

# 円周率 $\pi$ に関する課題学習の研究

愛媛県立八幡浜工業高等学校 竹田 浩一

## 1 はじめに

高等学校において、目標に準拠した学習評価として観点別学習評価を行うことは、

- (1) 全ての生徒に確かな学力を身に付けさせる
- (2) 生徒の学習意欲を向上させる
- (3) 多様化した社会のニーズに応え、生徒の様々な進路希望を実現させる

といった三つの点で意義があると考えられている。

数学 I・A における「課題学習」についても、これらの考え方を踏まえた授業実践・改善が必要となる。今回、円周率  $\pi$  に対して、それぞれの観点に注目した授業実践・研究を行い、効果的な課題学習の指導のあり方を研究した。

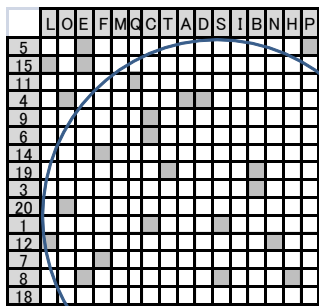
## 2 研究内容 (実践例)

### (1) 「関心・意欲・態度」

それぞれの学習内容の考え方に関心をもつとともに、数学のよさを認識し、それらを事象の考察に活用して数学的な考え方に基づいて判断しようとする。

#### <モンテカルロ法>

乱数を用いた確率的問題として円周率  $\pi$  を求める。正方形とそれに内接する円に対して、無作為に点をとったとき、点が円の中に入る確率を  $P$  とすると、 $P = \pi/4$ 、すなわち  $\pi = 4P$



それぞれで 1~20、A~T を並べ替え、 $20 \times 20 = 400$  枠のうち、こちらが無作為に選んだ 50 枠を塗りつぶさせ、20 人分の結果を集計すると、円の中に入る確率は  $783/1000$ 、円周率  $= 4 \times 783/1000 = 3.13$  が導かれた。

#### 【生徒の感想】

- ・ビンゴゲームの感覚で作業できた。
- ・全然関係のなさそうな円周率と確率がつながっていることが面白かった。
- ・みんなが集めたデータから円周率の値が導かれたことに驚いた。

#### 【事後指導】

- ・乱数についての説明
- ・コンピュータによるシミュレーション
- ・日常生活と統計

### (2) 「数学的な見方や考え方」

事象を数学的に考察し表現したり、思考の過程を振り返り多面的・発展的に考えたりすることなどを通して、数学的な見方や考え方を身に付けている。

#### <アルキメデス「円の近似」>

#### 課題学習 3 正多角形と円周率の値

『新編 数学 I』(数研出版)より

#### ①(課題8)

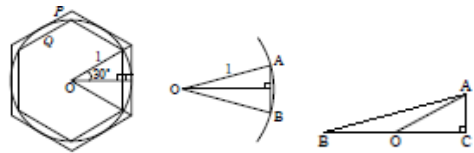
半径1の円に外接する正六角形  $P$  と内接する正六角形  $Q$  の相似比・周の長さ・円周率  $\pi$  の範囲を求める。

#### (課題9)

半径1の円に内接する正12角形の周の長さを三角比・三角比の表を用いて求める。

#### (課題10)

課題9において、三角比の表を用いない方法を考える。(作図により  $\sin 15^\circ$  の値を求める。)



課題9・10により、半径1の円に内接する正12角形の周の長さはおよそ6.21 であることがわかり、半径1の円の周の長さは  $2\pi$  であるから、 $2\pi \approx 6.21$  とすると、 $\pi \approx 3.105$  となる。

#### ②半径1の円に内接する、正多角形の1辺の長さは、

$$\text{正24角形 } \sqrt{2 - \sqrt{2 + \sqrt{3}}}$$

$$\text{正48角形 } \sqrt{2 - \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{3}}}}$$

$$\text{正96角形 } \sqrt{2 - \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{3}}}}}$$

#### ③関数電卓を用いて、これらの長さを求めてみよう。さらに、正多角形の周の長さの半分を求めてみよう。

$$\sqrt{2 - \sqrt{2 + \sqrt{3}}} \times 24 \div 2 \approx 3.132628613$$

$$\sqrt{2 - \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{3}}}} \times 48 \div 2 \approx 3.139350203$$

$$\sqrt{2 - \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{3}}}}} \times 96 \div 2 \approx 3.141031951$$

