コンピュータの活用と農業数学

愛媛県立伊予農業高等学校　岩部　　智

１　主題設定の理由

本校は生物工学、園芸流通、環境開発、食品化学、生活科学の５学科からなる農業高校である。教育課程は１年次に数学Ⅰを４単位、２年次に数学Ａ（習熟度別）を２単位履修するのみとなっている。地元の国立・私立大学への進学希望者に対しては、２・３年次に週に１時間程度、数学Ⅱの補習を行っている。多くの生徒に共通して言えることは２つある。１つには、新しく学ぶ定義・定理や公式に対して難しさを感じてしまうこと。２つには、問題演習の時間が充実したものにならないことである。以上の２つから、コンピュータを活用した分かりやすい教材の開発と、生徒の興味・関心を高める問題演習（昭和４４年発行の「実用農業数学」から）の研究を行い、少しでも分かりやすい授業を展開するためにこの主題を設定した。

２　研究の目標と方法

コンピュータの活用については、それが有効であると思われる単元を選び、その単元で目標を設定することにした。生徒の理解を助けるために、教材提示用としてコンピュータを利用した教材の開発と授業実践を行い、その概要をまとめた。また、それらと関連のある問題がある場合については、「実用農業数学」の中から数値や表現の修正等をしてから演習を行った。

⑴　１次関数

表・式・グラフによるxとyの対応の様子を考えながら、１次関数の意味を理解することができる。

⑵　２次不等式

２つの数の対応を考えながら、２次不等式を解くことができる。

⑶　三角比の定義

斜辺・対辺・隣辺による三角比の定義から、座標平面による三角比の定義を理解することができる。

⑷　三平方の定理

斜辺の２乗が他の２辺の２乗の和に等しいことを等積移動で理解することができる。

⑸　三角形の面積

２辺とその間の角度が分かっている場合の三角形の面積の公式を具体例と対比しながら理解することができる。

⑹　余弦定理

余弦定理の $2ab\cos C$ に相当する部分の面積を知ることで、余弦定理についての理解を深めることができる。

⑺　組合せ・円順列

いくつの順列がひとつ分になるかを考えながら、組合せや円順列の個数を求めることができる。

⑻　三角形の重心・外心・内心

２つの三角形△ＡＢＣと△A'B'C'を考え、対応している頂点を近づけることによって、内心・外心・重心の理解を深めることができる。

⑼　接弦定理

接線と接点を通る弦の作る角とその内部にある弧に対する円周角が動く様子を見ながら、接弦定理を理解することができる。

⑽　方べきの定理

円周上にない２直線の交点Ｆが、円の内部と外部を動く様子を見ながら、方べきの定理を理解することができる。

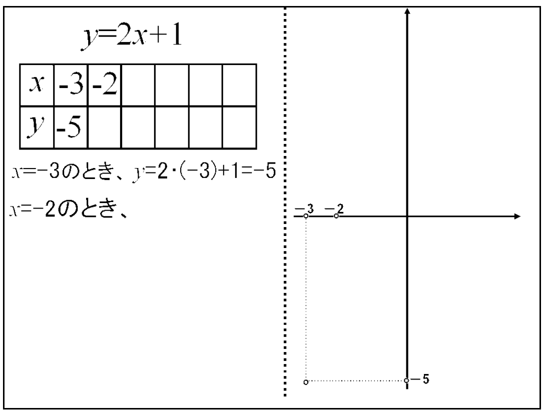
３　研究の内容

数学Ⅰではプレゼンテーションソフトを使用した。使用した単元は１次関数、２次不等式、三角比の定義、三平方の定理、三角形の面積、余弦定理である。数学ＡではプレゼンテーションソフトとＧＣ（Geometric Constructor（フリーソフト））を使用した。プレゼンテーションソフトを使用した単元は組合せと円順列である。ＧＣを使用した単元は三角形の内心・外心・重心、接弦定理、方べきの定理である。円周角が動く様子や、円周上にない２直線の交点Ｆが円の内部と外部を動く様子が分かるものを作成した。

「実用農業数学」からの関連問題については、主に数学Ⅰに関するものは見られたが、以下の⑵、⑺～⑽については関連の問題がなかった。

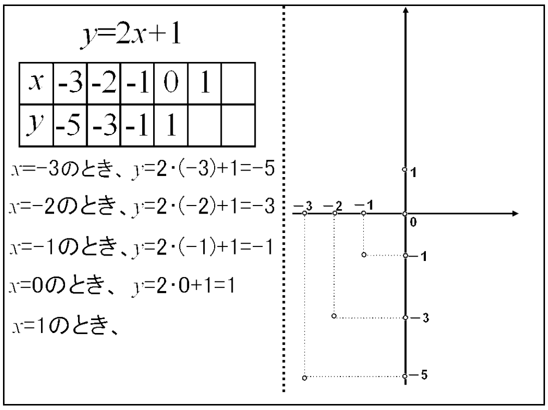
⑴　１次関数

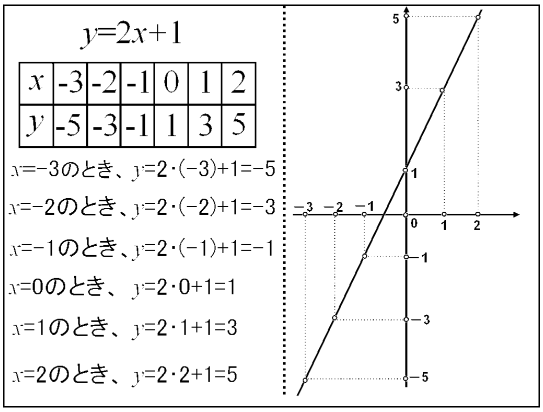
１次関数 $y=2x+1$ について、x と y の対応表、x の値から y の値を求める途中式、座標のとり方を示した。



