

鳩ノ巣原理を利用した課題学習の研究

愛媛県立松山南高等学校 渡部 靖司

1 はじめに

数学における新学習指導要領の目玉として、数学Ⅰ・数学Aにおいて、課題学習の実施がある。新学習指導要領によると「内容又はそれらを相互に関連付けた内容を生活と関連付けたり発展させたりするなどして、生徒の関心や意欲を高める課題を設け、生徒の主体的な学習活動を促し、数学のよさを認識できるようにする。」とあり、その内容の取扱いで「課題学習については、それぞれの内容と関連を踏まえ、学習効果を高める適切な時期や場面に実施するとともに、実施に当たっては数学的活動を一層重視するものとする。」と書かれている。一昨年度、課題学習研究班で各校の取組を集計・分析する中で、課題学習の実践に苦慮されている学校が多くあることが分かった。

今回、私が課題学習の教材を探していたところ、友人である高知大学教育学部服部先生より数学Ⅰ「数と式」と数学A「整数の性質」の課題学習として、昨年度前任校（上浮穴高等学校）で授業していただいた。その授業実践をヒントに私も前任校で授業を行った。本稿が、皆様の今後の課題学習実践の一助になれば幸いです。

2 研究目標

「鳩ノ巣原理」は、存在命題を証明する証明法である。実験を通して生徒に鳩ノ巣原理を発見させ、鳩ノ巣原理を利用して有理数が整数、有限小数、循環小数のいずれかであり、循環しない無限小数にならないことを証明する。これを、数学Ⅰ「数と式」と数学A「整数の性質」の課題学習の教材として取り上げ、研究目標として新学習指導要領にある

- (1) 内容又はそれらを相互に関連付けた内容を発展させ、生徒の関心意欲を高める。
- (2) 生徒の主体的な学習活動を促し、数学のよさを認識できるようにする。

の目標を満たす教材であるか実践し、授業実践の妥当性を生徒の授業の様子及び授業後の生徒の感想から検証することにした。

3 研究内容（授業実践）

(1) 授業の実際

本実践は前任校（上浮穴高等学校）で行ったものである。授業の対象、時期、授業者は以下の通りである。なお、授業を受けた生徒達は、数学Ⅰ・数学Aの内容を全て既習済みである。研究の内容は、授業実践①を踏まえて私が授業を行った授業実践②を中心に記述していく。

授業実践①

対象：普通科1年生1クラス
（男子8名、女子10名、計18名）
日時：2015年3月5日
授業者：服部 裕一郎
T A：渡部 靖司

授業実践②

対象：森林環境科2年生1クラス
（男子17名、女子4名、計21名）
日時：2015年3月19日
授業者：渡部 靖司

ア 本時の目標を確認する

教師は最初に有理数、無理数の確認。有理数は有限小数と無限小数がある。無限小数は有理数では循環小数であり、無理数では循環しない小数（以下非循環小数と呼ぶ）である。有理数では非循環小数がないのか考えていくことを生徒に伝える。

イ 実験

教師は問題を次のように提示した。

1辺が12cmの正方形の的があります。この的に、自由に10本の矢を投げましょう。10本の矢が全体的にささったとき、少なくとも2本の矢の距離は5.8cm以下です。

その後、実際に弓を使って10本の矢を放ち実験を行った（図1）。



図1 弓で矢を放つ様子

生徒が「たまたま2本の矢の距離は5.8cm以下になったのかも」と発言があったため、今度は意図的に矢が刺さる位置を決めていった（図2）。



図2 意図的に矢が刺さる位置を決める様子

ウ 実験結果を受けて（「鳩ノ巣原理」の発見）

実験結果より、なぜ10本の矢は5.8cm以上離せておくことができないのか生徒同士で話し合わせて考えさせた。生徒の話し合いが行き詰まったので、ヒントとして、弓矢に付属している的（図3）を配布して、もう一度話し合わせた。



図3 的をヒントに話し合っている様子

配布した的をヒントに、生徒は10本の矢は9分割された正方形の中に少なくとも1つは2本の矢が刺さることに気付いた。このことより、少なくとも2本の矢の距離は5.8cm以下になることを証明した。この「10本の矢は9分割された正方形の中に少なくとも1つは2本の矢が刺さる」という考え方は「鳩ノ巣原理」であることを伝え、ワークシート（図4）を配布し、鳩ノ巣原理の説明をした。

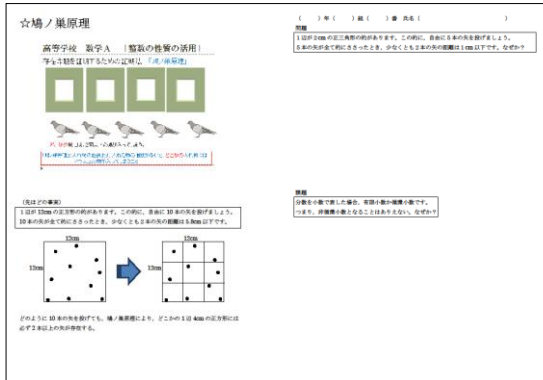


図4 ワークシート

エ 「鳩ノ巣原理」を使って証明(1)

教師は次に「鳩ノ巣原理」を使って証明する問題を次のように提示した。

1辺が2cmの正三角形の的があります。この的に、自由に5本の矢を投げましょう。5本の矢が全体的にささったとき、少なくとも2本の矢の距離は1cm以下です。なぜか？

生徒は先ほどの正方形を9分割したことをヒントに正三角形を4分割して証明した（図5）。

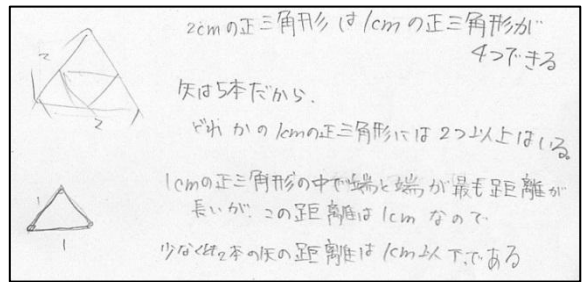


図5 ある生徒の証明

オ 「鳩ノ巣原理」を使って証明(2)

