

数学 I における課題学習の実践例

愛媛県立松山東高等学校 兵頭 道淳

1 はじめに

数学と理科においては、新教育課程が今年度より年次進行で実施されており、当然ながら本校でもスタートした。今回の改訂では、「生きる力」を育むという理念のもと、知識や技能の習得とともに思考力・判断力・表現力などの育成が重視されており、科目編成や指導内容などにも少なからず変更があった。その中でも、特に話題に上る大きな変更点としては、次の2つが挙げられる。1つ目は、1年次に学ぶ学校が多いと思われる「数学 I」・「数学 A」において、「データの分析」・「整数の性質」が指導内容に入ったことであり、2つ目は、これらの2科目において課題学習が内容に位置付けされたことである。どちらも大きな改訂であり、どのように実施していくのかを試行錯誤している学校や教師が多いことは容易に想像され、私もその1人である。

このような状況の中、研究部ではこれまでの「自由研究委員会」を今年度は「自由（課題）研究委員会」に変更し、課題学習に関する研究を含めることとした。そこで、今年度本校で実施した課題学習を紹介することで、研究に替えることとした。私自身も初めてのことであり、研究心にあふれているとはいえない人物であるため、十分な考察はできないが、少しでも参考になればと考えている。

2 課題学習について

学習指導要領では、課題学習について「内容又はそれらを相互に関連付けた内容を生活と関連付けたり発展させたなどして、生徒の関心や意欲を高める課題を設け、生徒の主体的な学習を促し、数学のよさを認識できるようにする。」と記されている。生徒の実態に応じて適切な課題を設定することが最も重要であると思われるが、その内容は「学習内容を生活と関連付けた題材」、「学習内容を発展させた題材」の2つが考えられる。

また、実施の時期や場面についても、必ずしも各単元の指導直後である必要はなく、指導前に行うことでその単元に関心を持たせたり、長期休業中の課題とすることなども考えられる。

3 本校での課題学習の実施方法

(1) 題材の設定

先に述べたとおり、課題学習の実施においては、適切な題材を設定することが最も重要であるが、独自の題材を準備することは教師の負担が大きく、どの学校でもできることではない。課題学習は学習指導要領に明記されているため、各教科書にもいくつかの題材が掲載されている。本校では数学 I において「数学 I（数研出版）」を使用しているが、その中でも各単元に関連する7つの題材が最後に

まとめて掲載されている。生徒の実態に応じて教科書を選択していることを考えれば、教科書に掲載されている課題学習の題材も適していると考え、今年度については教科書の題材をそのまま扱うこととした。

(2) 実施時期と実施方法

今年度から新しい教育課程がスタートしたが、本校のように1年次に学ぶ「数学 I」・「数学 A」において「数学 A」の3つの領域をすべて実施する場合には、従来より学習内容が増加しており、通常の授業の中で課題学習を実施することは、進度の面から考えると困難である。そこで、本校では教科書に掲載されている題材をプリントにして、長期休業中の課題として実施した。

4 課題学習の実施

本校では、1学期に数学 I の「数と式」と「二次関数」を学習したため、教科書に掲載されている以下の3つの題材を夏季休業中の課題として与え、各自で添削したものを提出させた。

(1) 開平方

平方根を筆算で求める3つの計算法について学び、その意味を理解するとともに、実際に具体的な値について平方根の近似値を求める。

課題学習1 開平方 提出日: 8月27日(月) 1年 組 番 氏名

開平方の筆算と開平方
平方根を筆算で求める方法は、生徒の関心や意欲を高める課題を設け、生徒の主体的な学習を促し、数学のよさを認識できるようにする。生徒の実態に応じて適切な課題を設定することが最も重要であると思われるが、その内容は「学習内容を生活と関連付けた題材」、「学習内容を発展させた題材」の2つが考えられる。

問題1
平方根を筆算で求めるには、次のようにする。数字は、小数点を基準に2桁ずつに区切っておく。
① 平かして下桁になる最大の数の数を求める。
② 7から下すなら、それを引いた結果の3を、上から下ろしてきた2を強めて33と置く。
③ 10を引く。2+2=4を乗算で計算する。
④ 12を引く。4+4=8を乗算で計算する。
⑤ 6を引く。8+8=16を乗算で計算する。
⑥ 22から6×6すなら、22を引く。上から下ろしてきた2を強めて22と置く。左側では、4+4=8を乗算で計算する。
⑦ 6+6=12を乗算で計算する。
⑧ 263-12=251と計算する。

