コンピュータを活用した授業のまとめ

愛媛県立津島高等学校　　清家　規晶

１　はじめに

コンピュータ研究委員会に所属して１０年になった。そこで、この１０年間に行ってきた授業において、効果的であったと思われるいくつかの事例を取り上げてみた。

１０年間で南宇和高校、宇和高校、津島高校と３校を経験してきたが、幸いなことに受験指導に追われて、ただカリキュラムをこなし、速く進めること　だけに数学の授業を使っていくことは少なかった。

どの年においても、必ず、進度を考えることなく、コンピュータを利用して授業を行うことができるクラスを１クラスは担当してきた。

特に、現在の学校では教科書等の説明よりもコンピュータを用いての視覚的な効果の方が大きいようである。ただ、教科書同様に長持ちはしないようである。しかし、授業を楽しく印象的にとらえることにおいては絶対的であった。

これまでの研究をまとめてみると、ほとんどが生徒の理解を助けるための部分であり、グラフの移動や変化を想像できない生徒のために、コンピュータを用いて視覚的に分かり易く説明することを目的としていた。

２　研究の内容

(1)　最大値・最小値

数学Ｉの２次関数において、生徒が理解できにくいところが最大値･最小値のところである。その前の平方完成から、軸･頂点の読み取り、グラフの作図のところを乗り越えてきたが、最大値・最小値になってとうとうつまずいてしまう者が多いように感じられた。

生徒としては､直線の最大値･最小値と同じように､定義域の両端における値が最大値と最小値であると考える。グラフを書いてみると分かり易いのであるが、例えば(ｱ)の場合であれば、ｘ＝－１のときのｙの値１よりも小さい値というのは－１＜ｘ＜１においていくらでもあるのだが、頂点の概念がないために、ｘ＝０のとき最小値０ということが見えなくなってしまう。頂点と最大値･最小値の関係をグラフを用いて発見させることがこの部分のポイントである。

(ｱ)　ｙ＝x^2　（－１≦ｘ≦２）における最大値・最小値

ＧＲＡＰＥＳへの入力

陽関数　ｙ１＝x^2（－１≦ｘ≦２）

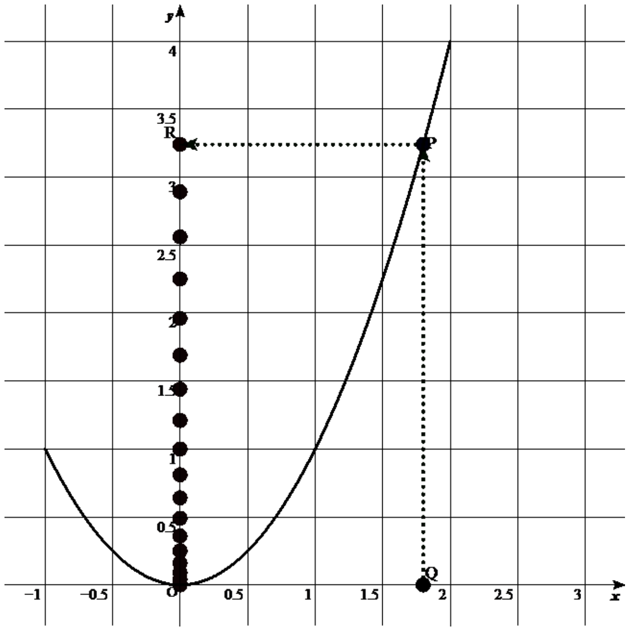
基本図形　点Ｐ（ａ（－１≦ａ≦２，a^2）

点Ｑ（ａ（－１≦ａ≦２，０）

点Ｒ（０，a^2（－１≦ａ≦２））

連結図形　Ｌ１　・→・　ＰＲ

Ｌ２　・→・　ＱＰ



点Ｑから点Ｐ、点Ｐから点Ｒへとベクトルのように矢印を入れているのは、ｘの値（点Ｑ）を決めるとグラフ上の点（点Ｐ）が示され、それが決まるとｙの値(点Ｒ)が決まりるということを示している。さらに、パラメータａを変化させることによって現れる点Ｒの軌跡を、ｙ軸上にとることで値域も理解させ、その結果、ｙの最大値・最小値を読み取らせようという意図がある。また、増加・減少が頂点を境にしていることを理解させるのにも便利であると思われた。