アニメーションの順序は①対応表の x の値②x 座標

のプロット③yの値の計算④座標のプロットである。

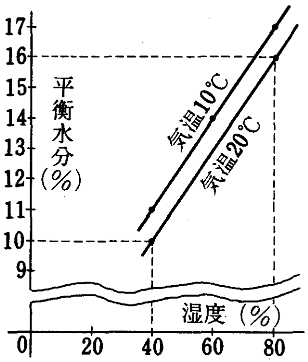




対応表にない座標についても、xとyの値が一定の関係にあることに注意させる。

＜１次関数に関する問題＞

[問]　右図は米の平衡水分と大気の湿度の関係を示したもので、気温 10℃で湿度 80%のとき平衡水分 17 %であり、湿度 60%のとき平衡水分 14%である。このことから、気温 10℃、湿度 70%では平衡水分いくらになるか。また、「グラフ」から、気温 20 ℃のとき平衡水分 15%以下にする湿度はいくらか。



※平衡水分・・・食品を各湿度の環境に保存し、水分が一定になったところの含水率のこと

[解]　直線であるから $y=ax+b$ とおき、

$x=80$、$y=17$の座標より $17=80a+b$ ・・・・①

$x=60$、$y=14$の座標より $14=60a+b$ ・・・・②

①、②より $a=\dfrac{3}{20}$、$b=5$

よって、$x=70$のとき、$y=\dfrac{3}{20}\times70+5=15.5$ (%)

気温 20℃の直線も同様に求めると、$y=\dfrac{3}{20}x+4$ となる。$\dfrac{3}{20}x+4\leqq15$ より、$x\leqq73.33$ (%)

（当時の農林省では含水率 15%以下のものを１等と呼んでいた。）　　＜実用農業数学 P76 *l*12～P77 *l*12＞

※一次関数の問題の後に、標準偏差に関する問題があったので記述しておく。

[問]　いま、A，B の二つの品種を５回作付けして下表の通り同じ平均値を得たが、いずれを選ぶべきか。度数はいずれも１とする。

	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	平均
A	7	5	4	6	8	6
B	6	6	5	7	6	6

[解]

Aは $\sqrt{\dfrac{(7-6)^2+(5-6)^2+(4-6)^2+(6-6)^2+(8-6)^2}{5}}=\sqrt{2}$
$=1.414$

Bは $\sqrt{\dfrac{(6-6)^2+(6-6)^2+(5-6)^2+(7-6)^2+(6-6)^2}{5}}=\dfrac{\sqrt{10}}{5}$

$\sqrt{10}$についてルートの開平を行うと、

```
                 3．  1  6
 3            ─────────────
 3           )1 0．0 0 0 0
               9
─────        ──────────
 6 1           1   0 0
   1               6 1
─────        ──────────
 6 2 6             3 9 0 0
     6             3 7 5 6
───────      ────────────
 6 3 2 2             1 4 4
```

よって、$3.16\div5=0.63$

上の２つの標準偏差から、Bのほうが信頼性が大きい。

＜実用農業数学P72 *l*11～*l*22＞

⑵　２次不等式

グラフを用いた１次不等式の解法から，２次不等式の解法を考えさせ，一般的な解法と手順についてスライドで示した.