教師は最後課題として「鳩ノ巣原理」を使って証明する問題を次のように提示した。

分数を小数で表した場合、有限小数か循環小数です。つまり、非循環小数となることはありません。なぜか？

生徒は13人（62%）が鳩ノ巣原理を利用して考え解答した。（図6）ただ、無答も5人（24%）いた。無答の生徒の感想には、「鳩ノ巣原理は理解できたが、非循環小数の証明とどのようにつながるのか分からない」といった感想を記述している生徒もいた。

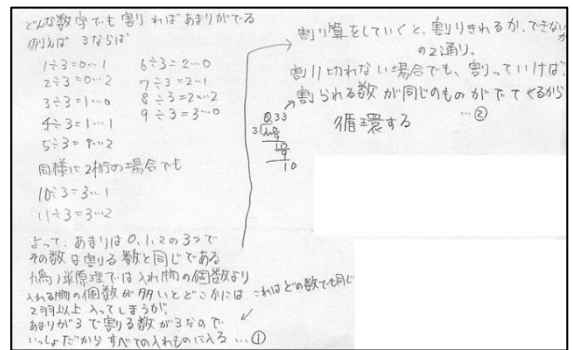


図6 ある生徒の循環小数の証明

多くの生徒は、新たに得た鳩ノ巣原理の知識を使って、しっかりと考え自分なり答えを出した。

(2) 授業の考察

本授業実践では、前半は弓矢の実験を通して「鳩ノ巣原理」を生徒自ら気付かせ、後半と課題で「鳩ノ巣原理」を利用して証明を行った。

次は、授業を受けての生徒の感想（自由記述）である（下線は筆者）。

- S1：とても難しい内容でしたがなんとなく理解できてよかったです。数学は内容が深く楽しいものだという事を改めて感じました。
- S2：今回の授業は、当たり前前でちょっと難しい問題でした。当たり前前のようなことも数学になおすととてもおもしろいと感じました。鳩ノ巣原理は今回初めて知って驚きました。
- S3：頭の中ではどうしてこうなるとかが分かっているけど、文章や言葉で説明するとなると、とても難しいと思いました。
- S4：今回の授業で身近な分数について詳しく知ることができました。楽しかったです。
- S5：最初は分かりませんでしたけど少し理解するだけでどんどん分かってきて面白かったです。授業も実際に弓矢を使って楽しく真剣に考えることができました。
- S6：今日の授業で、弓矢の道具などを使って分かりやすかった。
- S7：鳩ノ巣原理は当たり前のことだけど深く考えると難しかったです。
- S8：鳩ノ巣原理は理解できたが、非循環小数の証明とどのようにつながるのか分からない。

S4の生徒のように、「身近な分数について詳しく知れて楽しかった」という気持ちが導出した生徒や、別の生徒では、S5やS7の生徒のように「楽しく真剣に考えることができました」、「深く考える」といった感想を記述した生徒は4名おり、授業の様子からもじっくり考える姿勢がみられた。また、S3の生徒のように「説明するのは難しい」といった感想を記述した生徒は5名いた。ただ、S8の生徒のように、非循環小数の証明が無答の生徒は鳩ノ巣原理がどのように証明につながるのか理解できなかった事は改善の余地がまだあると感じた。本授業実践では、与えられた課題に対する探究心やじっくり考えようとする態度、自分の考えを相手に文章や言葉で伝える能力を育成することができたと考えられる。

S1やS2の生徒のように、授業に対して、「楽しかった」、「面白かった」、「興味深かった」、「良かった」等の単語を記述した生徒は12名/21名（57%）おり、そのうちS5やS6のように教具を使用したことにより、楽しく真剣に考えることができたことや分かりやすかったとの感想もあった。授業の様子や感想から、授業の最初で教具を用いて実験をさせたことで、それが学

習の動機づけとなり、生徒達の学習意欲は高まったと考えられる。本授業に対し、「楽しさ」などの感想を述べていることから「鳩ノ巣原理」を題材とした本授業実践は生徒達の興味関心を高める教材であったと考えられる。

4 おわりに

本研究は、「鳩ノ巣原理」を数学I「数と式」と数学A「整数の性質」の課題学習において新学習指導要領の目標を満たすことができる教材であるか実践、検証することを目的とし、次の結論を得ることができた。

- (1) 「鳩ノ巣原理」の実験を通して見つけることで、考えることの楽しさ、数学の楽しさを感じる生徒が多く、生徒の関心意欲が高められたと考えられる。
- (2) 授業実践を行った結果、生徒達の感想から生徒達は見つけ出した「鳩ノ巣原理」に興味関心を持ち、主体的に活動した。身近な数である分数について興味を持つことができた。ただ、数学のよさを認識することができたかどうかは感想文からは読み取ることができなかった。

最後にお忙しい中、本校で授業実践や助言を頂いた高知大学教育学部服部裕一郎先生にこの場を借りて感謝いたします。ありがとうございました。

参考文献

根上生也（2010）「初等整数論とみせかけて」じっきょう数学資料 60号 pp.1-3.

付記

本稿は、第48回中国・四国算数・数学教育研究（高松）大会の発表（渡部，2015）の一部（鳩ノ巣原理の利用の授業実践）に更なる実践研究分析を加え、加筆・修正を行ったものである。