

コンピュータを用いた指導法の研究  
 - Function View を用いて -

愛媛県立松山工業高等学校  
 徳永 正樹

1 はじめに

視覚に訴えることは、どの分野においてもその理解を助けるものであると思う。特にそれが動くものであったり、立体的なものであるならなおさらであろう。数学の授業においても、分かりやすい説明や教材・教具は、常に求められているもので、視覚に訴えたり自分で操作し確かめることができるコンピュータは、その代表的なものであると思う。

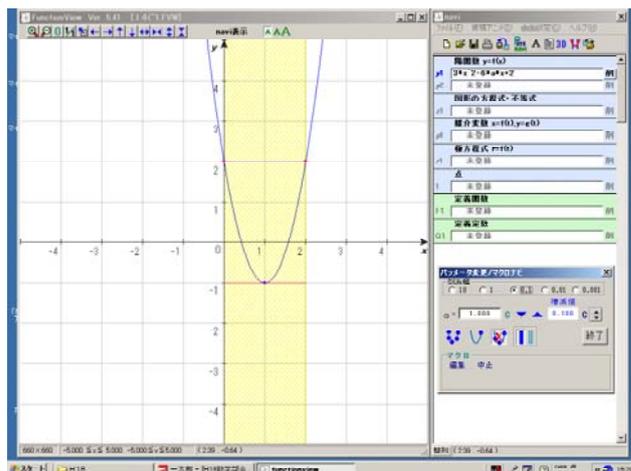
私自身、以前はBASICを用いてプログラムを組んでグラフを見せたこともある。数年前からは、扱いやすさからフリーソフトである Math' 98をよく利用している。Excelを用いて数値計算やグラフ表示をさせたこともあるが、グラフについてはやはり数学のために開発されたソフトの方が当然ではあるが優れていると思う。昨年は「Windows で見る関数グラフィックス」(森北出版株式会社) 付属の「関数描写システム」を用いて、様々な関数をコンピュータ上に描くことを試みてみた。ただ、これらは空間図形を苦手とするもので、今年度は、フリーソフトである Function View を用いて空間図形を分かり易く説明することを試みた。

2 Function View の操作

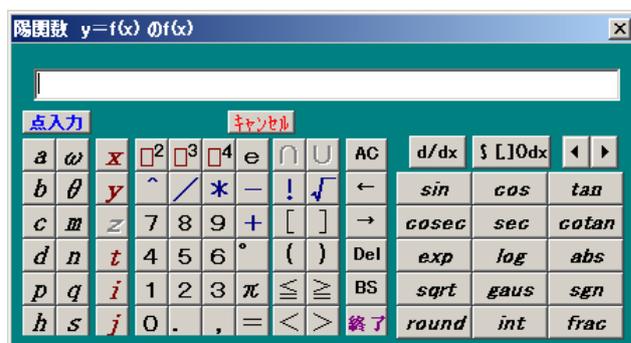
Function View については、ご存知の方も多く操作方法の説明をあえてすることもないかと思うが、私自身初めて扱うソフトでやや抵抗もあったので、関数の入力等の初歩的な部分を次に示しておく。少し使ってみると大変使いやすいソフトであることが分かり、何も見ないでもある程度の操作はできるようになると思う。

Function View の操作の習得を兼ねて、まず次の2次関数の問題について取り組んでみた。

問 関数  $f(x) = 3x^2 - 6ax + 2$  の  $0 \leq x \leq 2$  における最大値、最小値およびそのときの  $x$  の値を求めよ。

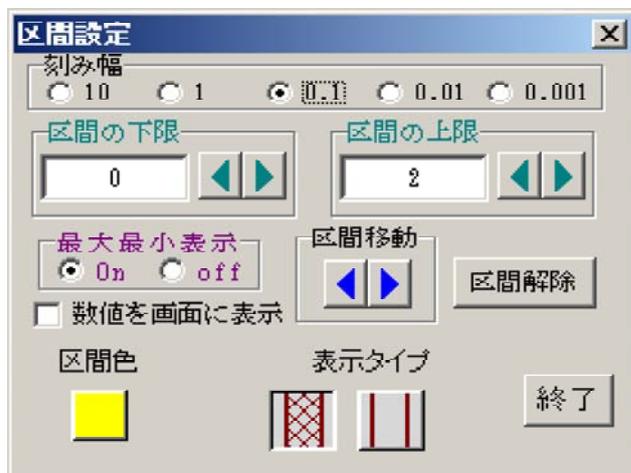


Function View を起動し、画面の右側の、陽関数  $y = f(x)$  の未登録の所でマウスポインタを合わせてクリックすると、次の関数の入力画面が表れてくる。