復習1. 1次不等式 $x+2>0$ を，グラフを利用して解け。

$x+2 > 0$ について、

$x+2$ = y → 直線

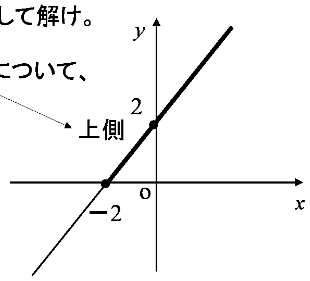
0 = y → x 軸

復習1. 1次不等式 $x+2>0$ を，グラフを利用して解け。

$x+2$ > 0 について、

$x+2$ = y → 直線

0 = y → x 軸

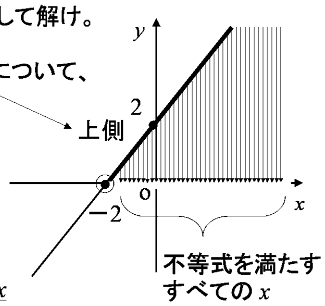


復習1. 1次不等式 $x+2>0$ を，グラフを利用して解け。

$x+2$ > 0 について、

$x+2$ = y → 直線

0 = y → x 軸



グラフより、

$-2 < x$

復習2. $y=1x^2-4x+3$ のグラフと，x 軸との共有点の x 座標を求めグラフをかけ．

正の数 → 下に凸

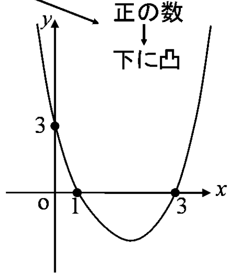
$y=0$ を代入して，

$0=x^2-4x+3$

$x^2-4x+3=0$

$(x-1)(x-3)=0$

$x=1, 3$



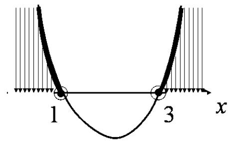
2次不等式の解のまとめ 1

例16 (1) $x^2-4x+3>0$

$x^2-4x+3=0$ を解くと，

$(x-1)(x-3)=0$

$x=1, 3$

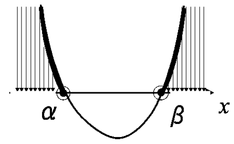


$x<1,\ 3<x$

$ax^2+bx+c>0$ $(a>0)$

$ax^2+bx+c=0$ の解を，

α，β とする（$\alpha<\beta$）



$x<\alpha,\ \beta<x$

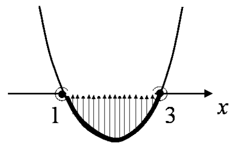
2次不等式の解のまとめ 2

例16 (2) $x^2-4x+3<0$

$x^2-4x+3=0$ を解くと，

$(x-1)(x-3)=0$

$x=1, 3$

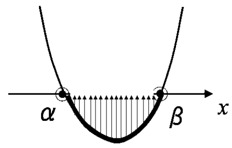


$x<1,\ 3<x$

$ax^2+bx+c<0$ $(a>0)$

$ax^2+bx+c=0$ の解を，

α，β とする（$\alpha<\beta$）



$x<\alpha,\ \beta<x$

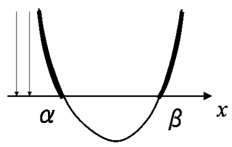
2次不等式の解のまとめ

1. $ax^2+bx+c>0$

$ax^2+bx+c=0$ の解を，

α，β とする

ただし，$a>0$，$\alpha<\beta$



$ax^2+bx+c<0$

$ax^2+bx+c=0$ の解を，

α，β とする

ただし，$a>0$，$\alpha<\beta$

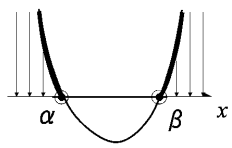
2次不等式の解のまとめ

1. $ax^2+bx+c>0$

$ax^2+bx+c=0$ の解を，

α，β とする

ただし，$a>0$，$\alpha<\beta$



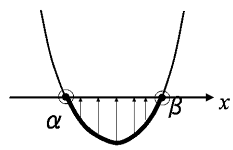
$x<\alpha,\ \beta<x$

2. $ax^2+bx+c<0$

$ax^2+bx+c=0$ の解を，

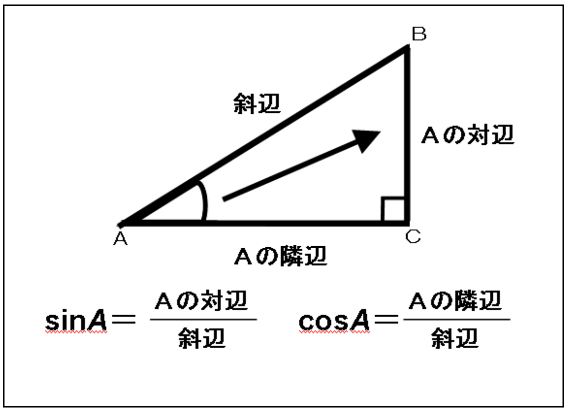
α，β とする

ただし，$a>0$，$\alpha<\beta$

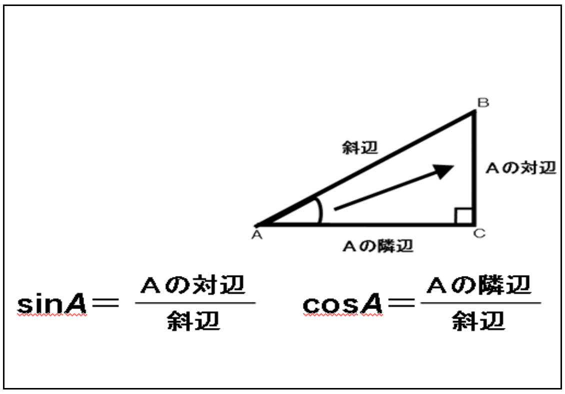


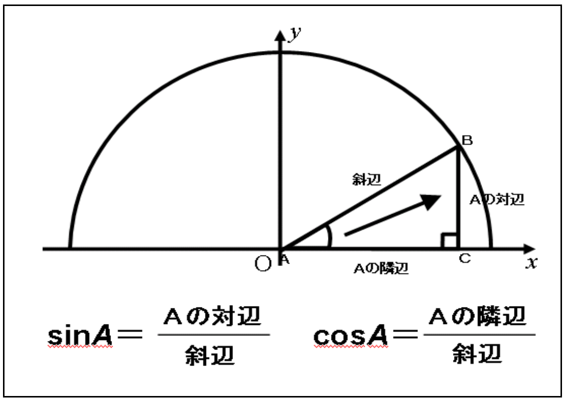
$\alpha<x<\beta$

⑶　三角比の定義

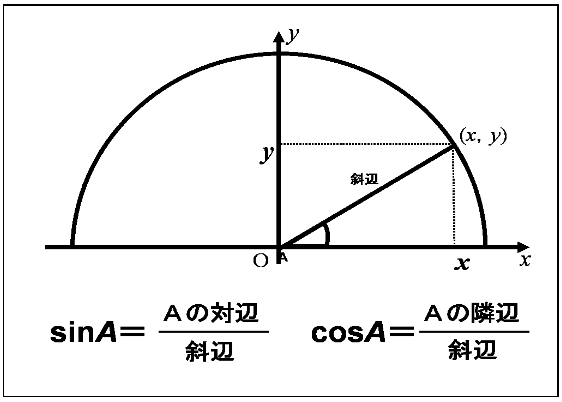


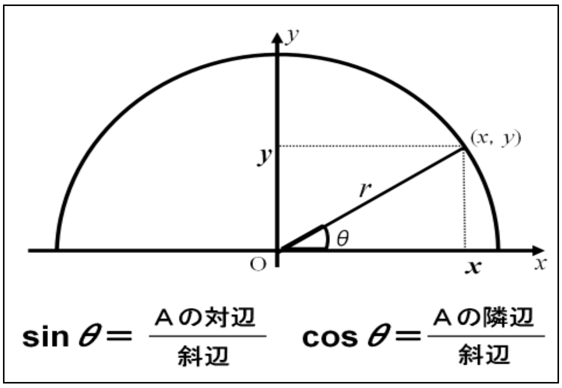
直角三角形による三角比の定義を示した図から、半径が r の円に直角三角形を埋め込む。