問題2
次の平方根を筆算の方法で小数第3位まで求めよ。
① $\sqrt{18}$
② $\sqrt{27}$

問題3
① $\sqrt{1000}$
② $\sqrt{1234}$
③ $\sqrt{5678}$
④ $\sqrt{9012}$
⑤ $\sqrt{3456}$
⑥ $\sqrt{7890}$
⑦ $\sqrt{2345}$

問題4
開平方を利用して、 $\sqrt{10}$ に近い整数を求めよ。
上のことを利用して、 $\sqrt{10}$ に近い整数を求めよ。
 $A=10$ とするから、まず $a=3$ とすると
 $a^2 = 9$
 $A - a^2 = 10 - 9 = 1$
 $a+1 = 4$
 $a^2 + 2a + 1 = 16$
 $A - a^2 = 1$
 $A - (a+1)^2 = 10 - 16 = -6$
 $a+2 = 5$
 $a^2 + 4a + 4 = 25$
 $A - a^2 = 1$
 $A - (a+2)^2 = 10 - 25 = -15$
よって、 $\sqrt{10}$ は 3 よりも 4 に近い。
また、 $\sqrt{10}$ は 4 よりも 3 に近い。

問題5
開平方を利用して、 $\sqrt{10}$ に近い整数を求めよ。
上のことを利用して、 $\sqrt{10}$ に近い整数を求めよ。
 $A=10$ とするから、まず $a=3$ とすると
 $a^2 = 9$
 $A - a^2 = 10 - 9 = 1$
 $a+1 = 4$
 $a^2 + 2a + 1 = 16$
 $A - a^2 = 1$
 $A - (a+1)^2 = 10 - 16 = -6$
 $a+2 = 5$
 $a^2 + 4a + 4 = 25$
 $A - a^2 = 1$
 $A - (a+2)^2 = 10 - 25 = -15$
よって、 $\sqrt{10}$ は 3 よりも 4 に近い。
また、 $\sqrt{10}$ は 4 よりも 3 に近い。

ほとんどの生徒たちは、筆算で平方根を求めたことがなく、その意味を理解するのに時間を要していた。正確な調査は行っていないが、課題提出後に何人かの生徒に話を聞いてみると、この課題が最も難しかったようで、正答率も低かった。私自身もこれまでに開平法を用いて計算したことはなく、これらの方法を知ったのも初めてであった。1年生には難易度が高いと思われるが、計算機のない時代の人々の工夫を知るよい機会になったと思われる。

(2) 2次関数のもつ性質

2つの量 x, y についていくつかの値の組が与えられたとき、 y が x の2次関数になっているかどうかを調べる問題である。2次関数においては、グラフ上の3点の座標が与えられると関数が決定するため、初めの3つの x, y の値をとるような2次関数を求め、残りの x, y の値がその2次関数を満たすかを調べればよいが、ここでは2次関数の性質

$$f(x) = ax^2 + bx + c \text{ について, } g(x) = f(x+1) - f(x) \text{ とすると,}$$

$$g(x+1) - g(x) \text{ は定数 } 2a \text{ である}$$

を導き、これを用いて上記のことを調べるとともに、グラフ上の3点が与えられた2次関数について、 x^2 の係数を求めさせている。

課題学習3 2次関数のもつ性質 提出日: 8月27日(月) 1年 組 番 氏名

算字前の三三三 2次関数
2つの量 x, y についていくつかの値の組が与えられたとき、 y が x の2次関数になっているかどうかを調べよ。

問題10
右の表は、ある2つの量 x, y がとる値である。 y が x の2次関数であるかどうかを調べてみる。
① 初めの3つの x, y の値をとるような2次関数を求めよ。
② 残りの x, y の値がその2次関数を満たすかどうかを調べよ。

x	0	1	2	3
y	4	3	4	9

① $x=0, y=4$
 $x=1, y=3$
 $x=2, y=4$
 $x=3, y=9$

② $x=1, y=3$
 $x=2, y=4$
 $x=3, y=9$

問題11
2次関数 $f(x) = ax^2 + bx + c$ について、 $g(x) = f(x+1) - f(x)$ とする。次の値を求めよ。
① $g(2) - g(1)$ ② $g(3) - g(2)$ ③ $g(4) - g(3)$