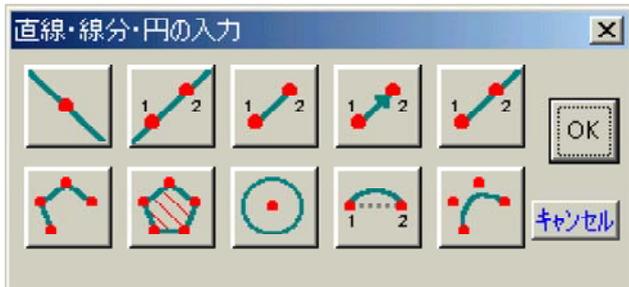
この問題では、 $3 * x^2 - 6 * a * x + 2$  とマウスをクリックすることで式を入力することができる。また、パラメータ (本問では「a」) を含む場合には、「パラメータ変更/マクロナビ」の画面が自動的に起き、パラメータの▼▲のボタンを操作することで、グラフや範囲を移動させることができ、その動きを容易に確かめることができる。

定義域の範囲についても、次の画面を操作することで簡単に設定を行うことができる。



### 3 ベクトル

2つの点を指定することにより、直線やベクトルが簡単に表示することができる。さらに、点がパラメータを含み動くとき、その動きに合わせてベクトル（矢印）も画面上で動いていく。直線・線分・円の入力には次の画面で種類を選択することで行う。



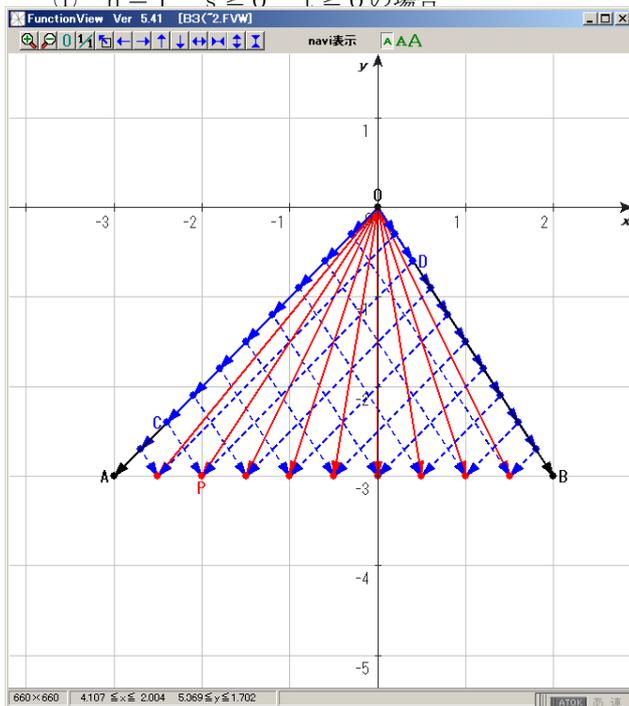
ベクトルの終点の存在範囲を図示するものとして、次の問題を表示させてみた。

問 点Oに関する位置ベクトル  $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$  に対して、

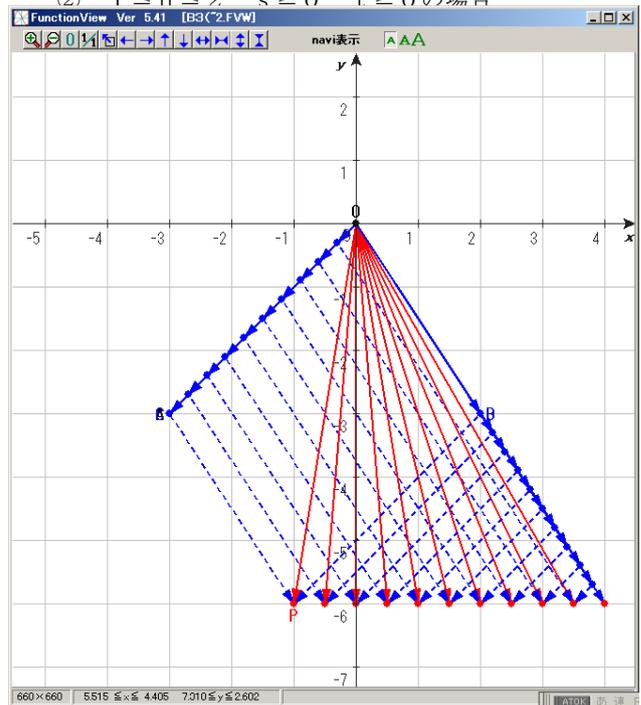
$$\vec{p} = s\vec{a} + t\vec{b}, \quad s + t = h$$

