

FunctionView を活用した授業の研究

愛媛県立北条高等学校 高田 修和

1 はじめに

今年度、総合学科で「数学 I・A」と「実践数学」を担当している。生徒の理解度を高めるためにも、視覚的効果の活用は不可欠である。今回は関数グラフ・平面・空間シミュレーションソフトである「Function View Ver 5.68a」を活用して、より効果的な指導ができる単元を確認するためにもいい機会だと考え、このテーマを設定した。

2 研究概要

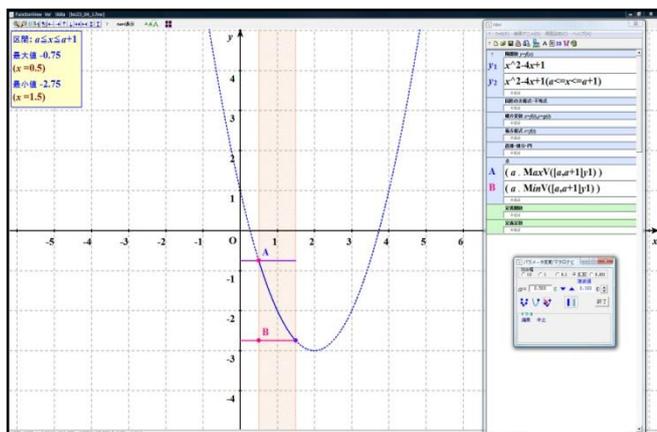
本校では「改訂版 新編 数学 I (数研出版)」、「改訂版 新編 数学 A (数研出版)」を使用している。

数学 I では、2 次関数にコンピュータがよく活用されている。そこで、今回は「2 次関数の最大・最小の応用問題への活用」を考察する。次に、数学 A では、「平面図形への活用」を考察することにした。

(1) 区間が変化する 2 次関数の最大・最小 (数学 I)

(問題) 2 次関数 $f(x) = x^2 - 4x + 1$ の $a \leq x \leq a+1$ における最大値を $M(a)$ 、最小値を $m(a)$ とするとき、 $M(a)$ と $m(a)$ を a の式で表せ。

[初期画面]



[設定]

- ① □ 陽関数 y_1 に $f(x) = x^2 - 4x + 1$ を点線で登録する。
陽関数 y_2 に $f(x) = x^2 - 4x + 1$ ($a \leq x \leq a+1$) を実線で登録する。



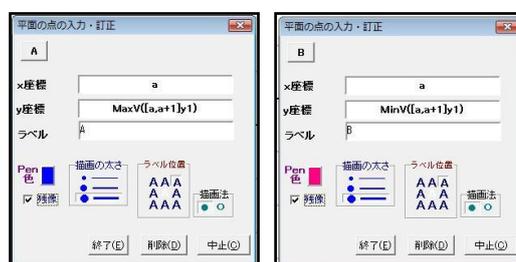
- ② $MaxV$ は区間での最大値を与える。クリックすると、

表示パネルに $MaxV$ ([上限, 下限] 関数) と表示されるので、 $MaxV([a, a+1] y_1)$ は区間 $[a, a+1]$ における関数 y_1 の最大値を与える。

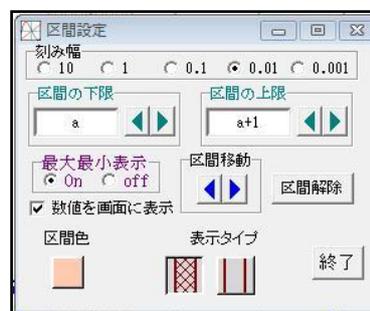
同様に、 $MinV$ は区間での最小値を与える。クリックすると、表示パネルに $MinV$ ([上限, 下限] 関数) と表示されるので、 $MinV([a, a+1] y_1)$ は区間 $[a, a+1]$ における関数 y_1 の最小値を与える。

