

教科書別課題学習題材研究（数学A）

愛媛県立川之江高等学校 土居 晃大

1 はじめに

今回の学習指導要領改訂で数学Iと数学Aにおいて、課題学習が盛り込まれた。それにともない、教科書にもさまざまなテーマで課題学習の内容が掲載されている。その内容は、教科書によって難易度・話題ともに大変バラエティーに富んでいる。昨年度は数学Iの教科書に扱われている課題学習の内容をまとめ、考察した。本年度は数学Aについてまとめることにする。また、このまとめが課題学習を指導するに当たり、少しでも先生方の参考になればと考えている。

2 研究する教科書について

今回研究する教科書は、高等学校用教科書目録（平成26年度使用）に記載されている数学Aの教科書16冊とする。まずは、出版社別に各教科書の課題学習に当てているページ数と課題の具体例（テーマや話題）の数を比較する。なお、教科書によって表記が異なるが、基本的にどれも具体例の中の小問はまとめて1つの例として数えることにした。

東京書籍株式会社

記号・番号	教科書名	ページ数	具体例数
数A・301	数学A	3	3
数A・302	新編数学A	6+2	3
数A・303	新数学A	6	3

※新編数学Aの6ページ分は課題学習として独立したページではなく、章ごとの扉のページとして掲載されている。

実教出版株式会社

記号・番号	教科書名	ページ数	具体例数
数A・304	数学A	8	4
数A・305	新版数学A	14	4
数A・306	高校数学A	8	4

株式会社新興出版啓林館

記号・番号	教科書名	ページ数	具体例数
数A・307	詳説数学A	11	15
数A・308	数学A	11	15
数A・309	新編数学A	11	15

※3冊とも課題研究の部分はまったく同じ内容である。

教研出版株式会社

記号・番号	教科書名	ページ数	具体例数
数A・310	数学A	10	10
数A・311	高等学校数学A	8	7
数A・312	新編数学A	8	8
数A・313	最新数学A	6	3
数A・314	新高校の数学A	8+2	3

※新高校の数学Aの+2は巻末の付録

株式会社第一学習社

記号・番号	教科書名	ページ数	具体例数
数A・315	高等学校数学A	6	3
数A・316	高等学校新編数学A	6	3

※3例中2例は全く同じであるが、1例は異なっている。

3 教科書別課題学習内容

(1) 東京書籍「数学A」

ア 課題学習全体の内容について

巻末にテーマごとに1つの大きな問題が用意されている。各問題に対して1から2問程度の課題を解くことでその研究テーマの問題を解決できるようになっている。さらに研究を深めるための提案が用意されている問題もある。

イ 題材・具体例について

(ア) テーマ「コイン投げ」

健太さんと美咲さんがそれぞれ違う枚数のコインを投げるとき、表が出た枚数が多い方が勝ちというゲームについて表を用いて確率を考える。

(イ) テーマ「誕生日は何曜日？」

誕生日の曜日が、その前の年といくつずれるかを、うるう年とそうでない年に分けて考える。また、生まれた日の曜日の求め方を考える。ちなみに、また健太さんが登場する。(14)の(イ)にも同じようなテーマがあるので、このテーマを使うときは読んでおきたい。

(ウ) テーマ「正多面体」

正六面体の各面の対角線でできた面で囲まれる四面体が正四面体になること考える。また、その他の多面体についても、課題などで考えていく。

(2) 東京書籍「新編数学A」

ア 課題学習全体の内容について

各章ごとに扉のページに章の内容に沿ったテーマで問題が与えられて、それを巻末で解説し研究課題で深めていく形を取っている。研究課題は、具体的な内容で取り組みやすい。

イ 題材・具体例について

(ア) テーマ「源氏香の図」

日本の伝統的な様式一つである「源氏香の図」と呼ばれる模様について、場合の数を考える。模様も美しく源氏物語の巻の名前がついていて面白い。

(イ) テーマ「十干と十二支」

「甲子園球場」や「戊辰戦争」のような例をあげ、約数や倍数について考える。研究課題では、「応仁の乱」の西暦を、干支を利用して調べる。

(ウ) **テーマ「黄金比」**

数学Ⅰの課題学習でも数冊の教科書で取り上げられていた黄金比がテーマである。同じ東京書籍の教科書でも「新数学Ⅰ」で取り上げられていた。数学Aなので二等辺三角形や相似に着目して、より図形的に考えている。