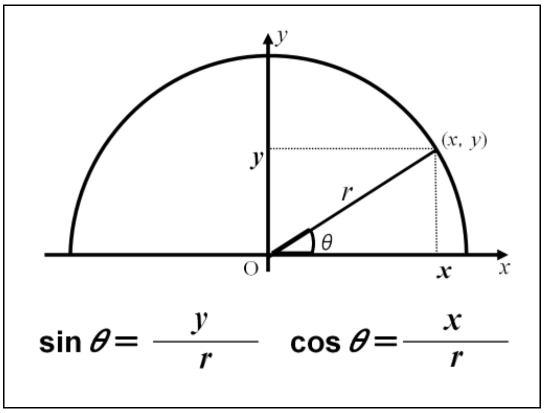




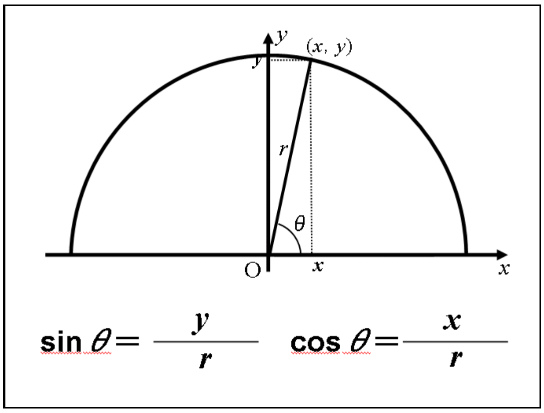
斜辺→r、対辺→y、隣辺→x、A→θ に対応させる。

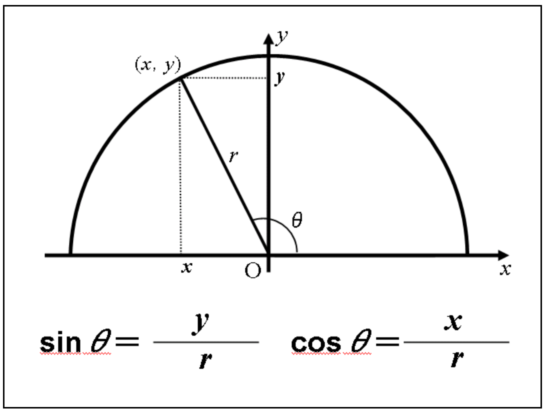






さらに θ が鈍角の場合についても説明する。



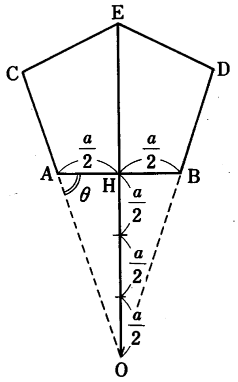


θ が鈍角の場合は、$r>0$、$x<0$、$y>0$ であることに

注意させる。

＜三角比の定義に関する問題＞

[問] 与えられた長さを１辺とする正５角形を近似的にかく方法を述べよ。



[解] 図のように与えられた長さ a の垂直二等分線 AB 上に 1.5a となる O 点をとり、OA 、 OB を延長して AC=BD=a なるように C、D 点をとる。C、D を中心として半径 a の円をかき、その交点を E とすれば、ACEDB が求める正５角形である。なぜならば、直角三角形 OAH において、

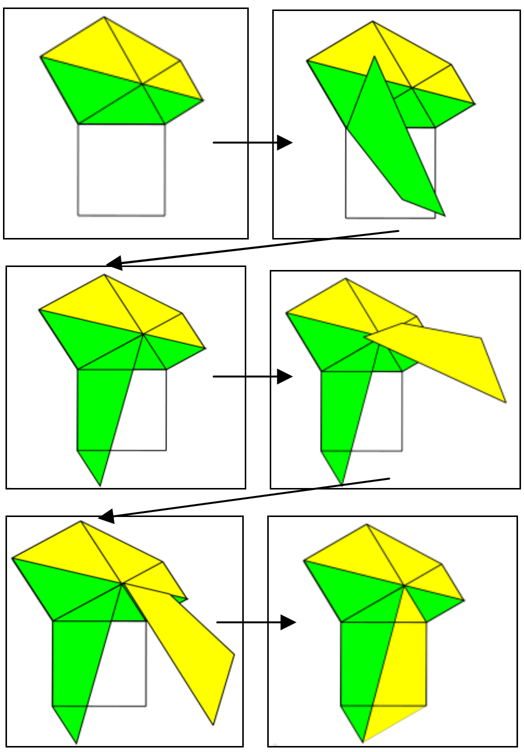
$$\tan\theta = \frac{OH}{AH} = 1.5a \div \frac{a}{2} = 1.5a \times \frac{2}{a} = 3$$

であり、

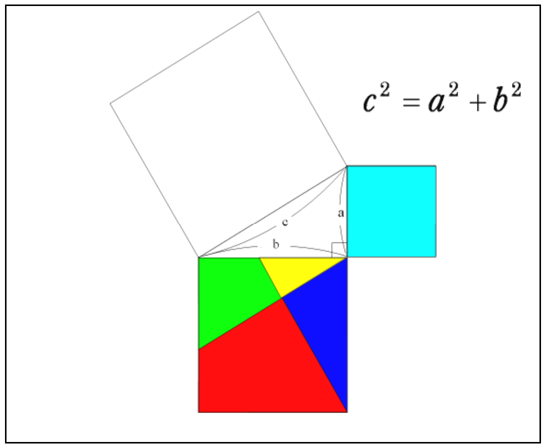
$\tan\theta = 3$ となる θ の角度を三角関数表で求めると、約 72° であることがわかる。したがって、∠BAC=180° −72° =108° であるから正５角形の内角である。 ＜実用農業数学 P107 *l*12～P108 *l*8＞

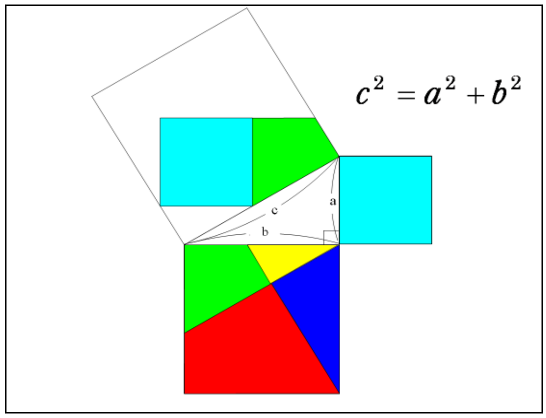
⑷ 三平方の定理

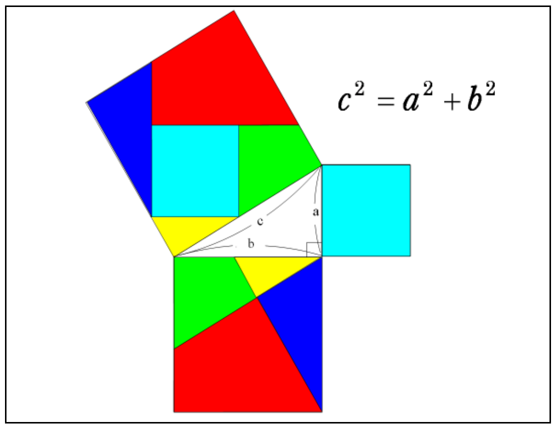
レオナルド・ダ・ビンチによる等積移動の方法によって斜辺の２乗が他の２辺の２乗の和に等しいことを示した。