点 A を座標 $(a, MaxV([a, a+1] y_1))$ で登録する。

点 B を座標 $(a, MinV([a, a+1] y_1))$ で登録する。



- ③ ツールバーの区間設定 をクリックし、区間設定フォームを表示する。



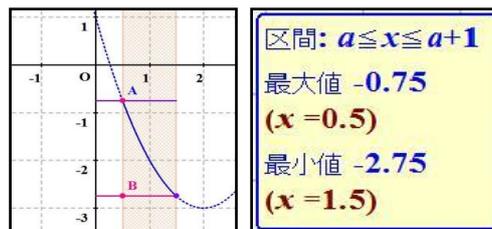
区間を $[a, a+1]$ に設定する。

- (ア) 「最大最小表示」を On にする。

最大値と最小値が分かるように、 x 軸と平行な線が引かれる。

- (イ) 「数値を画面に表示」にチェックを入れる。

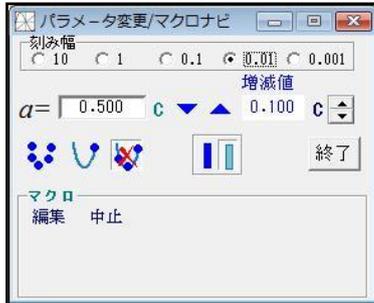
a の値を変化させると、それに応じて表示される。



- (ウ) 表示タイプを にする。

区間内が網掛けになる。

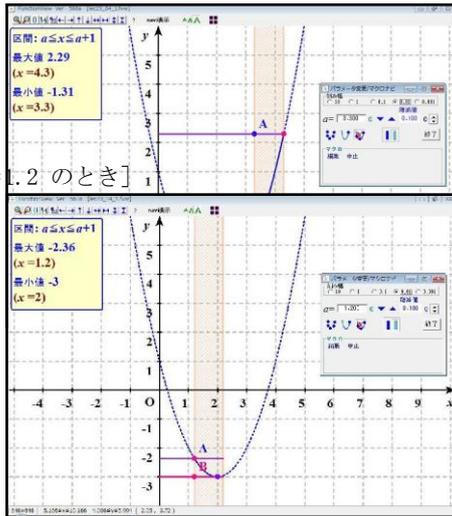
- ④ 区域移動  をクリックし、パラメータ変更 / マクロナビフォームを表示する。



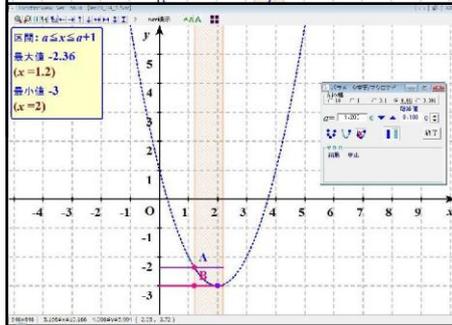
- (ア) 残像消去  を囲んだ状態にして、 a の値を変化させる。

 ボタンを押すと、パラメータが増減値だけ変化してグラフを描く。

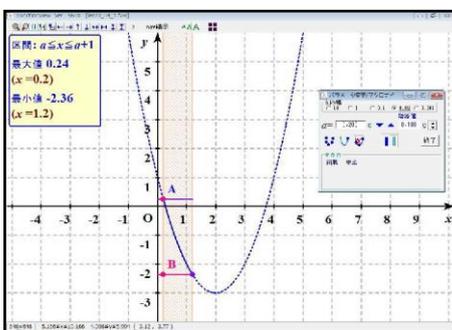
$[a=3.5$ のとき]



$[a=1.2$ のとき]



$[a=0.2$ のとき]

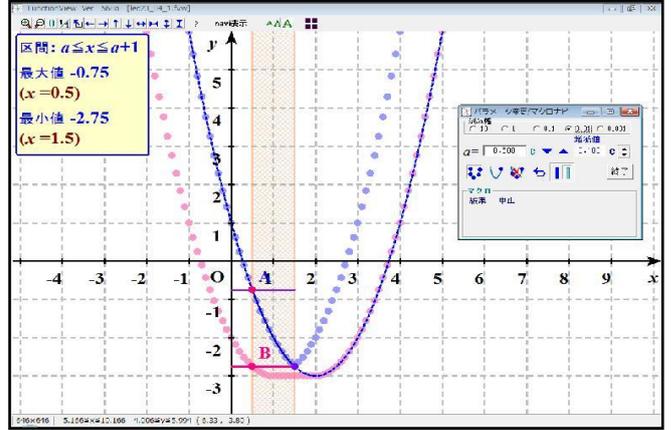


左上に表示された数値とラベルA, Bをそれぞれ確認する。実際に、最大値と最小値の両方を確認するのは難しい。また、残像が残らないと全体をとらえ難い。

次は、残像を残しながら、一方のみを表示する場合を考察する。

- (イ) 残像セット  を囲んだ状態にして、 a の値を変化させる。

[最大値と最小値を両方とも表示]