(3) 東京書籍「新数学A」

ア 課題学習全体の内容について

1 ページを使って、1つの大きなテーマについての解説と各テーマについて3から4問程度の問題が与えられている。図や写真なども比較的多く、問題も簡単な小問形式になっている。内容は研究と言うよりは文章問題である。

イ 題材・具体例について

(ア) **テーマ「何回ぐらいで勝敗が決まる？」**

あいこになったら勝敗が決まるまでじゃんけんを繰り返す。人数が変わるとき、勝敗が決まるまでにどのくらいじゃんけんを繰り返すことになるかを考える。

(イ) **テーマ「点と線分と多角形」**

オイラーの多面体定理の証明の元になる平面図形においての点と線分と多角形の関係を、具体的な図を使って考える。

(ウ) **テーマ「ふしぎな4枚のカード」**

4枚のカードを使った数字当てマジックについて考える。2進法を利用して数理的に考えることができる。

(4) 実教出版「数学A」

ア 課題学習全体の内容について

東京書籍の「数学A」と同じような形式で、巻末にテーマごとに1つの大きな問題や説明が用意されている。各問題に対して2から6問程度の課題を解くことでその研究テーマの理解を深め、問題を解決できるようになっている。さらに研究を深めるための提案が用意されている問題もある。

イ 題材・具体例について

(ア) **テーマ「同じ誕生日の人がいる確率」**

同じ誕生日の人がいる確率を、40人のクラスやn人の集団などで考えていく。

(イ) **テーマ「油分け算」**

江戸時代の「塵劫記」に載っている「油分け算」容器の中の油を決められた量に分ける問題を一次不定方程式を用いて考える。(5)の(イ)のほうがくわしいので、参考にするとよい。

(ウ) **テーマ「完全順列の総数」**

5人の生徒のプレゼント交換を例にして完全順列の総数を考える。

(エ) **テーマ「九点円」**

ある三角形において規則に従って取られた9個の点在同一円周上にあることを確かめていく問題

である。作図問題の題材としても面白い。

(5) 実教出版「新版数学A」

ア 課題学習全体の内容について

1つのテーマに対して「課題」「予想してみよう」「調べてみよう」「求めてみよう」「考えてみよう」「発展させよう」「確かめてみよう」といったようにそれぞれ何をすればよいかを示している。4つのテーマのうち2つは(4)とほぼ同じテーマであるが、編集の仕方はかなり異なっている。

イ 題材・具体例について

(ア) **テーマ「誕生日が一致する確率について調べてみよう」**

クラスの中に同じ誕生日がいる人の確率を求める問題。(4)より説明が詳しく、内容は少し軽めになっている。

(イ) **テーマ「油分け算について考えてみよう」**

これも(4)とほぼ同じ内容であるが、手順をグラフ化したグラフの読み方を詳しく説明してある。ページも(4)の2倍の4ページ使っているので(4)の教科書を使う場合も、この教科書を参考にすればよいと思う。

(ウ) **テーマ「正多面体について調べてみよう」**

正多面体が5種類しかないことを確かめる問題である。オイラーの多面体定理を利用し、その5種類の多面体の形状も考える。また、準正多面体についても少し触れている。

(エ) **テーマ「黄金比について調べてみよう」**

ノートや本、正五角形などの中から黄金比を見つけしていく。実教出版の「数学Ⅰ」にも同様のテーマがあるがこちらの方が詳しい。

(6) 実教出版「高校数学A」

ア 課題学習全体の内容について

4つのテーマそれぞれ見開き1ページにまとめて学習できるようになっている。「やってみよう」「予想してみよう」「考えてみよう」「余事象を利用して求めてみよう」といったように何をすればよいかわかりやすくまとめている。問や課題なども比較的多く、生徒1人でも取り組みやすい。そのため家庭学習課題として、レポート提出させるなどといった活用ができそうである。

