# 分かる数学Ⅰの指導方法

愛媛県立津島高等学校　　清家　規晶

## 1　はじめに

本校で数学を指導するにあたり、「分かる」ということは大変難しいことである。旧宇和島市の周辺校として位置する本校は、旧宇和島市の高校に比べ学力の高くない生徒が多く、中にはきわめて学力の低い生徒も入学している。また、本校の教育課程の問題から、科目数が多く、各科目の単位数が少ないため、授業の最初に前時の復習を丁寧に行わなければならない。さらに、学習習慣が定着していない生徒が多いため、前時の内容を忘れている者が多い状況である。特に今年度の１年生は、例年に比べ学力の差が激しい上に、上位層が少ない状況である。このような状況の中で、どのようにして授業に興味を持たせるか、そして、生徒たちの記憶の中に残すことができるかということが課題になってくる。そのため、GRAPES、FUNCTIONVIEW などを利用して、グラフを視覚的にとらえさせる工夫を授業に加える研究をしてみようと思い、昨年と同じではあるが、この主題を設定した。

今回の内容は、数学Ⅰの２次関数である。特に、その中でも最大値・最小値の指導と２次不等式の指導におけるコンピュータの利用である。ここでコンピュータを利用しようと考えた理由は、先にも述べたように、今年の１年生の学力は極端に低いため、最大値･最小値という観念がなく、なかなか理解してもらえなかった点にある。グラフを見せることによって一番上にあるところが最大値、その逆に一番低いところが最小値であることと、ｘ軸の上にある部分がｙ＞０の領域であり、下の部分がｙ＜０の領域であることを理解させることをテーマに研究していくことにした。

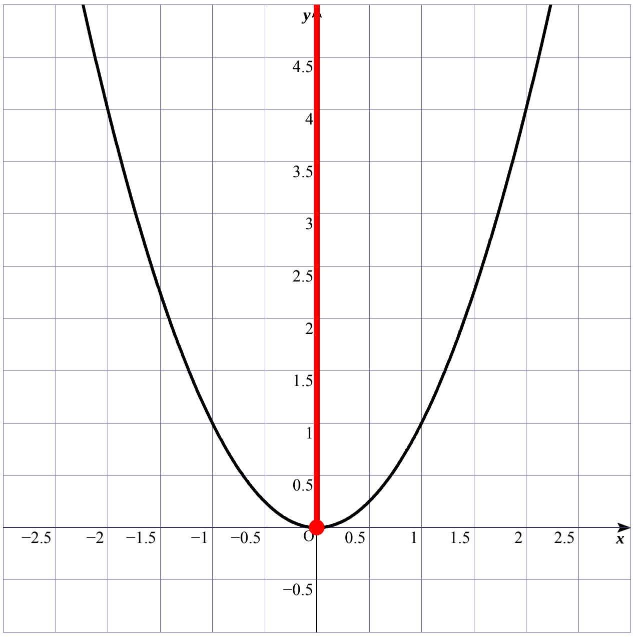
## 2　研究の内容

### (1)　最大値・最小値

#### (ｱ)　定義域なしの場合

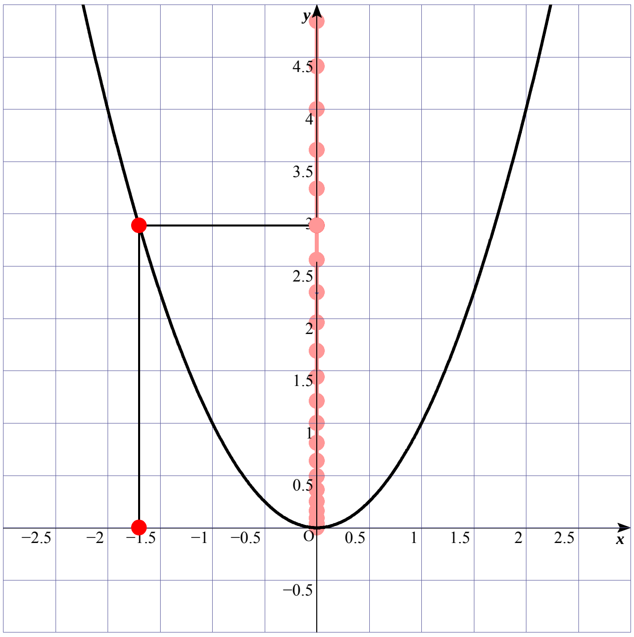
通常、定義域のない最大値・最小値を指導する場合、次の図のように示し、一番低いところにある数０が最小値であることを説明するのではないかと思う。例年であればこのくらいの説明でほとんどの生徒が理解してくれていたのだが、今年度は違う傾向にあった。