また、正方形の切り貼りによる方法によって、斜辺の２乗が他の２辺の２乗の和に等しいことを示した。

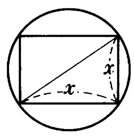






＜三平方の定理に関する問題＞

[問] 周囲が 62.8cm の丸太から何 cm 角の角材がとれるか、小数第２位まで求めよ。ただし、円周率は 3.14 とする。



[解] 円周＝直径×3.14 直径＝円周÷3.14

直径＝62.8÷3.14=20(cm)

三平方の定理より

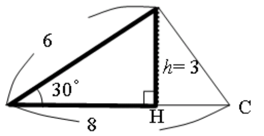
$$x^2 + x^2 = 20^2$$
$$2x^2 = 20^2$$
$$x^2 = 200$$
$$x = \sqrt{200} = 14.14\ \text{cm}$$

＜実用農業数学P56 *l*1～P56 *l*7＞

⑸　三角形の面積

　$\angle B$に対して、具体例と対比させながら導き出した公式は、同様に考えると、$\angle A$、$\angle C$についても成り立ち、それらの角に対応している辺を説明する。

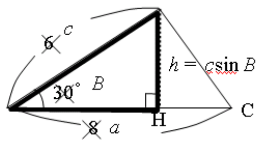
問1．次の △ABC について，面積 S を求めよ．



△AHB について，

$$\sin 30^\circ = \frac{h}{6}$$
$$h = 6\sin 30^\circ$$
$$h = 6\cdot\frac{1}{2} = 3$$
$$S = \frac{1}{2}\cdot 8\cdot 3 = \underline{12}$$

問２．次の △ABC について，面積 S を求めよ．



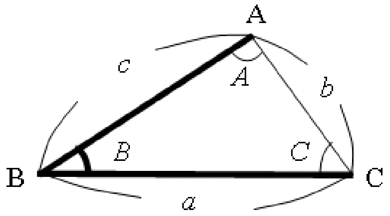
△AHB について，

$$\sin 30^\circ = \frac{h}{6}$$
$$h = 6\sin 30^\circ$$
$$h = 6\cdot\frac{1}{2} = 3$$
$$S = \frac{1}{2}\cdot 8\cdot 3 = 12$$

△AHB について，

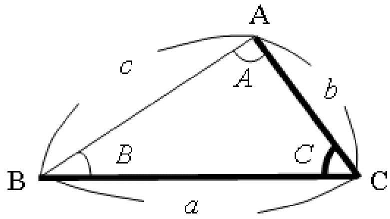
$$\sin B = \frac{h}{c}$$
$$h = c\sin B$$
$$S = \frac{1}{2}\cdot a\cdot c\sin B \;=\; \underline{\frac{1}{2}ca\sin B}$$

一般に，△ABC において，その面積 S は



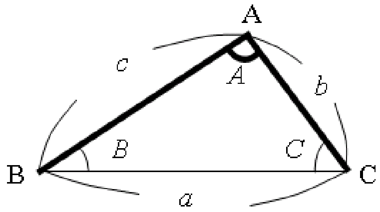
$$S = \frac{1}{2}ca\sin B$$

一般に，△ABC において，その面積 S は



$$S = \frac{1}{2}ca\sin B \;=\; \frac{1}{2}ab\sin C$$

一般に，△ABC において，その面積 S は

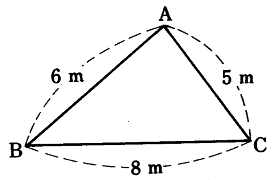


$$S = \frac{1}{2}ca\sin B \;=\; \frac{1}{2}ab\sin C \;=\; \frac{1}{2}bc\sin A$$

＜三角比の面積に関する関連問題＞

　２辺挟角による面積の問題はなかったが、ヘロンの公式（三辺法）を用いた問題は見られた。

[問]　次の三角形の面積を求めよ。



[解] $s = \dfrac{6+8+5}{2} = 9.5$ より $S = \sqrt{(9.5-6)(9.5-8)(9.5-5)}$

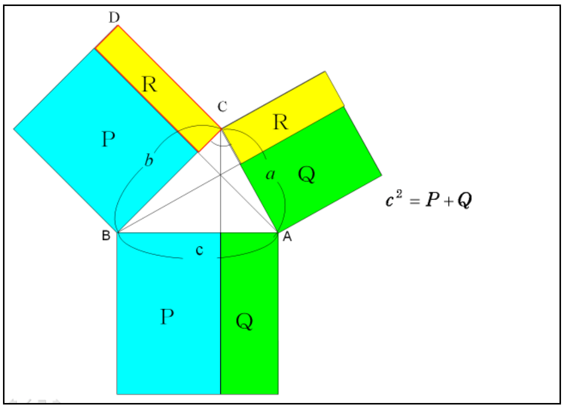
$$= \sqrt{3.5\times 1.5\times 4.5} = \sqrt{23.625} = 4.86\ (\mathrm{m})$$

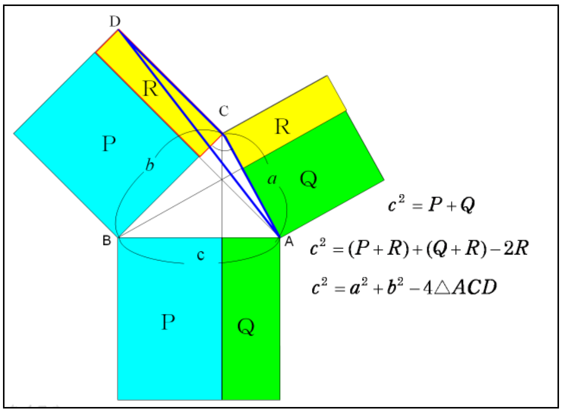
```
                      4.  8   6
  4                 )23.|62|50
  4                  16
 ----               ----------
  88                  7  62
   8                  7  04
 ----               ----------
  966                   5850
    6                   5796
 ----               ----------
  972                     64
```

