

# 就職試験等を見据えた課題学習の研究

愛媛県立今治工業高等学校 薬真寺裕

## 1. はじめに

工業高校である本校において、数学の専門教育における役割は大きい。就職試験に関しても各企業が実施している適性検査やSPI試験では、多くの数学の問題が出題され、これまで数学で学んできた知識や応用力が問われることが多い。このようなことから、本校における数学教育の重要性は高い。しかし、本校の生徒の数学に対する理解度や学力は差が大きく、苦手意識を強く持っている生徒も少なくない。昨年度の実験状況の分析の中で、不採用の一つの要因として、数学の問題での不振が挙げられた。本校の生徒の多くは、地元今治を支える造船や繊維関係の会社をはじめ、ものづくりを主体とした企業へ就職する。すなわち、ものづくりに携わっていく中で、数学は欠かすことのできない要素の一つとなる。

しかし、入試の得点率や授業の様子を見ると、中学校までの数学の内容をほとんど理解していない生徒もいる。企業の方との懇談でも、1つのツールとして扱うことができない話をよく聞く。企業の求める人材・人財になるために、数学を苦手としている生徒に対してどのように支援していくか、また、得意としている生徒の数学力をどのように伸ばしていくかを考察した。本研究は図形の問題を参考に、3年次に開講される選択科目「数学A」の授業での考察である。また、就職試験対策をしている講座でも授業実践し、生徒の活動の様子を考察した。

## 2. 比例について考える

今年4月に消費税が8%となった。この部会誌が発行される頃には、もしかしたら10%に増税が決まっているかもしれないが、ここ最近耳にした言葉に注目してみる。

「物価の上昇に比例して庶民の生活は苦しくなる。」

「給料の上昇と比例して豊かな生活が送れる。」

というような言い方を新聞などで時々見かける。物価が上がれば上がるほど生活が苦しくなる、お給料が上がれば景気が上向き生活が豊かになる、くらの意味だが、数学的には正しくない。もし、物価と生活の苦しさが比例する、というなら物価が2倍になれば生活はちょうど2倍苦しくなり、物価が3倍なら生活苦も3倍、ということになるが、現実の庶民感覚としては物価が5%上がっただけで生活は3倍も4倍も苦しくなるのだ。

「ちゃんと書いてある通りに読み、物価に比例するのではなくて物価の上昇に比例する、と言っているのだ。」といちゃもんをつける人がいるかもしれないが、それも正しくない。もし、物価の上昇に比例するなら、ちょっとでも物価が下がれば苦しきはマイナスになってしまうはずだが、多少物価が下がったって(円高差益で電気代が年間100円下がったって)苦しいものはやっぱり苦しいのだ。

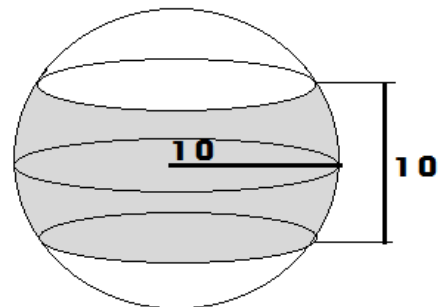
比例というのは一方が増えればもう一方も増える、などとい

ういい加減なものではなく、一方が2倍に増えればもう一方も正確に2倍増える、という厳密な数学的意味を持つ言葉なのである。

## 3. 就職試験問題から課題学習を探る

以下の問題について考察する。

半径10の球について、灰色部分の表面積を求めなさい。ただし、円周率は $\pi$ としてよい。

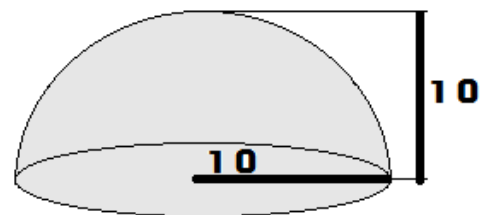


出題者の意図はよく分からないが、恐らく受験生を少し困らせる(我々数学教員が定期考査でよく行う100点阻止のための)問題であろう。一見シンプルな問題に見えるが、この問題は奥が深い。1つの解答例を示してみる。