まず、関数の最大値や最小値というものは、ｙの値の最大値や最小値であることを説明することから始まり、グラフにおいて、一番低いところというのが、一番小さい数であるということ。さらに、そこは結局、頂点のｙ座標であることを理解させるまでずいぶんと苦労をした。




そこで、教科書の延長であるが、次のような図を示しながら説明を加えた。

前の図に３点を加えたものである。その点とは、（ａ, ０）、（ａ, ａ²）、（０, ａ²）であり、特にｙ軸上の点は残像を残すようにしてみた。このことによって、ａ＝０のとき、つまりｘ＝０のとき、最小値０をとるということを示すつもりであった。

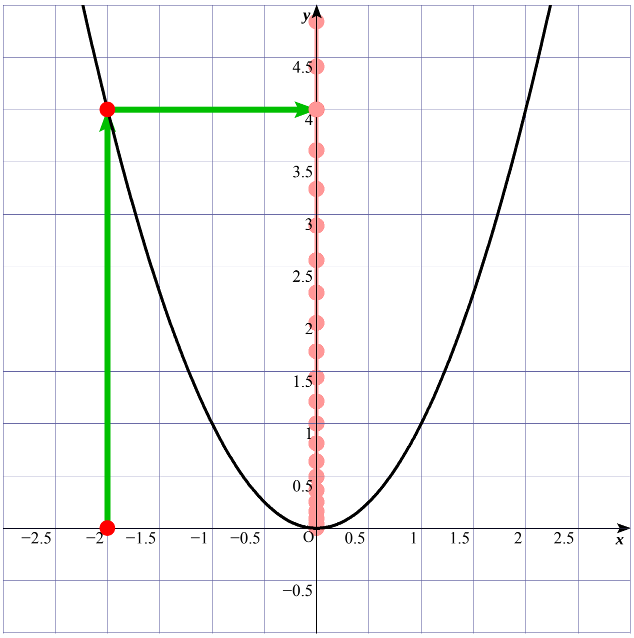



しかし、これでもなかなか理解してくれないのが、今年度の１年生であった。

そこで、「ｘの値が決まる」→「ｙの値（関数の値）が決まる」→「座標が決まる（点がとれる)」という流れを、グラフを利用して最大値・最小値をみるために、「ｘの値が決まる」→「点が決まる」→「関数の値が決まる」という流れにした。

さらに、その流れをはっきりとさせるために座標を表す点線をベクトルの形式で表してみた。

それが、次の図である。




これにより、ｘの値の変化に伴い、ｙの値は頂点にくるまでは減少し、その後は増加していくということが理解でき、ｘ＝０のとき最小値０、最大値なしということを、わかってもらえたように思う。

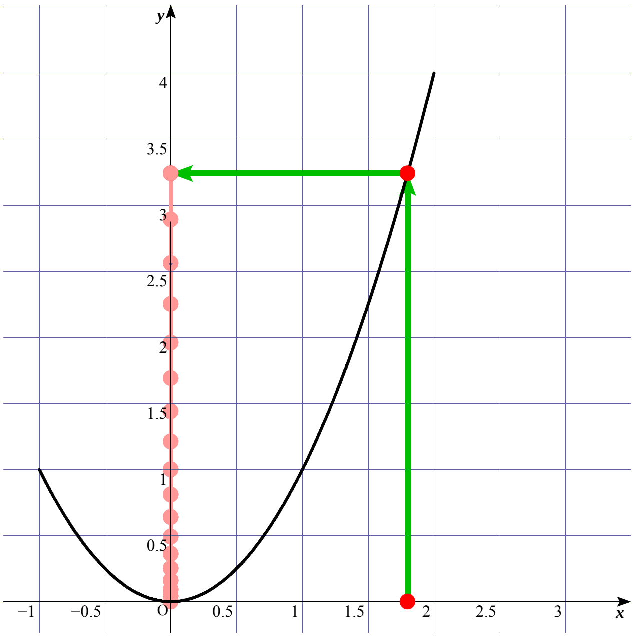
ｘの値を決めることにより、ｙの値が決まっていくという当たり前のことであるが、こうやって矢印をつけるだけで、その意味を理解してくれるようになったことは、やや以外であった。