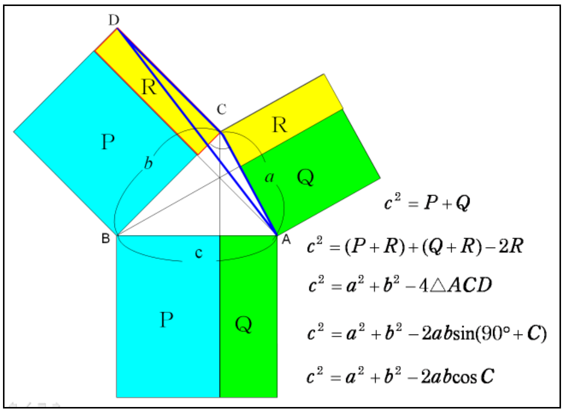
＜実用農業数学 P97 *l*1～P97 *l*8＞

⑹　余弦定理

正弦を用いた三角形の面積の公式を学習した後、まとめの問題で余弦定理を復習するときに、$2ab\cos C$ に相当する部分の面積について説明した。



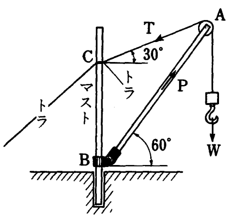




＜余弦定理に関する関連問題＞

余弦定理に関するものはなかったが、正弦定理に関するものは多くあったので、ひとつ紹介しておく。

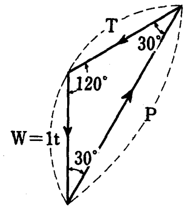
[問]　図のような「クレーン」に **1 t** の荷重を吊るすとき、ABのうける抗圧力Pと「ワイヤー」の抗張力Pを力の釣り合いから求めよ。



[解]　上の構造は、下図のような釣り合いとなるから、正弦定理より、

$$\frac{T}{\sin 30°} = \frac{1}{\sin 30°} \text{ より、}$$

$$T = \frac{1 \times \sin 30°}{\sin 30°} = 1(\mathrm{t})$$



また、$\dfrac{1}{\sin 30°} = \dfrac{P}{\sin 120°}$ 、

$$P = \frac{\sin 120°}{\sin 30°} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{2}} = \sqrt{3}(\mathrm{t})$$

＜実用農業数学 P109 *l*1～P109 *l*13＞

⑺　組合せ・円順列

簡単な順列を，同じ要素が並んでいるグループにまとめたスライドを示し，いくつ分で割れば良いのかを考えさせる．また，円順列についても，順列との対応を考えながら，同じ順序になっているグループにまとめたスライドを示し，いくつ分で割れば良いのかを考えさせる．

ア　１，２，３，４のカードから異なる３枚を選ぶ方法

1 2 3	1 2 4	2 3 4	1 3 4
1 3 2	1 4 2	2 4 3	1 4 3
2 1 3	2 1 4	3 2 4	3 1 4
2 3 1	2 4 1	3 4 2	3 4 1
3 1 2	4 1 2	4 2 3	4 1 3
3 2 1	4 2 1	4 3 2	4 1 2

${}_4\mathrm{P}_3$

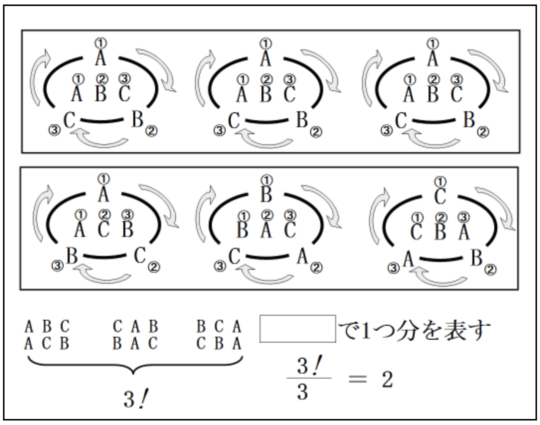
{1, 2, 3}	{1, 2, 4}	{2, 3, 4}	{1, 3, 4}
1 2 3	1 2 4	2 3 4	1 3 4
1 3 2	1 4 2	2 4 3	1 4 3
2 1 3	2 1 4	3 2 4	3 1 4
2 3 1	2 4 1	3 4 2	3 4 1
3 1 2	4 1 2	4 2 3	4 1 3
3 2 1	4 2 1	4 3 2	4 1 2
3!	3!	3!	3!