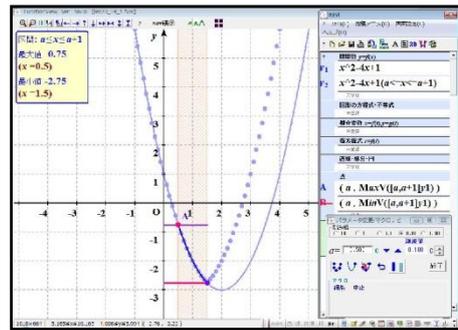
[最大値のみ表示]

- ①  を囲んだ状態にして、Navi 表示する。

- ② Bを「図形の表示・非表示の切り替え」で囲んだ状態にする。

画面では二重線が引かれ、非表示になる。

点	
A	$(a, \text{MaxV}([a, a+1]y_1))$
B	$(a, \text{MinV}([a, a+1]y_1))$
	未登録



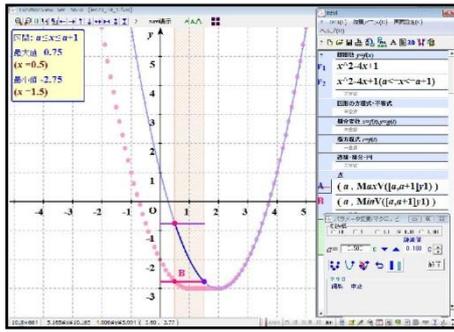
[最小値のみ表示]

最大値のときと同様にして、

- Aを「図形の表示・非表示の切り替え」で囲んだ状態にする。

画面では二重線が引かれ、非表示になる。

点	
A	$(a, \text{MaxV}([a, a+1]y_1))$
B	$(a, \text{MinV}([a, a+1]y_1))$
	未登録



左上に表示された数値と最大値の時は点A, 最小値の時は点Bを確認しながら、 a の値を変化させる。それぞれの残像を確認することができる。

- ⑤ マクロで残像を描かせる。自動的に、描けるので一連の流れがつかみやすい。その上で、 a の値を手動で変化させた方がより効果的に思われる。パラメータ変更/マクロナビフォームを表示し、編集ボタンをクリックし、マクロ編集フォームを開く。最大値と最小値のプロシージャを1番ボタンと2番ボタンに割り振る。



```

マクロ編集
登録 ヘルプ 行番号= 20
sub 最大値()#1
a=0
cls
afimageon
for a=-0.8 to 3.8 step 0.1
Draw a
next a
afimageoff
end sub

sub 最小値()#2
a=0
cls
afimageon
for a=-1.8 to 4.8 step 0.1
Draw a
next a
afimageoff
end sub
  
```

最大値と最小値がマクロの中の1番ボタンと2番ボタンに割り振られる。

- ⑥ 解答を確認する。

$$M(a) = \begin{cases} (a+1)^2 - 4(a+1) + 1 = a^2 - 2a - 2 & (a \geq 3/2 \text{ のとき}) \\ a^2 - 4a + 1 & (a < 3/2 \text{ のとき}) \end{cases}$$

$$m(a) = \begin{cases} a^2 - 4a + 1 & (a \geq 2 \text{ のとき}) \\ -3 & (1 \leq a < 2 \text{ のとき}) \\ (a+1)^2 - 4(a+1) + 1 = a^2 - 2a - 2 & (a < 1 \text{ のとき}) \end{cases}$$

(2) 三角形の五心 (数学A)

(問題) 三角形ABCの五心を描け。

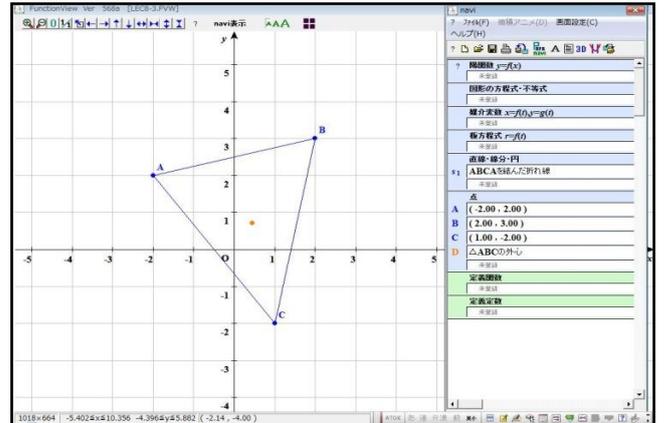
- ① 外心 ② 内心 ③ 重心
④ 垂心 ⑤ 傍心

- ① 外心

3点A(-2, 2), B(2, 3), C(1, -2) とする。

(ア) $\triangle ABC$ の外心Dを表示する。

[初期画面]