イ 題材・具体例について

(ア) **テーマ「何通りの塗り方があるか考えてみよう」**

地図で隣り合う県が異なる色になるように塗り分ける方法が何通りあるかを考える。

(イ) **テーマ「クラスに誕生日の同じ人がいる確率を求めてみよう」**

他の教科書でも出てきたテーマ。予想してクラスで話し合う内容になっている。

(ウ) **テーマ「数当てカードをつくろう」**

9 個の数字が書かれた 4 枚のカードから選ばれた数字を当てる方法を考える。(3)の(ウ)と同じような内容である。

(エ) テーマ「正五角形の中に秘める黄金比」

正五角形の中にある黄金比を調べる。また、正五角形の作図方法を詳しく説明してある。

(7) 啓林館「詳説数学 A」「数学 A」「新編数学 A」

ア 課題学習全体の内容について

啓林館の教科書は 3 冊とも課題学習の部分は内容・ページレイアウトともに全く同じであるため、まとめて記載する。くわしい内容は昨年の教科書別題材研究(数学 I) で書いたのを見てほしいが、それよりも一度教科書を見てみるのが早いと思う。特徴は、生徒に自分で課題を見つけて課題学習に取り組ませ、レポートとして提出や発表をさせることを想定し、レポートの書き方を詳しく書いてあることである。

イ 題材・具体例について

(ア) テーマ「試合の方式：試合に勝ったチーム同士が次々に戦い、優勝したチームを決めるトーナメント方式について考察してみよう」

一般に n チームが参加するトーナメントでは全部で何試合行われるか。また、試合の機会を増やすための方法を考える。

(イ) テーマ「試合の方式：各チームがすべてのチームと同じ回数ずつ戦い、優勝チームを決めるリーグ戦方式について考察してみよう」

一般に n チームが参加して 1 回ずつ戦うリーグ戦では全部で何試合行われるかを考える。また、全チームが同一の日に試合を行うときの日程について考える。

(ウ) テーマ「多人数の時のじゃんけん：確率を計算して比較してみよう」

n 人でじゃんけんするとき、あいこになる確率、勝ち残る人が m 人以下になる確率を考える。

(エ) テーマ「多人数の時のじゃんけん：1 人が勝ち残るまでに何回くらいじゃんけんをしなければいけないか考えてみよう」

n 人でじゃんけんするときを考え比較する。

(オ) テーマ「多人数の時のじゃんけん：効率的なじゃんけんの方法を考えてみよう」

いろいろなじゃんけんのルールを考え、それぞれのルールでじゃんけんをする場合について、比較する。

(カ) テーマ「階乗： n という自然数と $n!$ の末尾に並ぶ 0 の数との間にある規則性を探ってみよう」

4 つの小問に分けて考え $n!$ の末尾にならぶ 0 の数を、 n を使って表す方法を考える。

(キ) テーマ「約数：約数の個数について考察してみよう」

いろいろな自然数について約数の個数を考え共通する性質などを考える。

(ク) テーマ「約数：約数の和について考察してみよう」

100 以下の自然数の完全数を 2 つ探す。

(ケ) テーマ「切手の問題：料金分ちょうどの切手を貼ることができないのはどのような場合か考えてみよう」

50 円切手と 80 円切手では 190 円ちょうどを貼ることができない。このような場合を考え、一般的に互いに素な自然数 m , n で支払うことができない最大の金額を m , n の式で表す。

(コ) テーマ「ゲームの必勝法：このゲームの必勝法を考えてみよう」

1 から順番に 2 人順番に 1 個から 3 個の数字を言い合って 20 と言った方が負けというゲームの必勝法を考える。

(サ) テーマ「ゲームの必勝法：このゲームを変形して考えてみよう」

言ったら負けになる数字を 20 以外に変える、言うことのできる数を変えるなど、ルールを変えたらどうなるかを考える。

(シ) テーマ「立方体：立方体を平面で切ったときの切り口の形について考えてみよう」

立方体を平面で切った切り口の図形の種類や特徴的な図形になる場合について考える。

(ス) テーマ「立方体：立方体を平面で切ったときの切り口の面積について考えてみよう」

1 辺の長さが 2 である立方体を平面で切って、切り口が三角形になるとき、その三角形の面積を最大にするにはどのように切るとよいかを考える。

(セ) テーマ「立方体：立方体に内接する立体について考えてみよう」

各面の対角線を結んでできた正四面体の形状を考える。また、各面の中心を結んでできる立体について考える。

(ソ) テーマ「通路を通過できる図形：面積が 1 よりも大きい図形はあるか考えてみよう」

幅が 1 の直角の L 字状の通路を通ることができない図形のなかで、面積が 1 より大きい図形があるかを考える。「ソファの問題」とも呼ばれる。

(8) 数研出版「数学 A」

ア 課題学習全体の内容について

1 つのテーマごとに 1 ページで学習するようになっている。自分で課題を見つけたり調べたりする内容ではなく、値を求めたり証明したりといった内容が多い。それぞれ 1 題から 2 題の課題を順番に解いて、最後にまとめの課題をする形になっている。教科書の応用問題や発展問題といった内容である。