${}_4\mathrm{P}_3$

$\boxed{}$ で1つ分を表す

$${}_4\mathrm{C}_3 = \frac{{}_4\mathrm{P}_3}{3!} = 4$$

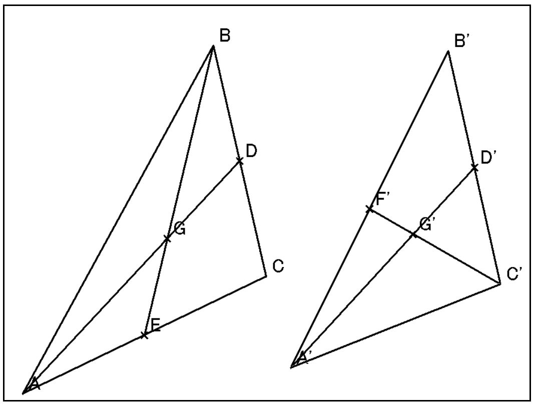
イ　３人が輪になる方法

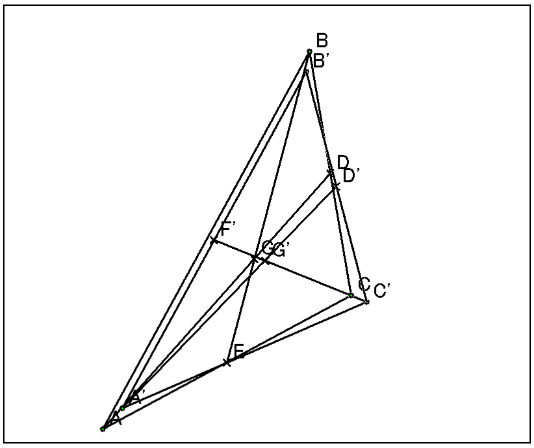


⑻　三角形の重心・外心・内心

Geometric Constructor で作成した図形をプロジェクターを通して生徒に提示した。

ア　３中線が１点で交わる

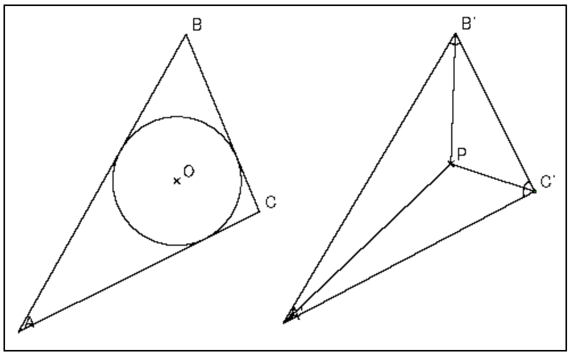


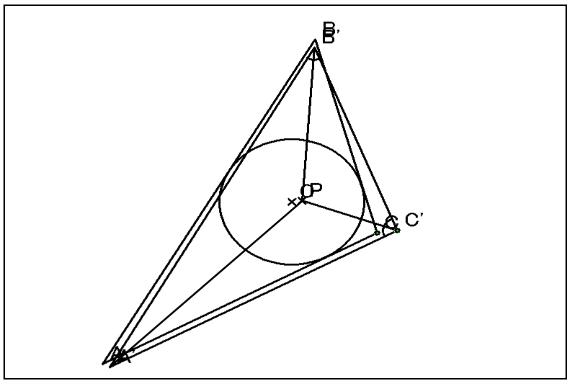


頂点Ａ、Ｂ、ＣをそれぞれＡ'、Ｂ'、Ｃ'にマウス操作で近づけることによって、△ＡＢＣの中線ＢＥとＡＤの交点Ｇが、△Ａ'Ｂ'Ｃ'の中線Ａ'Ｄ'とＣ'Ｆ'の交点Ｇ'に徐々に一致していく様子が分かる。

イ　角の二等分線と内心の一致

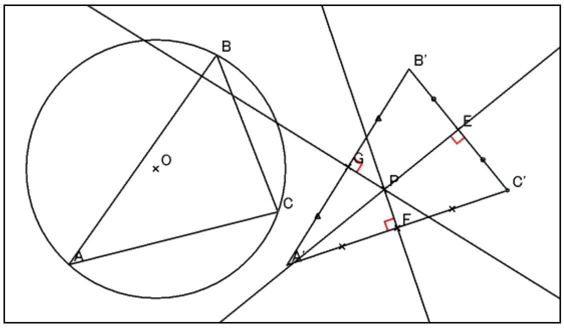
角の二等分線が１点で交わることはアと同様にすれば良いことを説明する。

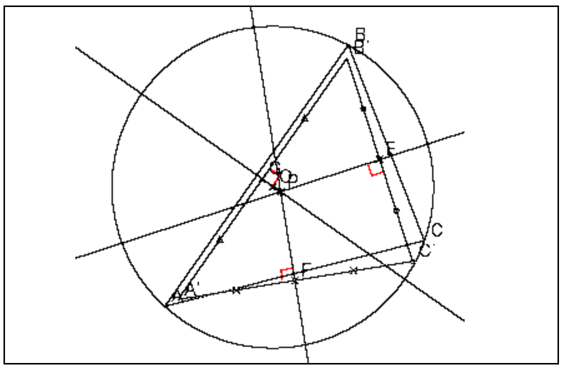




頂点Ａ、Ｂ、ＣをそれぞれＡ'、Ｂ'、Ｃ'にマウス操作で近づけることによって、内心Ｏと角の二等分線の交点Pが徐々に一致していく様子が分かる。

ウ　垂直二等分線の交点Ｐと外心Ｏの一致

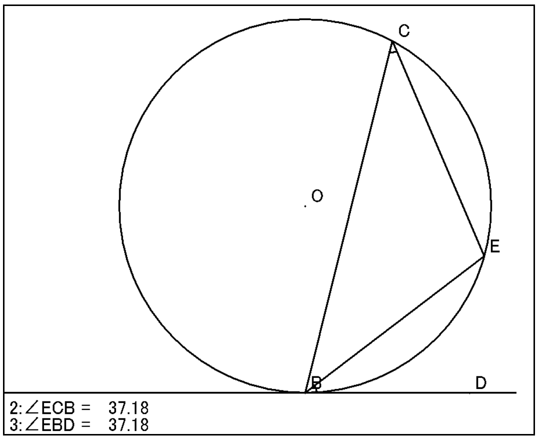


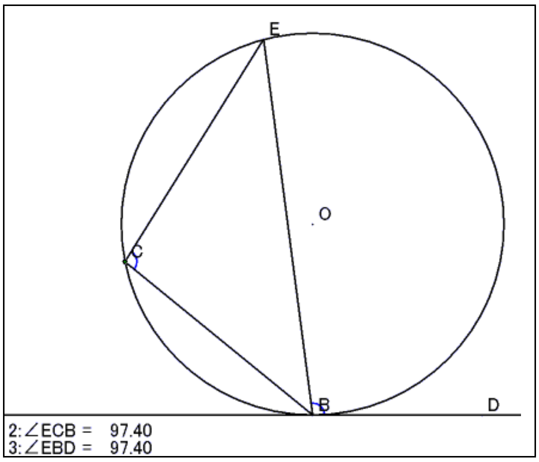


頂点Ａ、Ｂ、ＣをそれぞれＡ'、Ｂ'、Ｃ'にマウス操作で近づけることによって、外心Ｏと垂直二等分線の交点Ｐが徐々に一致していく様子が分かる。

⑼　接弦定理

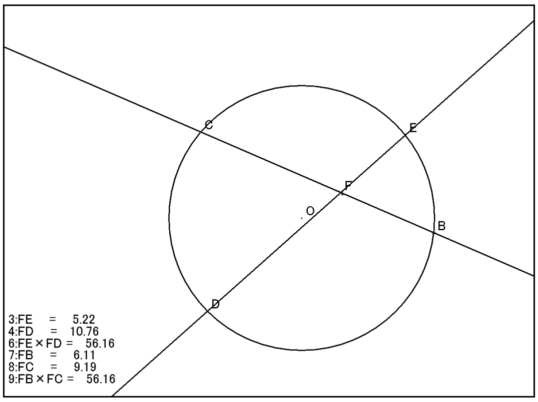
接線と弦がなす角や円周上の点を動かしながら、その角と円周角が常に等しいことを説明した。