この種の問題での誤答は、先に述べたとおりであり、定義域のない場合での頂点のｙ座標が、最大値または最小値になるという考えはどこかにいってしまっているのである。しかし、黒板に書いた図で説明するのとは違い、コンピュータの画面上で繰り返し、点を移動させることで理解を助けることになった。

頂点のｘ座標が定義域の中にない場合は逆に理解は早かったように思う。

これらのことが理解できると、頂点がどのように移動しても、また、上に凸であろうが、下に凸であろうが解くことはできていたように思う。

さらに、定義域が変化する場合や軸が移動する場合の応用問題にも対応ができる。

(ｲ)　定義域が変化

$y=(x-1)^2-1$　$(a \leqq x \leqq a+2)$における最大値・最小値

ＧＲＡＰＥＳへの入力

陽関数　$y1=(x-1)^2-1$

　　　　$y2=(x-1)^2-1\,(a \leqq x \leqq a+2)$

陰関数　Ｃ１　$a \leqq x \leqq a+2$

基本図形　点Ｐ　$(1,\ -1)$

　　　　　点Ｑ　$(a,\ (a-1)^2-1)$

　　　　　点Ｒ　$(a+2,\ (a+1)^2-1)$

　　　　　点Ｓ　$(0,\ -1)$

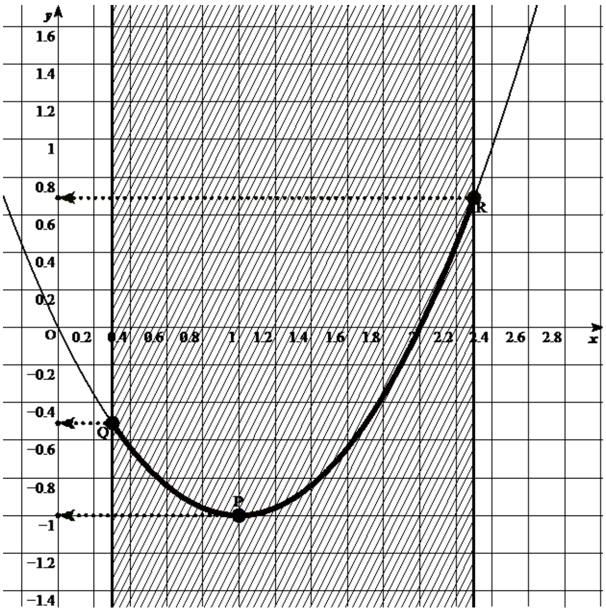
　　　　　点Ｔ　$(0,\ (a-1)^2-1)$

　　　　　点Ｕ　$(0,\ (a+1)^2-1)$

連結図形　Ｌ１　・→・　ＰＳ

　　　　　Ｌ２　・→・　ＱＴ

　　　　　Ｌ３　・→・　ＲＵ



２次関数$y=(x-1)^2-1$は固定されているが、定義域が変化する場合の問題である。ａの場合分けが必要なこのような問題では、グラフや定義域における領域が頭の中に描くことができない者にとってはなかなか難しいものである。さらに場合分けのタイミングというものにも理解しづらいところがあるように思われた。そのため、この画面ではパラメータａを変化させることによって、$a \leqq x \leqq a+1$という領域が動き、さらにその領域内のグラフが太線かつ色違いで表示されるようになっている。また、前に記述しているとおり、グラフの両端及び頂点からｙ軸に向かってベクトル標記を入れている。この上下動によって最大値・最小値が判断できると思われた。その上、このベクトルの重なるときが場合分けの基準になることにも気づいてもらえるのではないかと思われた。