↓

↓  
④次の2つの数は、どちらも半径1の円に内接する正12角形の1辺の長さを表す。これらの数が等しいことを確かめよう。

$$\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2}, \sqrt{2-\sqrt{3}}$$

【生徒の感想】

- ・三角比から円周の長さを導く発想に興味を持った。
- ・実習で使っている関数電卓が役に立った。
- ・規則的な根号の並んだ数をどんどん計算していくと、円周率に近づいていくのが不思議だった。

【事後指導】

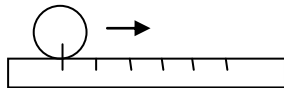
- ・ルドルフの話・・・正 262 角形(正 461 京 1686 兆 184 億 2738 万 7904 角形)を用いて、円周率の小数以下 35 桁を正しく評価した。ドイツでは円周率のことをルドルフ数とも呼ぶ。
- ・2重根号の説明 ・余弦定理、半角の公式

(3)「数学的な技能」

それぞれの学習内容の事象を数学的に表現・処理する仕方や推論の方法などの技能を身に付けている。

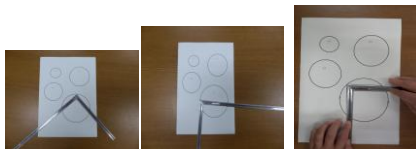
○測量

身近にある丸いもの【硬貨、壁掛け時計、タイヤなど】の円周の長さや直径を測る(印をつけて、定規で測る)。表にまとめて円周の長さと直径の関係を考察する。



○大工道具

差し金(曲尺・かねじゃく)の説明をする。表目(通常が目盛)に対して、裏目に刻まれている、円周率π倍の目盛を「丸目」、ルート2倍の目盛を「角目」と言う。円の直径から円周や円に内接する正方形の1辺の長さ、例えば丸太のできる角材の1辺の長さを求めることができる。



○動画視聴(NHKティーチャーズライブラリー)

「頭がしびれるテレビ『神はπに何を隠したのか』」

小惑星探査機はやぶさの軌道を計算するのにπの正確な値が必要だったことが紹介されている。西条の町工場が「はやぶさ」に部品提供していることにも触れ、ものづくりへの応用や発展も意識付けさせる。

(4)「知識・理解」

それぞれの学習内容における基本的な概念、原理・法則などを体系的に理解し、基礎的な知識を身に付けている。

ワークシート・レポート・定期考査等で反映

3 成果・課題

2の(1)(2)については、三角比(本校は工業科目との関連もあり、1学期後半から履修)の内容として2講座で実施した。講座の習熟度は均等であるが、その反応や理解度は様々であった。それぞれの生徒の実態に応じて、学習内容や取り上げる教材を精選し、どういった観点を評価するのか(鍛えるのか)、という共通意識をもって指導にあたる必要がある。

(3)については数I・Aの課題学習という内容に限らず、「生徒の主体的な学習を促し、各領域の内容を総合したり日常の事象に関連付けたりした適切な課題を設け、数学的活動(作業、観察、実験、調査など)を重視しながら、学習効果を高めるよう適切な時期や場面で実施した」取組をいくつかまとめた。「Column」「Coffee break」的、もしくは階段の踊り場のような、心の余裕を持たせた上での学習は、数学だけの教科だけでなく、学習活動の中だけでもなく、あらゆる教育活動の場面で必要だと考える。

(4)については具体的には取り上げなかったが、(1)～(3)の観点も含みながら、適切な学習評価の根幹として、授業改善や考査作成につなげていくものである。

4 おわりに

現在の学習指導要領が実施されて(数学・理科は)3年目となり、その学習内容や生徒の実態、大学入試の状況などが、より現実的な現場の話題となっている。課題学習についても、昨年度の「課題学習実践事例などのアンケート集計・分析」結果によるところの、前向き・好意的(数学のよさを認識させたい、教える側も楽しむ etc.)な取組が拡大・充実され、消極的・言い訳的(時間がない、大学入試に関係ない etc.)な考えが自然消滅するような流れを望みたいものである。

円周率πをただの値(道具)とみなす、それとも、  
ロマンを感じさせるか、それが問題である。

《参考資料》

- ・『高等学校学習指導要領』(文部科学省)
- ・『高等学校学習指導要領解説数学編』(文部科学省)
- ・『愛媛県立学校 学習評価の手引』(愛媛県教育委員会)
- ・『新編 数学I』(数研出版)
- ・『新編 数学I 教授資料』(数研出版)
- ・『新学習指導要領における言語活動の充実と学習評価の改善』(文部科学省 初等中等教育局)