イ 題材・具体例について

(7) テーマ「完全順列」

完全順列の総数を求める問題。6人が手紙を交換するとき、手紙と封筒の宛名が全て違う確率を求める。

(8) テーマ「道順の総数と和の法則」

和の法則を利用して道順の総数を求める方法について調べる。

(9) テーマ「トランプの確率の問題」

「ポーカー」について、ある役ができる確率を計算する。

(10) テーマ「同じ誕生日の人がいる確率」

ある集団の中に同じ誕生日の人がいる確率を調べる。

(11) テーマ「チェバの定理の逆とその利用」

チェバの定理の逆を用いて三角形に関するいろいろな性質を証明する。

(12) テーマ「四角形が円に外接するための条件」

四角形が円に外接するための条件を調べ、背理法を用いて証明する

(13) テーマ「相似を利用する図形」

作図の問題を、相似の性質を利用する「相似法」と呼ばれる方法で解く。

(14) テーマ「 x, y の2次方程式の整数解」

x, y の2次式で表される不定方程式の整数解について調べる。

(15) テーマ「整数の割り算の等式の活用」

割り算の等式を利用して1つの整数解を見つける方法を調べる。

(16) テーマ「累乗と余り」

現在の暗号理論にも利用される「フェルマの小定理」に触れる問題を解く。

(9) 数研出版「高等学校数学A」

ア 課題学習全体の内容について

(8)の教科書と同様に1つのテーマごとに1ページまたは2ページで学習するようになっている。また、それぞれ2題から4題の課題を順番に解いて、最後にまとめの課題をする形になっているところも同様である。7つのテーマの内6つまでは、(8)の教科書と全く同じか少し変更しているだけである。(8)の教科書よりフォントが大きくカラーが増えている。

イ 題材・具体例について

(7) テーマ「完全順列」

(8)の(7)とほぼ同じであるが、具体的な実例はない。

(8) テーマ「身近な確率の問題」

(8)の(9), (10)と全く同じ内容をくっつけて1テーマにしている。

(9) テーマ「チェバの定理の逆とその利用」

(8)の(11)は「チェバの定理の逆」の証明そのものは省略しているが、ここではそれも課題として取

り扱っている。その分利用する問題の量が少なくなっている。

(10) テーマ「相似を利用する作図」

(8)の(13)と全く同じ内容である。

(11) テーマ「 x, y の2次方程式と整数解」

(8)の(14)と全く同じ内容である。

(12) テーマ「整数の割り算の等式の活用」

(8)の(15)と問題の順番や説明の仕方が微妙に違うだけで、ほぼ同じ内容である。

(13) テーマ「 n 進数の足し算・引き算」

2進数の足し算・引き算の問題がほとんどで5進数と7進数の問題が1問ずつある。

(10) 数研出版「新編数学A」

ア 課題学習全体の内容について

(8), (9)の教科書と同様の編集方法である。カラーの量は(8)と(9)の教科書のちょうど中間くらいの量である。すべてのテーマが(8)か(9)の教科書のどちらかとはほぼ同じ内容である。

イ 題材・具体例について

(7) テーマ「道順の総数と和の法則」

(8)の(8)とほぼ同じ内容で、内容を少し少なくしている。

(8) テーマ「トランプの確率の問題」

(8)の(9)と全く同じ内容である。

(9) テーマ「同じ誕生日の人がいる確率」

(8)の(10)と全く同じ内容である。

(10) テーマ「チェバの定理の逆とその利用」

(9)の(11)と全く同じ内容である。

(11) テーマ「相似を利用する作図」

(8)の(13)と全く同じ内容である。

(12) テーマ「 x, y の2次方程式の整数解」

(8)の(14)とほぼ同じ内容であるが、まとめの課題のみが、完全に別の問題に変更されている。

(13) テーマ「整数の割り算の等式の活用」

(9)の(15)とほぼ同じ内容であるが、まとめの課題の数字のみが変更されている。

(14) テーマ「 n 進数の足し算・引き算」

(9)の(16)と全く同じ内容である。

(11) 数研出版「最新数学A」

ア 課題学習全体の内容について

数研出版の(8), (9), (10)の3冊は同じような内容であったがこの教科書は、テーマが全て別になっている。ただし、編集方法は似ており、1つのテーマごとに1ページまたは2ページを使っており、数問の問題や課題を解くことで学習するようになっている。

