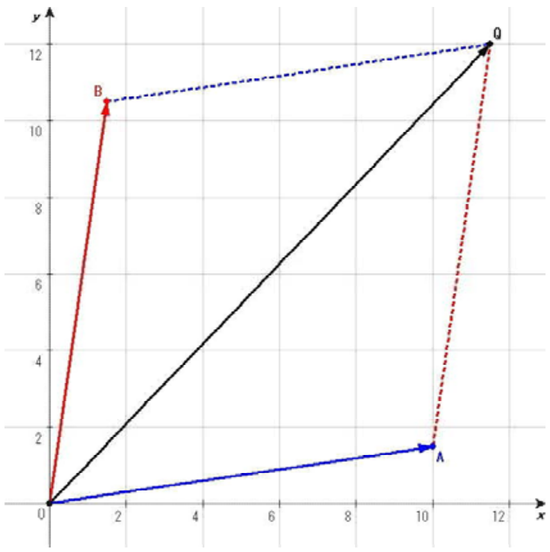
また、ここでは作成しなかったが、曲線状にない点から引いた接線の方程式を求める場合や、単純にグラフをかくとか、極値や最大・最小を求める問題にも、コンピュータを利用し、グラフを見せてから考えた方がよいかもしれない。

(5)　平面ベクトル

(ｱ)



(ｲ)



ベクトルの合成・分解において、作図方法・成分の計算において、ＦＶを使用してみた。図が表しやすいことと、だれでも簡単に合成・分解ができることから、理解しやすかったのではないかと思う。

(ｱ)の図と、(ｲ)の図は同じように見えるが、(ｱ)はベクトルＯＡとベクトルＯＢの成分を変化させていくことによって、原点からＱへのベクトルが合成できるというものであり、(ｲ)は１つのベクトルＯＱを定義することによって、２つのベクトルＯＡとベクトルＯＢに分解されるというものである。ただ、(ｲ)はベクトルＯＡの成分も定義しておく必要がある。

4　まとめ

今回の内容は、研究と言うよりも、これまでに作成した内容をただ見せるという作業に終始した気がする。したがって、生徒に視覚的に理解させることはできたが、そこから、一歩進んだ内容へのステップアップは望めなかった。そのため、コンピュータの利点である、①だれでも。②簡単に。③美しく作図できる。を紹介したにすぎなかった気がする。このことからも、そのグラフがなぜ描けるのか、なぜそのような形のグラフになるのかといったところまで、理解してくれた生徒は少ないのではないかと思われる。結局のところ、１年生の時のくり返しで、時間をおいてこれらの問題を解く時には、今回と同じように最初から説明をしなければならないのではないかと思われる。

今後はさらに工夫をし、コンピュータを利用した授業をしたいとは思うのだが、現状のままでは視覚的にとらえるだけに留まり、継続性はつかないように思われる。このあたりにも、コンピュータを利用しての授業の限界があるのではないかと思う。以上の事から、現行の教育課程における生徒に、どのように数学を指導していけばよいかといった究極の問題について考えていきたいと思う。

《参考》

・　ＧＲＡＰＥＳ
http://okumedia.cc.osaka-kyoiku.ac.jp/~tomodak/grapes/volume.html

・　Ｆｕｎｃｔｉｏｎｖｉｅｗ
http://hp.vector.co.jp/authors/VA017172/