しかし、これだけのことが後に理解を助けることになった。

(ｲ)　定義域ありの場合

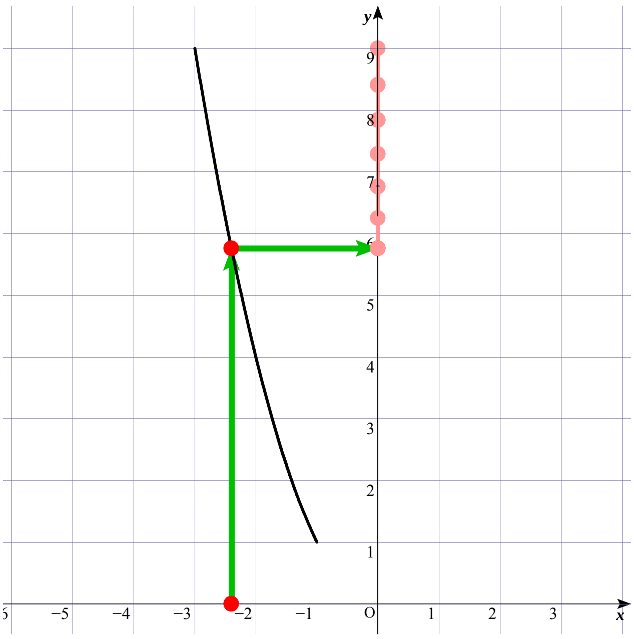
定義域なしの場合は理解してもらえた。しかし、定義域ありの場合は予想通りの展開であった。定義域の最大値と最小値のみを関数に代入し、それが最大値と最小値になるという解答であった。

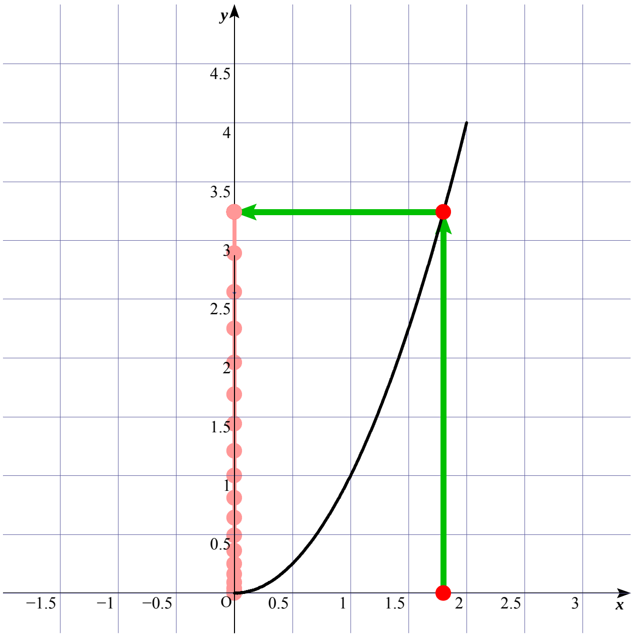
そこで、定義域がある場合のグラフの存在範囲、そして値域にも注目させるベクトルを用いたグラフを示すことにした。



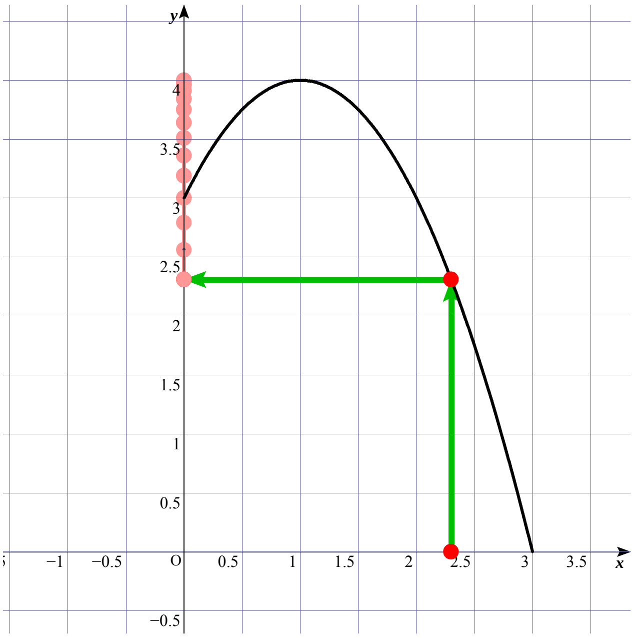

この種の問題での誤答は、定義域の両端を代入して出る数をそのまま最大値・最小値としてしまうものが代表的である。先に関数の値の変化や最大値・最小値ということをやっていても、やはりこう考える生徒がほとんどである。定義域のない場合での頂点のｙ座標が、最大値または最小値になるという考えはどこかにいってしまっているのである。しかし、黒板に書いた図で説明するのとは違い、コンピュータの画面上で繰り返し、点を移動させることで理解を助けることになった。