イ 題材・具体例について

(7) テーマ「席替えの確率」

他の教科書には、ありそうでなかったテーマである。35人のクラスで席替えを行うときに、Aさ

んがBさんの隣になる確率などを求めていく。個人的には、課題3の「AさんはBさんと隣同士になる確率が小さいことがわかったので、Bさんが自分の隣または前後の席になる確率を知りたくなった。」の記述が面白いと思う。

(イ) テーマ「正五角形と黄金比」

正五角形の黄金比を考える。また黄金長方形や正五角形の作図を考える。他の教科書と同じ。

(ウ) テーマ「九去法」

ある数を9で割った余りを、各位の数を足す計算を1けたになるまで繰り返して求める方法「九去法」について考える。

(12) 数研出版「新高校の数学A」

ア 課題学習全体の内容について

それぞれの課題を2ページから4ページで取り扱っている。「予想してみよう」「考えよう」「やってみよう」「広げよう」といったように細かいステップに分けて学習できるようになっている。また、図も多く問題も穴埋め形式で取り組みやすくなっているため、数学的な話題を手軽に提供できる。また、巻末の付録を切り取って利用できるようになっている問題もある。

イ 題材・具体例について

(ア) テーマ「確率は本当に $\frac{1}{2}$ ？」

両面とも白色のカードと片面が青色、もう片面が白色のカードを使って確率を考える。「条件付き確率」についても少し触れる内容になっている。カードが付録として付いている。

(イ) テーマ「正二十面体を作ろう」

付録を使って実際に正二十面体を作り、その形状を考える。切頂二十面体(サッカーボール)も頂点を切り落として作れるようになっている。

(ウ) テーマ「必勝法をさがせ」

マスが書かれたボードの上で、「鬼」が先に自分のコマを動かし、次に「子」が同じようにコマを動かす鬼ごっこのゲームの必勝法を考える。

(13) 第一学習社「高等学校数学A」

ア 課題学習全体の内容について

第一学習社の教科書は、数学Iでは2冊とも課題学習の部分は、全く同じ内容であった。数学Aでは3つのうち1つだけ別のテーマになっている。

それぞれのテーマを見開き1ページで取り扱っている。全て「調べてみよう」「考えてみよう」「応用してみよう」の3つのステップで学習できるようになっている。やや発展例題的なテーマも多い。

イ 題材・具体例について

(ア) テーマ「バーコードの仕組み」

商品についているバーコードの仕組みについて、場合の数で考える。

(イ) テーマ「ピタゴラスの数」

直角三角形の三辺の長さとなるような自然数、「ピタゴラス数」の性質を調べる。

(ウ) テーマ「最短の経路」

対称点などを利用して、いろいろな場面について最短の経路を見つける。「応用してみよう」は作図の問題になっている。

(14) 第一学習社「高等学校新編数学A」

ア 課題学習全体の内容について

(13)と3つのうち1つのテーマが違うだけで、あとは全く同じである。

イ 題材・具体例について

(ア) テーマ「バーコードの仕組み」

(13)の(ア)と全く同じ内容である。

(イ) テーマ「カレンダーの考察」

カレンダーにひそむ数の関係に目を向ける。(1)の(イ)と同じようなテーマであるが、こちらは見開き1ページ使っている分詳しくなっている。

(ウ) テーマ「最短の経路」

(13)の(ウ)と全く同じ内容である。

4 おわりに

昨年度と本年度の2回にわたって、教科書別の課題学習の研究を行わせていただいた。課題学習の部分は、教科書によって内容がかなり異なっているため、日々の授業の中で教科書とは少し離れた数学的な話題を提供したいと思うときは、別の教科書を参考にするのも有効な手段であると感じた。

また、課題学習は、数学Iと数学Aに入っている。どうせなら、数学IIや数学B、数学IIIのほうについているほうが、より数学的な内容を深めることができ、受験対策にも直結できると思う。しかし、数学Iと数学Aに入っていることで難しくなりすぎず、数学に興味をもってもらえるという利点もあると感じた。

昨年度も書いたが、啓林館の教科書は、数学I・Aともに他の出版社の教科書とは課題学習の内容の性質が大きく異なっている。課題学習を長期の休みのレポート課題として提出させる場合は、啓林館の教科書が大変参考になると思う。