この関数のように、ａの場合分けによって、最大値・最小値が変化する問題については、明らかにグラフを見せることで理解の手助けとなっていた。

(ｳ)　軸が変化

$y=(x-a)^2+1$　$(0 \leqq x \leqq 4)$における最大値・最小値

ＧＲＡＰＥＳへの入力

陽関数　$y1=(x-a)^2+1$

　　　　$y2=(x-a)^2+1\,(0 \leqq x \leqq 4)$

陰関数　Ｃ１　$0 \leqq x \leqq 4$

基本図形　点Ｐ　$(0,\ a^2+1)$

　　　　　点Ｑ　$(a\ (0 \leqq a \leqq 4),\ 1)$

　　　　　点Ｒ　$(4,\ (4-a)^2+1)$

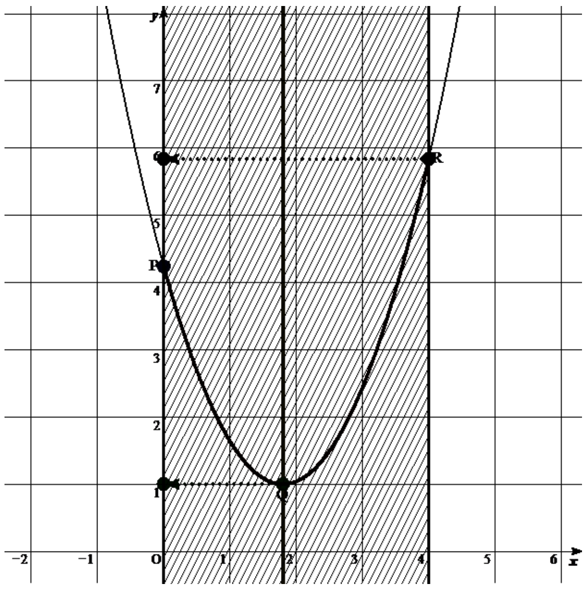
　　　　　点Ｓ　$(0,\ 1)$

　　　　　点Ｔ　$(0,\ (4-a)^2+1)$

　　　　　直線Ｕ　$x=a$

連結図形　Ｌ１　・→・　ＱＳ

　　　　　Ｌ２　・→・　ＲＴ



この問題になると、(ｲ)の問題のように、固定された部分はなく、ますます、頭の中で考え想像することができなくなってしまう。やはり視覚的に最大値・最小値をとらえるためには、コンピュータを利用しての説明は欠かせないものになってくると思われる。ここでの工夫は(ｲ)と同じで、ベクトルを用いていること、点の重なるタイミングが場合分けのタイミングであることである。難しい問題ではあ