を満たす  $\vec{p}$  の終点の存在する範囲を求めよ。

①  $h = 1$   $s \geq 0$   $t \geq 0$  の場合



②  $1 \leq h \leq 2$   $s \geq 0$   $t \geq 0$  の場合

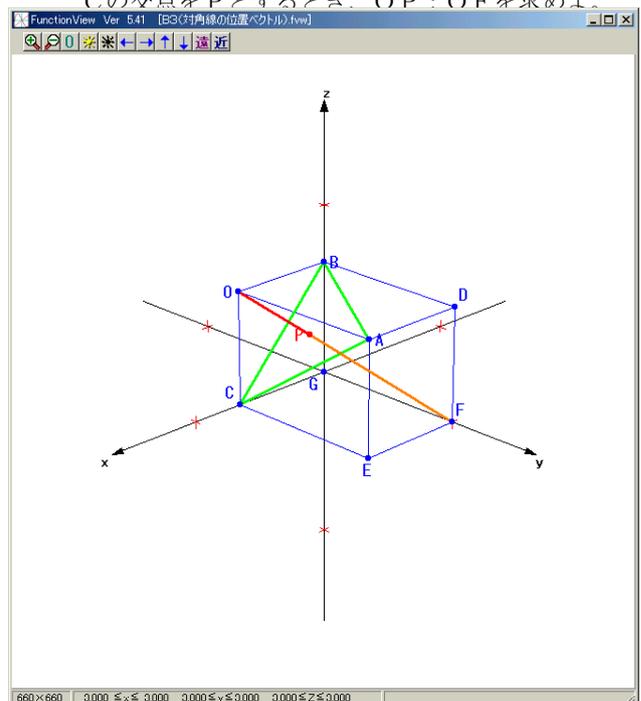


(図は途中まで)

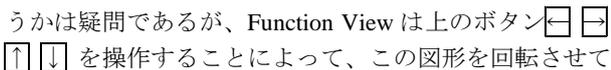
### 4 空間図形を扱う問題

生徒が特に苦手意識を感じるものとして、空間図形がある。ベクトルの成分や内積等計算においては平面図形とさほど変わらないのだが、空間ベクトルと聞いただけで敬遠してしまう者もある。やはり見慣れないこともあると思う。空間図形の基本的なものとして直方体に関する次の問いを表示させた。

問 図のような直方体において対角線OFと平面ABCの交点をPとすると、 $OP : OF$ を求めよ。

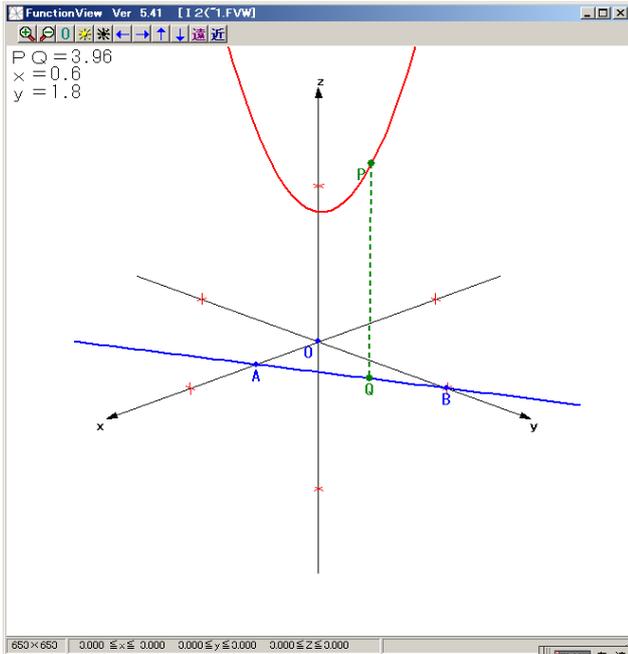


問題は基本的で、コンピュータで示す必要があるかど

うかは疑問であるが、Function View は上のボタン を操作することによって、この図形を回転させて視点を変えて眺めることができ、図形を把握する上で大変参考になると思う。