頂点のｘ座標が定義域の中にない場合は逆に理解は早かったように思う。






　これらのことが理解できると、頂点がどのように移動しても、また、上に凸であろうが、下に凸であろうが解くことはできていたように思う。

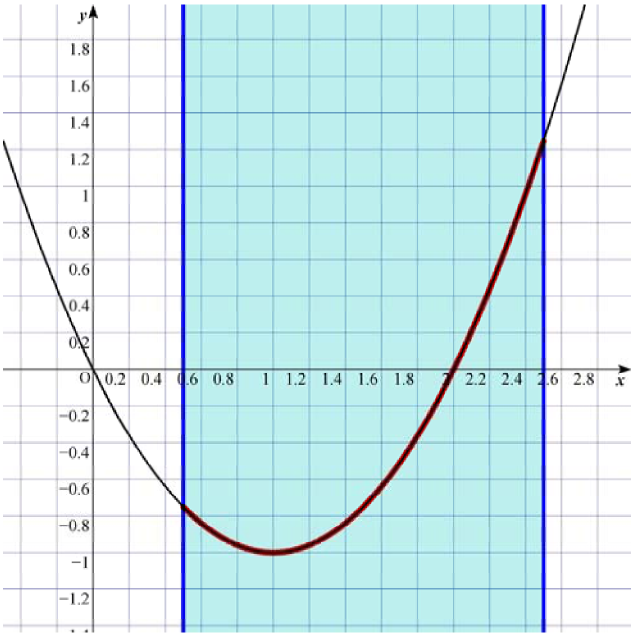



　さらに、定義域が変化する場合や軸が移動する場合の応用問題にも対応ができる。これについては以前に研究したことがあるので１例だけ表示しておく。

(ｳ)　定義域が変化

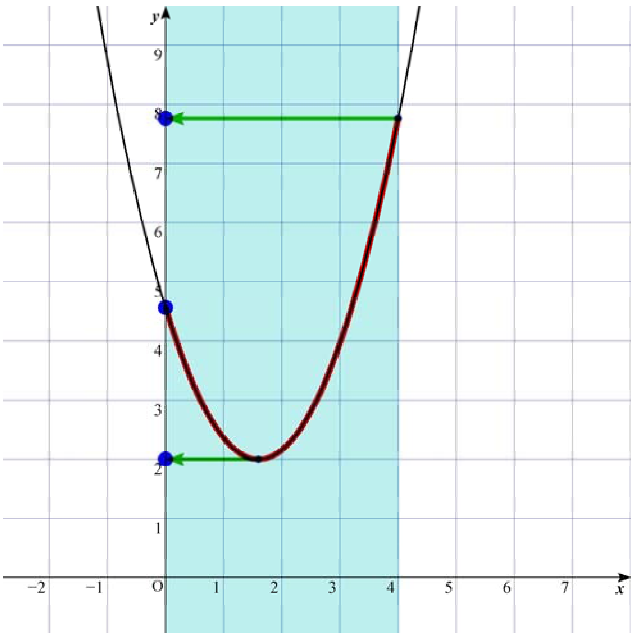
　$y=(x-1)^2-1$　$(a \leqq x \leqq x+1)$

　この関数のように、ａの場合分けによって、最大値・最小値が変化する問題については、明らかにグラフを見せることで理解の手助けとなっていた。




(ｴ)　軸が変化

　$y=(x-a)^2+2$　$(0 \leqq x \leqq 4)$

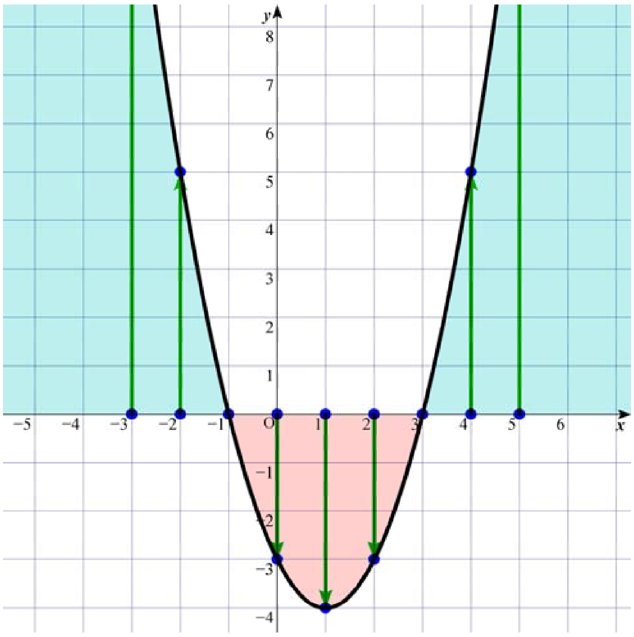



(2)　２次不等式

　２次不等式の説明をグラフを用いて行うとき、ｙ＞０とｙ＜０の領域を色分けだけでは少し不十分であった。そのため、最大値・最小値のときと同じようにベクトルで工夫をしてみた。

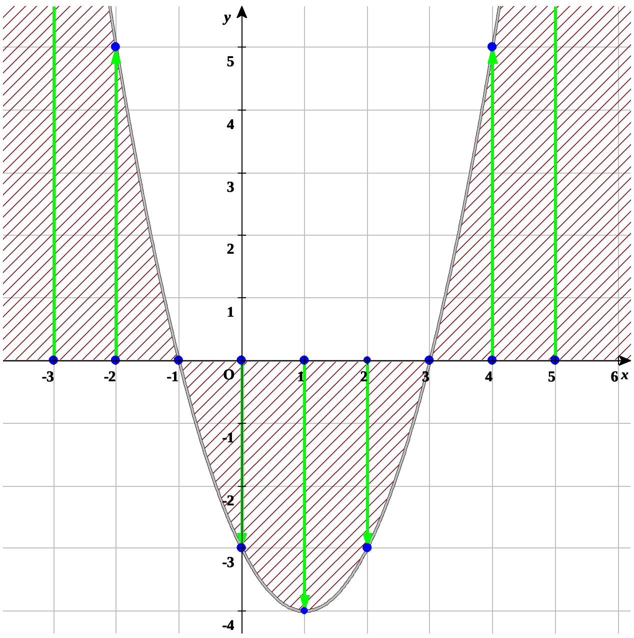
　また、説明としては例年なら「グラフがｘ軸の上にある部分をみて、それに該当するｘの範囲が解である」という風にしていたが、今回は「この辺のｘの値のとき、グラフは軸の上にあるよね。だから、この辺のｘの範囲が解だよ」という風に

してみた。結果的には理解度はあまり変わらないように感じたが、意味としては通じたように思う。