灰色部分の面積は、幅が半径と等しいので、中心を通る面に半分に切った球面の表面積と等しくなる。下図の表面積と等しくなるので、

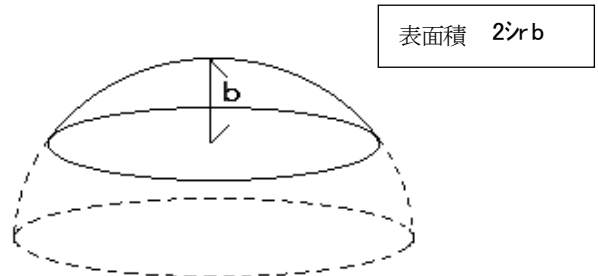
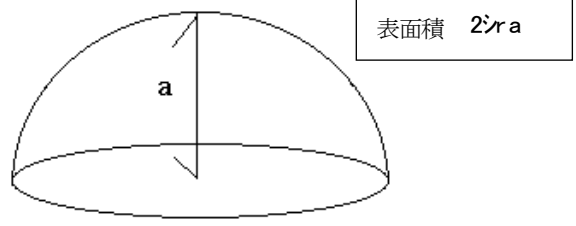
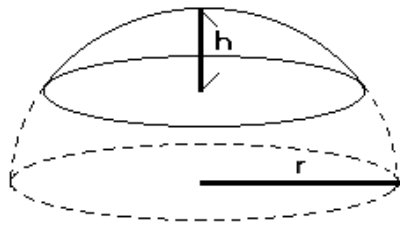
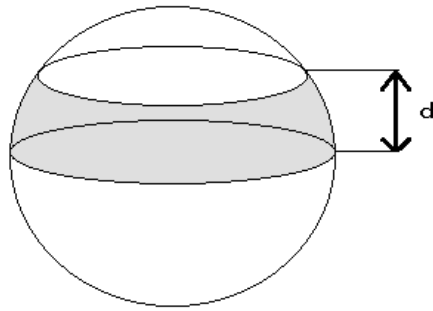
$$S_x = 4\pi A \cdot \frac{1}{2} \times 200\pi$$

となる。



《テーマ：ボールをスライスした面積》

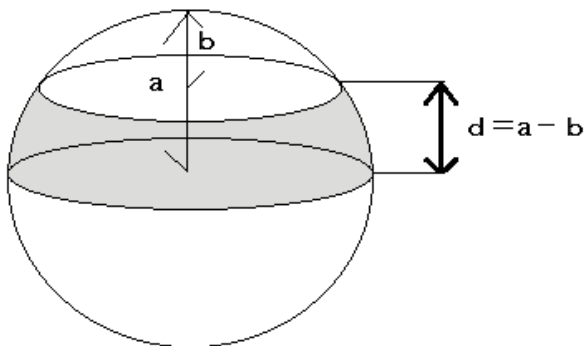
半径 $r$ の球の表面積 $S$ は、 $S_x = 4\pi r^2$ で与えられる。そこで、ボールを次図のように幅 $d$ で球面をスライスする。そのスライスした面積(図の灰色部分)について考察しなさい。ただし、半径 $r$ の球面を一直線に切った時、その高さが $h$ になったときに、その表面積 $S_h$ は、 $S_h = 2\pi r h$ で与えられることを使ってよい。



ここで、高さ $h$  が半径 $r$  と等しいとすると、 $S_r \times 2\pi r^2$  となる。これは球の表面積の半分であるので、 $S_r \times 4\pi r^2 \times 2A S_r$  が成り立つことを確かめることができる。また、表面積 $S_h \times 2\pi r h$  の証明は、積分の知識を使うので、後述することにする。数学Aの課題学習なので、ここでは深入りしない。

さらに、この式によると、半径 $r$  が一定なら、つまり、同じ大きさのボールを使えば、表面積は高さ $h$  に比例することを意味している。 $r$  が定数だと、 $2\pi r$  も定数になるので、表面積は高さの定数倍になる。ということは、この球面を一定の幅でスライスすれば、どこでスライスしても同じ幅になる。これを計算で確かめてみる。下図のように幅 $d$  で球面をスライスすると、スライスの面積は、図の2つの図形の面積の差として表わされる。すなわち、

$$\begin{aligned} \text{スライスの面積} &= 2\pi r a - 2\pi r b \\ &= 2\pi r (a - b) \\ &= 2\pi r d \end{aligned}$$



これは幅 $d$  さえわかれば、 $a$  を知らなくても計算できる。すなわち幅さえ同じなら、スライスの面積はどこで切ろうが、その幅の $2\pi r$  倍になる。つまり、幅さえ同じなら、端っこでスライスを取ろうが真ん中で切ろうが、同じ面積になるということになる。

#### 4. 表面積の公式の証明

半径 $r$  の球面を一直線に切った時、その高さが $h$  になったときに、その表面積 $S_h$  は、 $S_h \times 2\pi r h$  で与えられる。

$y = f(x)$  のグラフを回転させたときの面積 $S$  は、

$$S = \int_a^b 2\pi f(x) \sqrt{1 + f'(x)^2} dx$$

とあらわされる。半径 $r$  とすると、球は  $y = \sqrt{r^2 - x^2}$  のグラフを回転させたものなので、 $f(x) = \sqrt{r^2 - x^2}$  に対して、上記を当てはめると、

$$\begin{aligned} S &= \int_{-r}^r 2\pi \sqrt{r^2 - x^2} \sqrt{1 + \left(\frac{-x}{\sqrt{r^2 - x^2}}\right)^2} dx \\ &= 2\pi \int_{-r}^r \sqrt{r^2 - x^2} \sqrt{1 + \frac{x^2}{r^2 - x^2}} dx \\ &= 2\pi \int_{-r}^r \sqrt{r^2 - x^2} \sqrt{\frac{r^2 - x^2 + x^2}{r^2 - x^2}} dx \\ &= 2\pi \int_{-r}^r \sqrt{r^2 - x^2} \cdot \frac{r}{\sqrt{r^2 - x^2}} dx \\ &= 2\pi \int_{-r}^r r dx \\ &= 2\pi r \int_{-r}^r 1 dx \\ &= 2\pi r [x]_{-r}^r \\ &= 2\pi r (r - (-r)) \\ &= 4\pi r^2 \end{aligned}$$