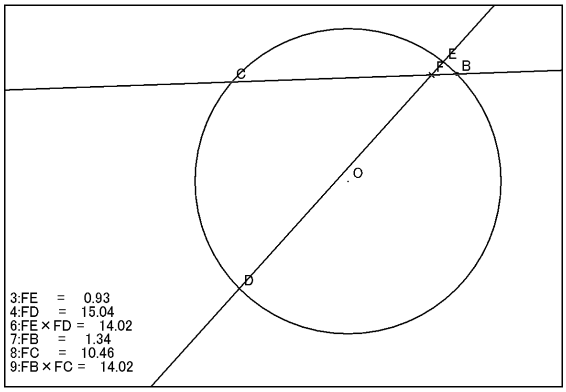


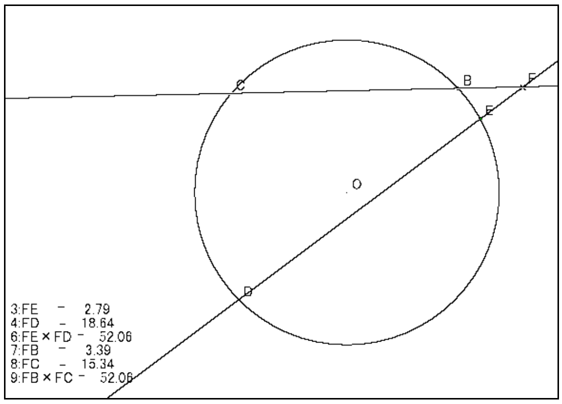


⑽　方べきの定理

２直線の交点Ｆが円の内部から外部へ動く様子を見ながら、ＦＥ×ＦＤ＝ＦＢ×ＦＣが常に成り立つことを説明した。







４　まとめと今後の課題

⑴　１次関数

１次関数のプレゼンテーションは、中学校時代に関数が苦手だった生徒に対して好評であった。ただし、２つの数量の対応を考える例題を解いたり、xの値を代入してyを求める計算を練習しておく必要がある。関連問題は平衡水分や含水率の説明に時間はかかったが、興味を持って取り組むことができた。また、標準偏差の意味はなかなか理解できなかったが、ルートの開平の計算は積極的に取り組むことができた。

⑵　２次不等式

２次不等式で用いたスライドは「上に凸か下に凸か」、「x軸よりも上側か下側か」という要点の整理の上で効果があった。黒板に書いたことを消してしまった場合、再度説明するときは手間がかかるが、基礎事項をスライドにしておくと、授業の中で繰り返し説明ができ、分かりやすい授業が展開できたと思う。しかし、生徒が形式的に２次不等式を解こうとする様子から考えると、２つの数の対応を考えながらという当初の目標が達成できたとは言えない。

⑶　三角比の定義

三角比の定義については、直角三角形による三角比の定義から座標平面による定義への移行をスムーズに行うことができた。ただし、θが鈍角の場合は連続的なアニメーションでないためか、理解に苦しむ生徒は多かった。見るだけではなく、ワークシートなどを使

ってさらに工夫する必要がある。正5角形の問題は、タンジェントを用いるため、サイン、コサインを中心に説明したことが生かされなかった。

⑷　三平方の定理

等積移動のプレゼンテーションそのものは生徒に好評であった。特に、正方形の切り貼りによる説明の方が生徒には分かりやすかったと思う。ただし、三平方の定理の意味は理解できても、それを用いて問題を解けるかどうかは別問題のようだ。等式の変形や平方根の計算などの基本的な計算力が必要だと思われる。角材の問題は、円周から直径を求めることができない生徒が大部分で、三平方の定理に関する問題演習とは言えなかった。

⑸　三角形の面積

三角形の面積の公式を導くプレゼンテーションはただ見るだけになってしまったので、ワークシートなどを使って工夫する必要がある。それぞれの角に対応する辺（３つの場合）の様子は、大変好評だった。

⑹　余弦定理

教科書に記載されている余弦定理の証明と比較すると、理解できた生徒もいたようである。ただし、正弦を用いた三角形の面積の公式を学んだ後での説明になるため、復習事項が多く時間がかかった。特に、

$\sin(90^\circ + A) = \cos A$を再び理解させるのは困難だった。

余弦定理に関する問題が見られなかったため、正弦定理に関する演習問題を行ったが、ベクトル等がまったく分からず、演習は充実したものにならなかった。

⑺　組合せ・円順列

スライドの大きさの関係から、教科書の例題と同じもの（５個のものから３個を選ぶ組合せや４人の円順列）を考えることができなかったため、スライドの内容が適切でないところもあった。しかし、いくつかの順列をひとつ分の組合せや円順列として考えようとする態度が見られたため、基礎事項である積の法則を深く理解することができた。

⑻　三角形の重心・外心・内心

Geometric Constructorは条件を保ちながら容易に図形の操作ができるため、今まで難解だった図形の証明や、図形の性質を用いた問題を分かりやすく解説することができた。今回は教材提示用として用いたが、使用方法を説明する時間が確保できるのであれば、生徒に使用させる方が良いと感じた。

⑼　接弦定理

接点の位置を固定したまま説明したので、生徒の理解は十分でなかったと思われる。また、角度の表示が小さいため、教材提示としては不適切かもしれない。連続的でないものになってしまうが、地道にプレゼンテーションソフトで作成した方が良かったかもしれない。

⑽　方べきの定理

⑶と同様であるが、教科書には「点Ｆは円周上にない点」と述べられているにもかかわらず、円周上から円の外部に点Ｆが動いていく様子と、ＦＥ×ＦＤ＝ＦＢ×ＦＣが常に成立している様子は生徒に好評であった。

コンピュータを活用した教材の提示については、多くの反省点があり、今後さらに良いものにしたいと思う。「実用農業数学」を参考にした問題演習については、生徒が興味を持ち、充実した時間を過ごしたとは言えない。特に数学Ａについては、関連問題がなく、図形に関する問題は中学校までの内容のものばかりで、授業の中で取り扱うことは難しかった。研究題目として掲げたことに対して、明らかに研究内容や成果が不十分なものとなってしまったが、今後の授業に生かしていきたいと思う。

参考資料等

・　高等学校　新数学Ⅰ　（第一学習社）
・　高等学校　新数学Ａ　（第一学習社）
・　高等学校学習指導要領解説　数学編　理数編　（文科省）
・　新数学教育の理論と実際＜中学校＞（聖文社）
・　実用農業数学（農業図書株式会社）