２次不等式をグラフで説明することは簡単である。しかし、パターン化ではなく、そういうパターンになる理由をしっかりと理解させることも必要である。例えば、不等式を解く基準となる数はｘ軸とグラフの交点のｘ座標であること。また、ｘ軸の下側がｙ＜０の領域であることや、反対に上側がｙ＞０の領域であること。これらのことをしっかりと理解させておけば、次の内容にもつながっていくのではないかと思う。

また、FunctionView で同じ図を作成してみた。




関数の入力については、GRAPES とほぼ同じであるが、直線が細く GRAPES よりもすっきりとした図が描けている。

## 3　おわりに

コンピュータを利用して授業を行うことで生徒の理解を助けることになる。特に、最近の生徒、コンピュータを扱うことにも慣れており、本校の生徒は中でもこういう作業的な学習には大きな関心を寄せてくるし、積極的に取り組んでくる。いつものただ机に座って黒板で受ける授業ではわからないところがわかったり、できない問題ができたりする。

しかし、よいことばかりではなく、幾つかの問題点もある。一つは、黒板に板書していれば生徒はわからないまでもノートをとっており、それを元に後に学習することはできるが、コンピュータを扱うと家庭学習の習慣がない本校の生徒では全くといっていいほど後に残らない。その場限りの学習になってしまうことが大きな問題である。コンピュータを使うことで理解を助けるのだから、それを生かして次につなげる工夫が必要である。毎時間コンピュータ教室が使えるわけではないだけに、特に求められる問題である。

さらに、コンピュータ教室を使用する場合、教員一人ではどうしても無理がある。コンピュータへの入力方法や関数などに対する質問を受けたりすると一人では回らなくなってしまう。その結果、わからなくて何もしない生徒、逆に作業が終わってしまって何もしない生徒が出てきてしまう。

こういった問題については学校全体での取り組みが必要となってくるがなかなか解決しにくい問題である。

最後に、来年度この生徒をそのまま指導すると思われる。そのとき、数学Ⅱを指導するため直線の方程式、円の方程式、さらに微分･積分の指導におけるコンピュータの使用を研究していきたい。