より、

$$\begin{aligned} S &= 2\pi \int_{-r}^r \sqrt{r^2 - x^2} \sqrt{1 + \frac{x^2}{r^2 - x^2}} dx \\ &= 2\pi \int_{-r}^r \sqrt{r^2 - x^2} \sqrt{\frac{r^2 - x^2 + x^2}{r^2 - x^2}} dx \\ &= 2\pi \int_{-r}^r \sqrt{r^2 - x^2} \cdot \frac{r}{\sqrt{r^2 - x^2}} dx \\ &= 2\pi \int_{-r}^r r dx \\ &= 2\pi r \int_{-r}^r 1 dx \\ &= 2\pi r [x]_{-r}^r \\ &= 2\pi r (r - (-r)) \\ &= 4\pi r^2 \end{aligned}$$

となるので、

$$S_x \int_0^h 2\pi f(x) \sqrt{10 f'(x)^2 dx} \\ \times \int_0^h 2\pi \sqrt{r^2 + x^2} \frac{r}{\sqrt{r^2 + x^2}} dx \\ \times 2\pi r \int_0^h 1 dx \times 2\pi r h$$

となる。このことより、表面積は高さの定数倍になることが計算で確かめることができる。

### 5. まとめと今後の課題

生徒の感想を見ると、この課題について様々な考えを持ったようであるが、その中でも「表面が球面であるのに、なぜ高さの定数倍になるのか」「真ん中の方がずっと半径が大きいのに、同じ面積になるのか」「端の方が太くなるから逆に大きくなると思った」など不思議に思う場面が多く見られた。残念ながら、「表面積が高さに比例する」ことは本校のカリキュラムでは証明できないが、この「なぜ」と思う気持ちが興味・関心を引き出す一つのきっかけとなった。

今後の課題として、他の分野での関連を研究することも必要である。3年生の就職試験対策の授業をしている時に、以下のような場面に出会った。

循環小数 0.133... を分数で表しなさい。

授業では  $\frac{2}{15}$  という解答を導き出して、次の問題に行こうとしたときに、ある生徒が「先生、12.99...」で同じように解くと、分数にならない。」と言ってきた。生徒の『気づき(発見)』である。

$$\begin{aligned} \text{xx } 12.99\text{...} \text{ とすると、} \\ 10\text{xx } 129.99\text{...} \\ \text{P) } \text{xx } 12.99\text{...} \\ \hline 9\text{xx } 117 \\ \text{xx } \frac{117}{9} \text{ x } 13 \end{aligned}$$

すなわち、 $12.99\text{...} \times 13$  となるのである。これは、代数的な証明であり、解析学的に証明を与えると、無限等比級数の収束定理より、

$$120.99\text{...} = 120.9\text{A} \frac{1}{10} + 9\text{A} \frac{1}{10} + 9\text{A} \frac{1}{10^2} + 9\text{A} \frac{1}{10^3} + \dots \\ \times 120 \frac{1}{10} + 120 \frac{1}{10} \times 13$$

と示すことができる。しかし、12.9...と13が「等しくない」と考える生徒に「等しい」と理解してもらうために、上記の証明ではカリキュラム上の問題があり苦労した。実数や無限の概念を話すも、なんとなく不思議な感じで終わってしまった。さらなる研究が必要であり、循環小数についても他に面

白い性質があるので、それをピックアップしての授業展開も考えられる。

最後に、課題学習の研究では、生徒の興味・関心を引き出すという目的は達成できた。昨年度の就職指導の反省を生かし、数学科内で協議し、これまで各工業科やホームルーム担任、進路課が行っていたSPI試験及び就職試験(数学)への対応を、数学科全体で取り組んでいくこと、現在3年生の前半から行っている就職対策を、生徒への意識付けを含めて、2年生の段階から行っていくことの2点を確認した。現3年生が2年生の時から取り組み、今年度も3年生の担任ということも手伝い、授業をはじめ、実力テストや夏季休業中の課外に取り組んだ。景気の上向きも要因の一つになるかもしれないが、今年度は、数学の問題での不振が要因で不採用になった生徒は激減した。2年間の取組の成果でもある。本研究は、予備知識がなくても楽しめる題材を目標に考察した。さらに試行錯誤をしながらではあるが、多くの授業実践を通じて、教材や扱う内容を精選し、より「考える楽しさ」を生徒に感じさせることができる数学教育の在り方を模索していきたい。



【授業の様子①】



【授業の様子②】