- (a) 3点A, B, Cを登録する。

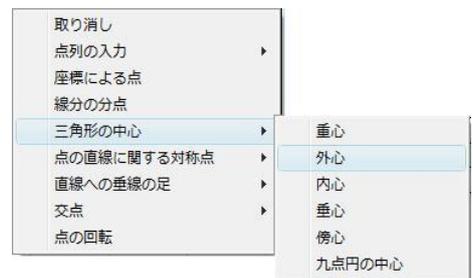


- (b) $\triangle ABC$ を描く。

数式入力パネルの「直線・線分・円」の未登録の枠をクリックする。折れ線を選択して、点列をABCAと入力する。



- (c) 数式入力パネルの「点」の未登録の枠を右クリックする。ポップアップメニューが表示されるので、[三角形の中心]→[外心]でクリックする。



- (d) \triangle の頂点をABCに、ラベルをDとする。

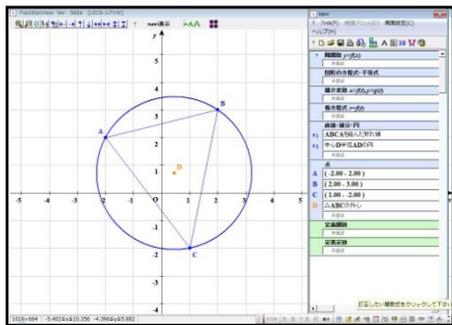


- (イ) $\triangle ABC$ の外接円を表示する。

外接円の中心をD, 半径をADとする。

数式入力パネルの「直線・線分・円」の未登録の枠をクリックする。

円を選択して、円の中心を D、半径は点入力ボタンをクリックして、点の名前の設定フォームから AD と入力する。



(ウ) $\triangle ABC$ の外心 D の座標をラベル表示する。

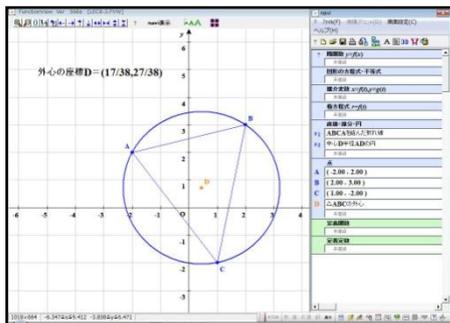
(a) ツールバーの **A** をクリックして、ラベルの入力・訂正フォームを表示する。

(b) 文字の欄に、外心 D の座標 = $(\{D_x\}, \{D_y\})$ と入力する。

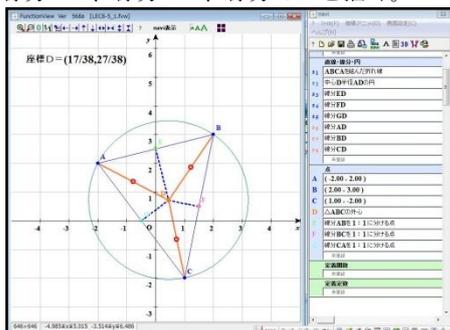
(c) 適用ボタンをクリックすると、画面左上にラベルが表示される。

(d) 表示する位置のラベルをドラッグして変更することができる。

更に、label 座標をグラフにすると、細かな設定が可能になる。



(エ) AB の中点 E、BC の中点 F、CA の中点 G、線分 AD、線分 BD、線分 CD を描く。



※ 3 点 A, B, C はドラッグして、変更することが可能である。

※ 三角形の外心は、「3 辺の垂直二等分線の交点である。」ということを確認することができる。

「② 内心、③ 重心、④ 垂心、⑤ 傍心」については、①外心 (ア) (c) でのポップアップメニュー

ユ

で、[三角形の中心]→[該当を選択]をクリックすると、それぞれ描くことができる。

3 今後の課題及び所感

今回、数学 I では区間が変化する 2 次関数の最大・最小について考察した。点 A, B から x 軸に有向線分を引くと、それぞれの点における x 座標の値がとらえやすい。グラフの平行移動も活用できると、より理解度が深まるように思われる。

また、限られた範囲での 2 次関数の最大・最小と 2 次不等式についても活用していきたい。

数学 A では三角形の五心について考察した。円などについても、活用できるように思われる。

今後は、より高度なプログラムが作成できるソフトについても、機会があれば授業で活用していきたい。