① $g(2) - g(1) = \{f(3) - f(2)\} - \{f(2) - f(1)\}$
 $= f(3) - 2f(2) + f(1)$
 $= (9a + 6b + c) - 2(4a + 2b + c) + (a + b + c)$
 $= 9a + 6b + c - 8a - 4b - 2c + a + b + c$
 $= 2a + 3b - c$

② $g(3) - g(2) = \{f(4) - f(3)\} - \{f(3) - f(2)\}$
 $= f(4) - 2f(3) + f(2)$
 $= (16a + 8b + c) - 2(9a + 6b + c) + (4a + 2b + c)$
 $= 16a + 8b + c - 18a - 12b - 2c + 4a + 2b + c$
 $= 2a - 2b - c$

③ $g(4) - g(3) = \{f(5) - f(4)\} - \{f(4) - f(3)\}$
 $= f(5) - 2f(4) + f(3)$
 $= (25a + 10b + c) - 2(16a + 8b + c) + (9a + 6b + c)$
 $= 25a + 10b + c - 32a - 16b - 2c + 9a + 6b + c$
 $= 2a - 6b - c$

またとめの問題3
2次関数 $y = ax^2 + bx + c$ のグラフが、3点 $(0, 3), (1, 5), (2, 3)$ を通るとき、2次の係数 a の値を求めよ。

$f(x) = Ax^2 + Bx + C$ とする。
 $f(0) = 3 \Rightarrow C = 3$
 $f(1) = 5 \Rightarrow A + B + 3 = 5 \Rightarrow A + B = 2$
 $f(2) = 3 \Rightarrow 4A + 2B + 3 = 3 \Rightarrow 4A + 2B = 0 \Rightarrow 2A + B = 0$
 $A + B = 2$
 $2A + B = 0$
 $-A = 2 \Rightarrow A = -2$
 $B = 4$

誘導に従えば、課題に対して解答を行うことは比較的容易であるが、これらの有用性があまり感じられないため、与えられた計算を行っただけと感じている生徒が多いであろう。

(3) 絶対値を含む関数と不等式

絶対値を含む1次不等式・2次不等式を解くのに、関数のグラフを利用する方法について調べる問題である。

課題学習4 絶対値を含む関数と不等式 提出日: 8月27日(月) 1年 組 番 氏名

算字前の三三三 絶対値を含む関数
絶対値を含む1次不等式・2次不等式を解くのに、関数のグラフを利用する方法がある。このことについて調べてみよう。

問題13
不等式 $|x-2| < 3$ を解け。

① $25 < x < 35$
 $x - 2 < 3x$
 $-2x < 2$
 $x > -1$

② $x < 2$ または $x > 3$
 $-x + 2 < 3x$
 $-4x < -2$
 $x > \frac{1}{2}$

またとめの問題4-1
不等式 $|x-1| > 2x+3$ を解け。この不等式が $0 < x < 5$ の範囲で成り立つ x の値の範囲を求めよ。

またとめの問題4-2
またとめの問題4-1と同様の考え方で、不等式 $|x-1| > 2x$ を解け。

問題14
解法は、不等式 $|x-2| < 3$ の解は、関数 $y = |x-2|$ のグラフが直線 $y = 3x$ より下側にある x の値の範囲である。
右の図から、不等式①の解は $x > \frac{1}{2}$
同じようにして、問題13の不等式の解について調べよう。

問題15
2次関数 $y = ax^2 + bx + c$ のグラフが、3点 $(0, 3), (1, 5), (2, 3)$ を通るとき、2次の係数 a の値を求めよ。

3つの中では、正答率も理解度も最も高かった。絶対値を含む関数のグラフや絶対値を含む方程式・不等式の場合分けを用いて解くことも学習済みであったため、それらの関係を視覚的に確認することで、より理解を深めることができたと思う。

5 まとめと今後の課題

夏季休業中の課題として与えたため、生徒たちはまじめに取り組んでいたが、学習内容との関連が高いものとしてそうでないものとの差が大きく、学習内容に関する興味・関心を十分に引き出したとは言い難い。今回は1学期の学習内容に関連するものだけであったので内容が限られたが、今後は「図形と計量」や「データの分析」及び数学Aの単元についても実施していく予定であり、題材の精選も必要になるであろう。

また、今回は教師の負担を減らすために、教科書に掲載されている題材をそのまま使用したが、生徒の実情に合わせて適切な題材を設定することはこれからの大きなテーマであり、ふさわしい題材を教師が自ら作成することが望ましいが、多忙な現状を考えれば、課題学習のテーマがどのように与えられているかということも、教科書を選択する1つの要因になるのではないだろうか。