

数の不思議に関する課題学習の研究

愛媛県立今治東中等教育学校 中村 りか

1 はじめに

学習指導要領において、数学 I 及び数学 A の課題学習は、「内容またはそれらを相互に関連付けた内容を、実生活と関連付けたり発展させたりするなどして、生徒の関心や意欲を高める課題を設け、生徒の主体的な学習を促し、数学のよさを認識できるようにする」とある。また、内容の取扱いでは「それぞれの内容との関連を踏まえ、学習効果を高めるよう適切な時期や場面に実施するとともに、実施に当たっては数学的活動を一層重視するものとする」とある。一人でも多くの生徒が、数学は身近なものであると感じ、数学の楽しさやよさに気付くことのできる課題とは何かを研究したいと考え、この主題を設定した。

2 研究の方法

- (1) 実施時期 夏季休業中及び 2 学期
- (2) 対象生徒 普通科 4 年生 (高校 1 年生) 142 名
- (3) 実施方法
 - ア 課題を見つける
 - 難しく考えず、数学の学習、他教科の学習、身の回りの素朴な疑問に目を向ける
 - イ 夏期休業中にレポートを作成する
 - (ア) 課題の概要を短くまとめる
 - (イ) どのようなことがわかったかを書く
 - (ウ) 書籍やインターネット参照可
 - ウ 2 学期に各クラスで発表会を行う

3 研究の内容

- (1) 生徒が良い反応を示したテーマ

ア 不思議な数字「1 2 3 4 5 6 7 9」

3 の倍数をかけたとき、美しい規則がある

感想：ただの数字も、ある操作をするだけで意外な規則性が現れることに驚いた。数字の「謎」についてもっと調べてみたい。

イ 超速計算

連続する 10 個の自然数の和は、5 番目の数を 10 倍して 5 を足したもの

感想：ガウスの計算方法は知っていたが、こんなに早く計算できる方法があることに感動した。

ウ ゴールドバッハの予想

2 より大きな偶数は、2 個の素数の和で表せるか？

感想：現在ではおよそ 20 京までは確かめられているらしい。数学では「ほぼ正しい」ではなく、「絶対に正しい」という証明が必要であることを知った。

エ 「0 で割ってはいけない」の正体

$a \div 0$ という計算は、答えが 1 つに定まらない

感想：割り算という計算は「はじめにかけ算がある」と考えることが必要だと知った。ずっと疑問に思っていたことが解決して良かった。

オ ピラミッドと数学

ピラミッドと π 、ピラミッドと地球の大きさとの関係

感想：世界遺産に関する数学にチャレンジしたい。

カ インド式数学の謎

生徒のレポート

テーマ: インド式数学の謎

(1) (2) (3) (4) (5)
(6) (7) (8) (9) (0)

0 と表す アラビア語
"صفر" (Sifr) は、
この英訳が、
タイプ "cipher" になった。
"Sifr" は、ペルシア語の
"空" (Sifr) を表す。
"Sunya" から来たらしい。

なぜ 1 が 10 と、2 が 20 と、3 が 30 と表せるかは、
初期のインド数字の形を見れば、由来がある。
図のように読み取ると同じだけ「角」が存在する。
1 は 1 角、2 は 2 角、3 は 3 角、4 は 4 角、5 は 5 角、
6 は 6 角、7 は 7 角、8 は 8 角、9 は 9 角、
0 は 0 角、つまり 0 である。
だから、「0」を養った。
0 はインドで発見された。
5 世紀にはインドの数学者たちによって発見
された。その後、アラビアによって、欧州に
伝わり、そこから世界中に広まった。

参考文献: 「インドと "ZERO" の始まり」 常羽純子 / エムエスエー

感想：数字の起源を知ることができた。次はインド式計算の方法を調べてみたい。

キ ピタゴラスについて

生徒のレポート

テーマ: ピタゴラスについて (ピタゴラスの定理、歴史、音楽)

ピタゴラス (紀元前572〜495年) 古代ギリシアの数学者、哲学者

・ピタゴラスの定理にまつわる話
(古代エジプトでは縄張り師と呼ばれる人々が縄を使って直角を作っていた)

斜辺は12、直角は2等分して、その方の3つ分、4つ分、5つ分にあるところ(印をつ) それぞれのところが角にけるようにピタゴラスの定理で3と4の間の所に5の角が直角にける性質を律して

・音楽との関わり
ピタゴラスは、弦の長さや音の高さについて研究
ある長さの弦を張って音を出し

① 弦の長さを2/3に短く、前の音より5度高い音が出る。
[例] 前の音と「ド」とすると5度高い「ソ」の音が出る

② 弦の長さを最初の1/2に短くと、前の音より2度高い音が出る。
[例] 最初の音と「ド」の音だと、それは1オクターブ「ド」の音が出る

↓
ピタゴラス音階 (弦の長さによって決まる音階)
ピタゴラスの音階は、平均律音階がとどるを1オクターブの時代の音と使われていた。
ピタゴラス音階

3:2の周波数比の関係にある音程と基に作られる音律。

参考文献: 学校図書株式会社

感想 : 音楽と数学が関係しているなんて考えたこともなかったので、とても驚いた。

(2) 授業への発展

(1) の「イ 超速計算」について

連続する10個の自然数の和は、5番目の数を10倍して5を足したもの

ア 3年生 (中学生)

問題を変更した。個々で考えさせた後、グループ活動を行った。

- ① 連続する10個の自然数の和が瞬時に求められるしくみを発見しよう
- ② ①について文字式を使って説明しよう

和を求める法則は発見できていても、より「瞬時に」求められるしくみがある場合、また、文字式を使って説明することが困難な場合は、助言を行った。

イ 4年生 (高校1年生)

問題を変更した。個々で考えさせた後、グループ活動を行った。

連続する10個の自然数の和を求める方法を発見し、説明しよう

等差数列の和の公式にまで発展させることができた。

4 研究のまとめと今後の課題

多くの生徒が「数の不思議」に関する学習を行っていた。テーマ設定のし易さが主な要因であろう。また、幼いころから疑問に思っていたことが解決できるなど、効果はあったようには感じている。しかし、単なる調べ学習にとどまり、問題の中にある数学のよさを認識することには、まだ至っていない。課題学習は何のために行うかについて、学習指導要領では「生徒の数学的取り組みを促し、思考力、判断力、表現力等の育成を図る」とある。今回、テーマ設定やレポートの書き方等へアドバイスがまだまだ不十分であった。より多くの生徒が、数学のよさを認識できるようにするために、私自

- 《参考文献》
- ・「高等学校学習指導要領」(文部科学省)
 - ・「高等学校学習指導要領解説」(文部科学省)
 - ・「新編 数学I」「新編 数学A」(啓林館)
 - ・「面白くて眠れなくなる数学」(桜井進著 PHP研究所)