るが、黒板だけで場合分けをしたときよりも理解してくれたように思えた。

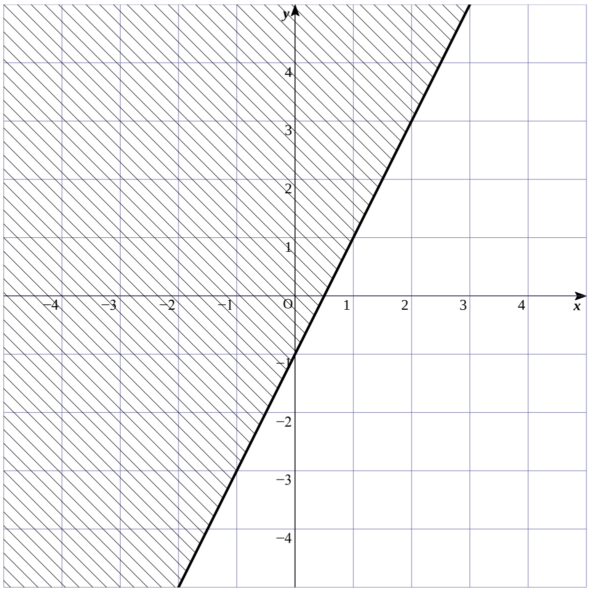
(2)　領域

(ｱ)　不等式の表す領域１

不等式　$y \geqq 2x-1$　が表す領域

ＧＲＡＰＥＳへの入力

陰関数　Ｃ１　$y \geqq 2x-1$

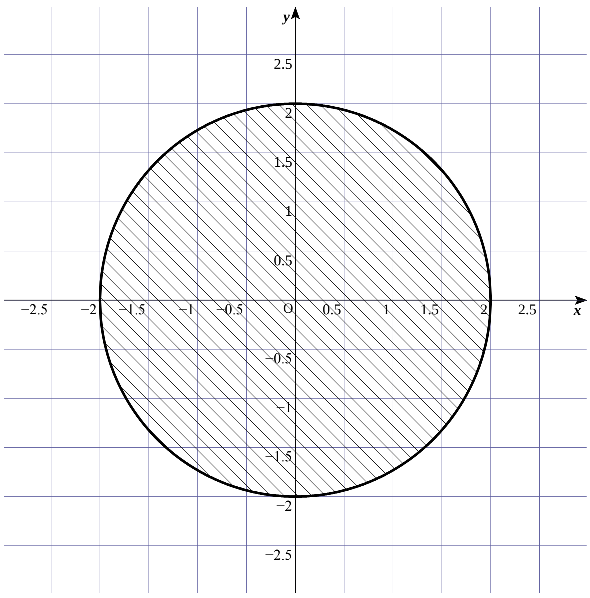


(ｲ)　不等式の表す領域２

不等式　$x^2+y^2 \leqq 4$　が表す領域

ＧＲＡＰＥＳへの入力

陰関数　Ｃ１　$x^2+y^2 \leqq 4$



領域については、黒板で説明するよりもきれいであり、簡単に描けるところに魅力がある。そこで説明するにしても、スクリーンに映し出してさえいれば黒板と同様に利用することができるため大変便利である。つまり、この部分については理解を助けると言うよりも、教師の指導方法の一助となると言った方がよいと思える。ただ、生徒にとって見やすいということは、分かり易いとも言えると思う。

また、領域については分かりやすさとか理解を助けると言うよりも、意外な利用方法があるということで、利用をさせてもらった。それが、以前にも発表をした「絵を描く」ということである。

(ｳ)　キャラクター

ＧＲＡＰＥＳへの入力

陽関数　$y=1/18 \times x^2-6$　$(-6 \leqq x \leqq 6)$

陰関数　Ｃ１:$x^2+(y-1)^2 \leqq 144$

Ｃ２:$(x-7)^2+y^2 \leqq 16$

Ｃ３:$(x+7)^2+y^2 \leqq 16$

Ｃ４:$(x-4)^2+(y-6)^2 \leqq 9/4$

Ｃ５:$(x+4)^2+(y-6)^2 \leqq 9/4$

Ｃ６:$(x-4)^2+(y-7)^2=4$

$(y \geqq 15/2)$

Ｃ７:$(x+4)^2+(y-7)^2=4$

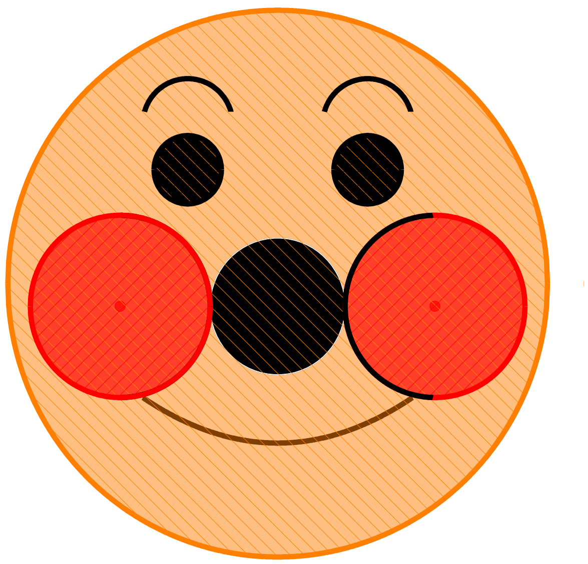
$(y \geqq 15/2)$

Ｃ８:$(x-7)^2+y^2=16$

$(x \leqq 7)$

Ｃ９:$(x+7)^2+y^2=16$

$(x \geqq -7)$



陰関数については、Ｃ９までしか作成ができないので、これ以外に、基本図形の円を利用して$x^2+y^2 \leqq 9$を表すことにする。また、色つ

けについては同様に基本図形で行うことができる。

キャラクターを描いたり、デザインをしたりするならば「お絵かきソフト」や「Ｅｘｃｅｌ」を使用すれば同じような絵や、もっと正確で正しい絵が描けると思う。しかし、それでは単に「お絵かき」になってしまう。ここではあくまでもグラフソフトを利用し、数学で絵を描くということに重点を置いているだけに少しのゆがみといったものは仕方がない。