数学 I の問題であるが、次の問題を空間座標を利用して表示させ、捉えさせてみた。

問  $2x + y = 3$  のとき、 $2x^2 + y^2$  の最小値を求めよ。

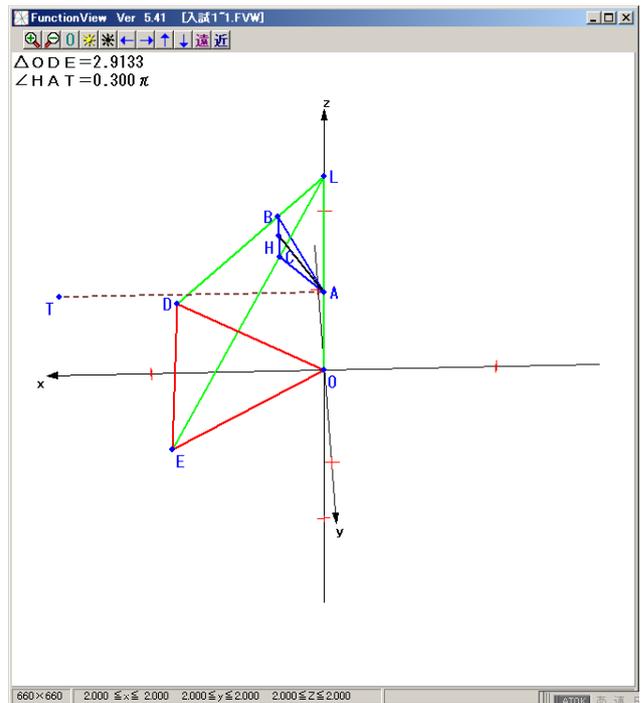
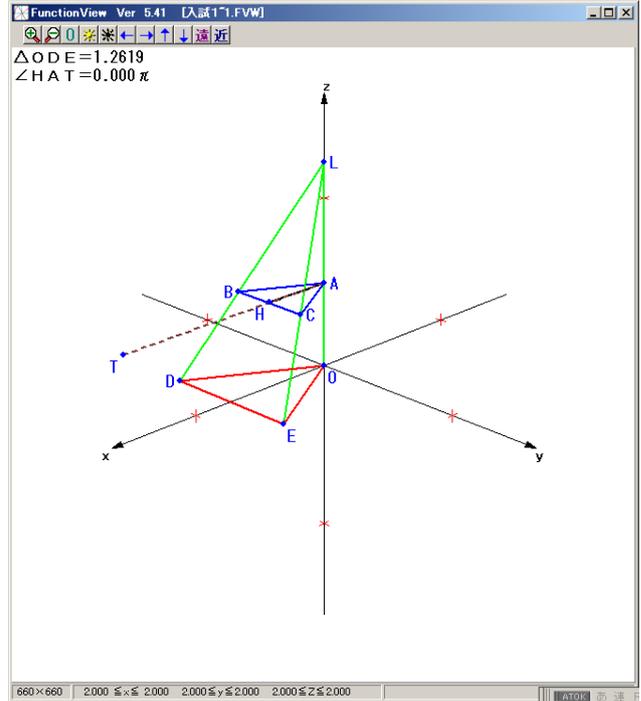


$z = 2x^2 + y^2$  とし、放物線の最小値（図中の線分  $PQ$  の長さ）として視覚的に捉えさせた。これも、図形を回転させることで分かり易く見ることができる。

大学入学試験問題には、空間図形を扱うものも多い。空間の三角形の影の面積を問うものとして、次の問題を考えさせた。

問 空間内にある一辺の長さが 1 の正三角形  $ABC$  で、 $A$  の座標が  $(0, 0, 1)$  であり、 $B$  と  $C$  の  $z$  座標が等しいものを考える。点  $L(0, 0, 1 + \sqrt{2})$  にある光源が  $xy$  平面上に作るこの三角形の影の部分の面積の最大値を求めよ。（東京工業大学）

$\triangle ABC$  の影を  $\triangle ODE$ 、 $\triangle ABC$  の頂点  $A$  から辺  $BC$  に下ろした垂線の足を  $H$  とする。辺  $BC$  が  $y$  軸と平行になるようにとつても一般性は失われないことから、次の図のように表示した。また、頂点  $A$  から  $x$  軸に平行な半直線  $AT$  を引き、 $\triangle ABC$  の回転が分かるように示した。



$\triangle ABC$  を頂点  $A$  を中心に回転させたときの影  $\triangle ODE$  の変化をいろいろな方向から見ることができ、問題を把握する手助けになったようである。

## 5 まとめと今後の課題

コンピュータの優れている点は、演算処理速度が大変大きく、膨大な計算をすぐに行うことができることや、グラフや図形を画面に美しく描いてくれることである。また、パラメータを含む場合には、グラフの変化を容易にとらえることができ、自然科学においてはシミュレーションを行い、現象の解明への手がかりとなることので

きる。数学の授業においても、理解への第一歩として、あるいは確認としてコンピュータを用いることが多い。グラフ・図形を扱うソフトもいくつかあり、フリーソフトでは GRAPES、FunctionView、Math' 98 等の大変優れたものがある。平面図形に関しては、扱いやすさから私自身はこれまで Math' 98 を好んで使っていた。今回は、空間図形を分かり易く説明できないものだろうかと思い、FunctionView の使用を試みた。

Function View を初めて使ってみての印象は大変使いやすいということであった。特に、空間図形を簡単に描くことができ、さらにそれを回転させることができるという点は、状況に応じてソフトを使う時に重要なポイントになるのではないかと思う。

ただ私自身の勉強不足で、ソフトの使い方については、まだ試行錯誤中である。今回のグラフ表示にはマクロ編集も行っておらず、残念ながら十分な活用ができていたとは言えない。生徒の理解を助け、効果的な活用ができるように今後更に研究・実践を深めていきたい。