この分野は何度指導してみても生徒が驚きとともに、楽しく授業を行うことができるところである。コンピュータを利用して授業を行う中でも、最も、生徒が楽しむことができるところではないかと思う。

(3)　微分

放物線$y=x^2$の平均変化率と極限、および微分係数の意味

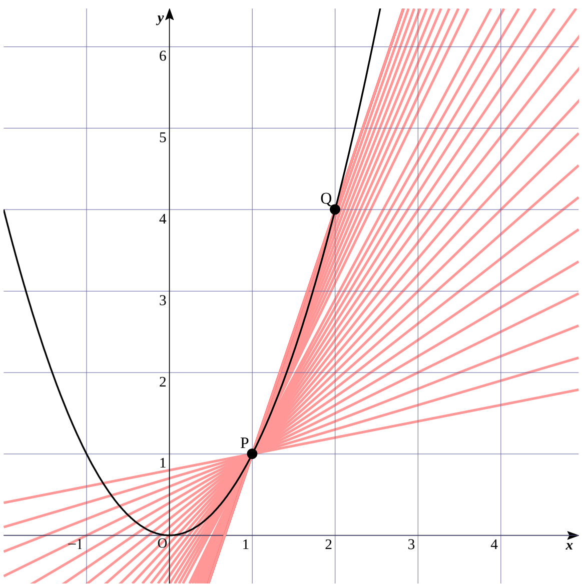
ＧＲＡＰＥＳへの入力

陽関数　$y1=x^2$

基本図形　点Ｐ（１，１）

　　　　　点Ｑ（$1+a$，$(1+a)^2$）

連結図形　Ｌ１　－・－・－　ＱＰ



この分野は、平均変化率を指導し、その図形的な意味、つまり、２点を結ぶ直線の傾きであること。および、その極限である微分係数が接線の傾きを表すことを理解しやすくしている分野であった。黒板で説明するよりも簡単に説明することができ、意味を視覚的にとらえやすいところである。

平均変化率が（ｙの変化量）÷（ｘの増加量）で求められ、これがグラフ上では直線ＰＱの傾きを計算していることに気づいてもらえたはずであった。さらに、パラメータａの値を変化させ、中でもその極限値が結局は点Ｑが点Ｐに近づいていき、最後には一致すること。つまり、直線ＰＱは点Ｐにおける接線の傾きであることを指導しやすくしているところである。

この分野では、以前からコンピュータを利用したり、何らかの教具でグラフを示したりしているところであった。そうすることで、時間もかからず視覚的にとらえやすいことははっきりとしていた。

3　おわりに

コンピュータを利用して授業を行うことで生徒の理解を助けることになる。特に、最近の生徒、コンピュータを扱うことにも慣れており、生徒は中でもこういう作業的な学習には大きな関心を寄せてくるし、積極的に取り組んでくる。いつものただ机に座って黒板で受ける授業ではわからないところがわかったり、できない問題ができたりする。

しかし、よいことばかりではなく、幾つかの問題点もある。一つは、黒板に板書していれば生徒はわからないまでもノートをとっており、それを元に後に学習することはできるが、コンピュータを扱うとその授業の印象は強く楽しいのだが、家庭学習の習慣がない生徒では全くといっていいほど後に残らない。その場限りの学習になってしまうことが大きな問題である。コンピュータを使うことで理解を助けるのだから、それを生かして次につなげる工夫が必要である。毎時間コンピュータ教室が使えるわけではないだけに、特に求められる問題である。

さらに、コンピュータ教室を使用する場合、教員一人ではどうしても無理がある。コンピュータへの入力方法や関数などに対する質問を受けたりすると一人では回らなくなってしまう。その結果、わからなくて何もしない生徒、逆に作業が終わってしまって何もしない生徒が出てきてしまう。

こういった問題については学校全体での取り組みが必要となってくるがなかなか解決しにくい問題である。

最後に、一番の問題はカリキュラムが限られている授業では、コンピュータを使用する余裕がないことである。受験指導といったことを考えてしまうとなかなかコンピュータを授業に持ち込めないのが最大の問題である。